

# Técnicas topológicas y no conmutativas en el estudio de espacios foliados\*

Marta Macho Stadler  
 José Ignacio Royo Prieto<sup>†</sup>

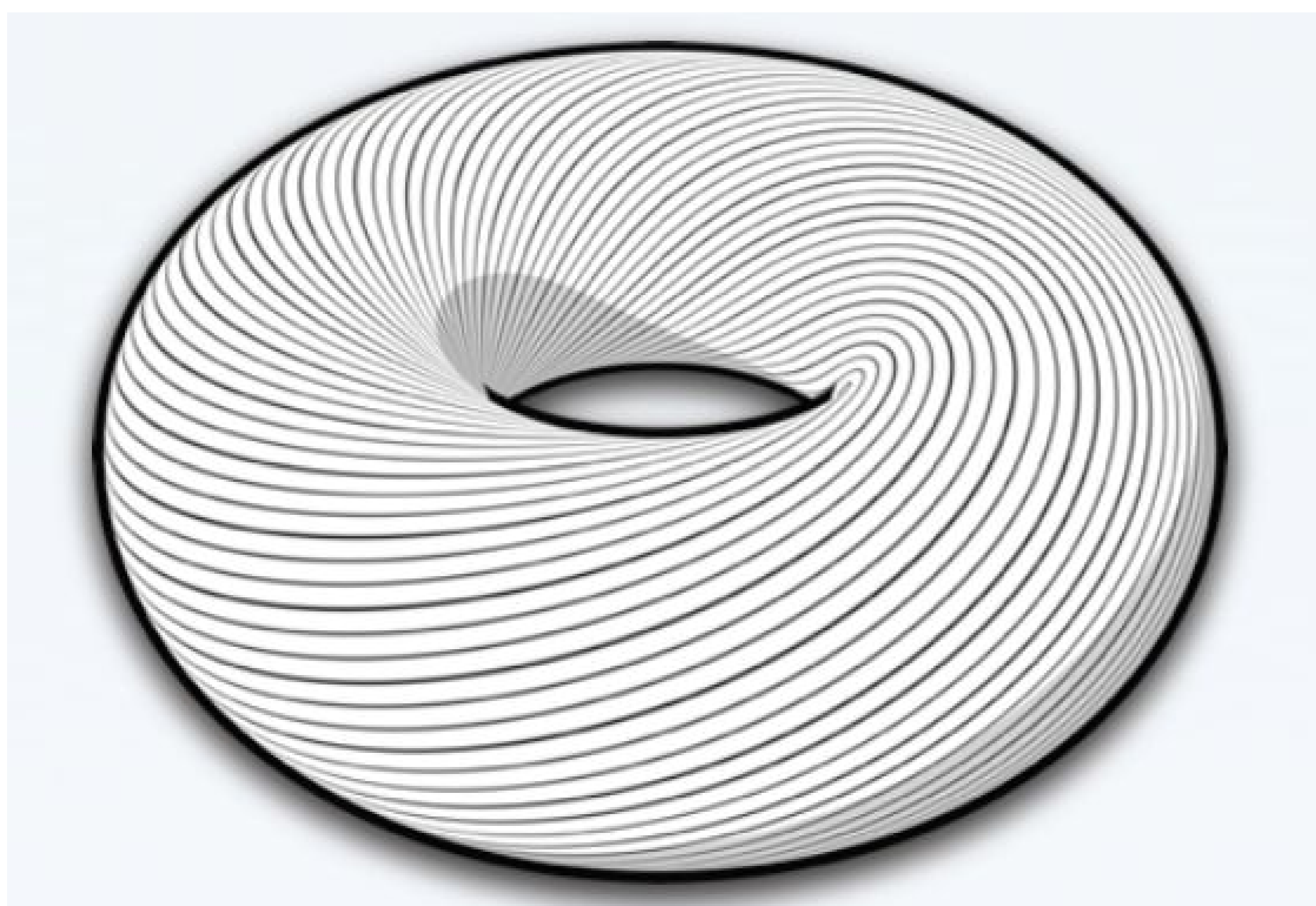
Martíntxo Saralegi  
 Robert Wolak<sup>‡</sup>



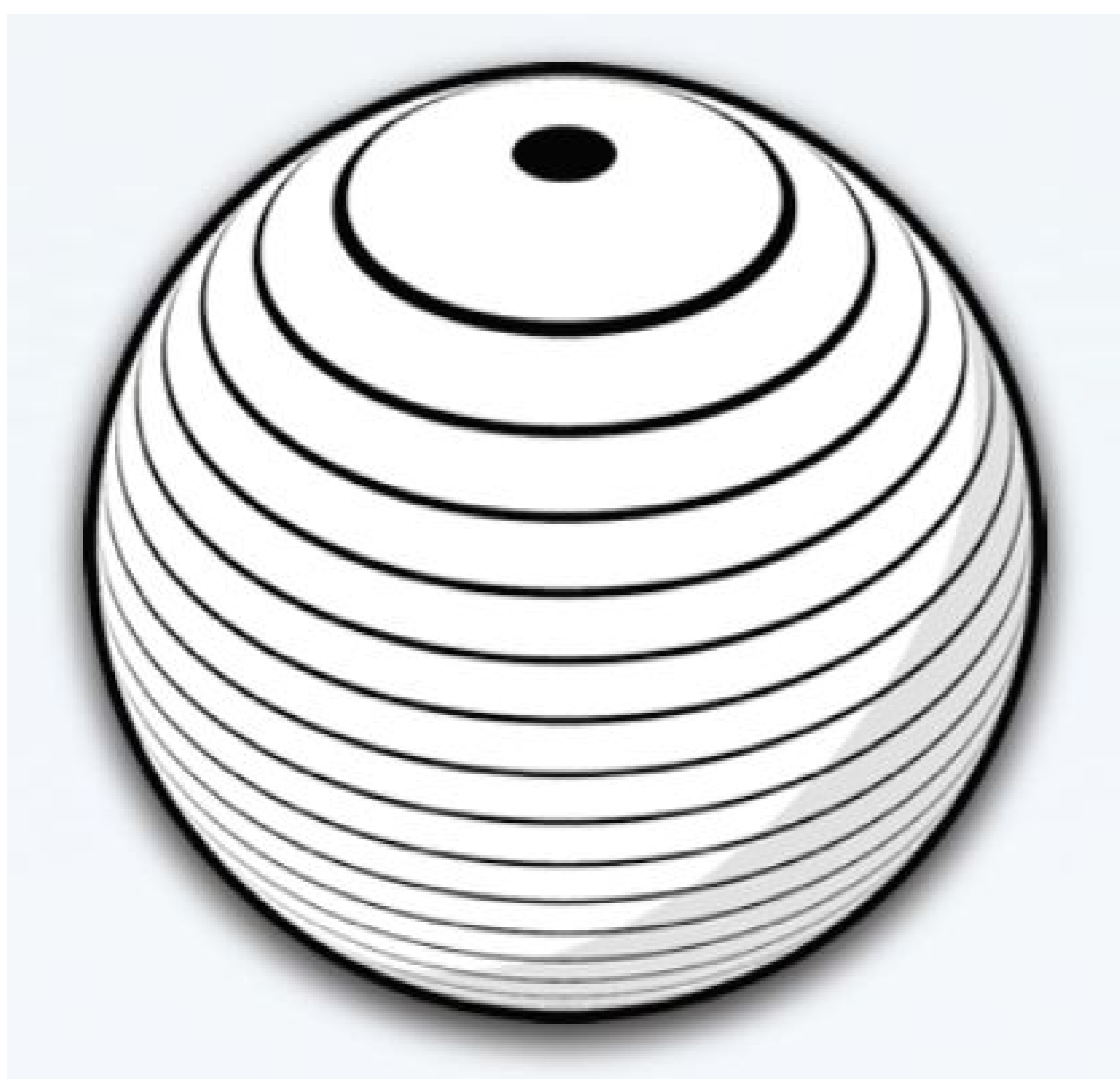
## 1 Teoría de foliaciones

Nuestra investigación aborda el estudio dinámico y cohomológico de espacios foliados, junto con el estudio analítico y K-teórico de los espacios no conmutativos asociados.

Una foliación (regular) es una partición de una variedad en subvariedades de la misma dimensión, las hojas, dispuestas localmente como las hojas de un libro, aunque su topología y su disposición globales pueden ser muy complejas. La influencia de la topología de la variedad ambiente sobre la topología y la dinámica transversa de las hojas ha sido una de las cuestiones fundamentales de la teoría de foliaciones desde sus inicios.

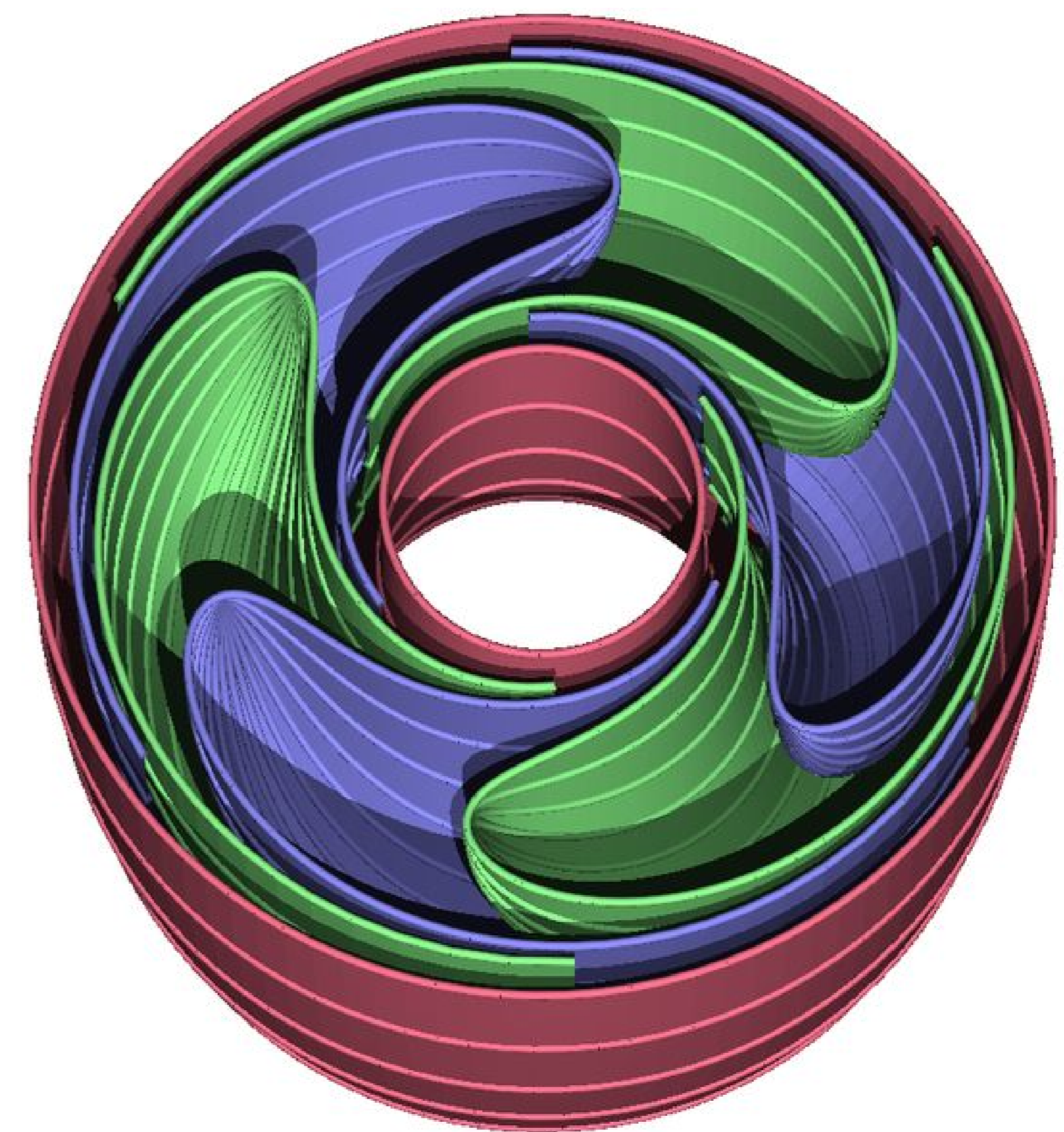


La foliación irracional del toro



Las órbitas de la acción usual del círculo sobre la esfera por rotaciones induce una foliación singular, en la que las hojas genéricas son círculos y los dos polos son hojas singulares de dimensión cero.

En la actualidad, la teoría de foliaciones es un campo multidisciplinar, no distinguible en esencia de la teoría de sistemas dinámicos, y que precisa de la aplicación de complejas y diversas técnicas geométricas, topológicas, analíticas y probabilísticas.



La foliación de Reeb vista sobre el toro lleno, vista tras un corte de toro

## 2 Nuestro trabajo

La supresión de algunas de las restricciones impuestas a las variedades foliadas clásicas, ha llevado a los especialistas en el tema al desarrollo de nuevas líneas de investigación; en particular, nuestro grupo centra su trabajo en:

- (i) el estudio de ciertos tipos de foliaciones singulares (supresión de la condición de regularidad);
- (ii) el estudio de foliaciones inducidas por las órbitas de la acción de un grupo de Lie sobre una variedad;
- (iii) el estudio de invariantes algebraicos que describan la estructura transversa de las foliaciones;
- (iv) el estudio analítico no conmutativo (a la Connes) de ciertos espacios foliados (supresión de la conmutatividad).

## 3 Importancia de la teoría de foliaciones

La teoría de foliaciones está jugando y jugará un papel fundamental en el estudio cualitativo del mundo físico (cosmología y física del estado sólido) y biológico (biología molecular, genómica y evolución), e interviene cada vez más en otros campos de la ciencia.

## 4 Publicaciones destacadas

1. F. Alcalde Cuesta, A. Lozano Rojo y M. Macho Stadler, *Transversely Cantor laminations as inverse limits*, Proceedings of the AMS 139 (7) (2011), 2615-2630.
2. M. Macho Stadler, *Espacios foliados: el punto de vista no conmutativo*, Revista del Seminario Iberoamericano de Matemáticas 3 (V-VI) (2008) 79-93.
3. J.I. Royo Prieto, M. Saralegi-Aranguren, *The Gysin sequence for  $S^3$ -actions on manifolds*, Publ. Math. Debrecen 83/3 (2013) 275-289.
4. J.I. Royo Prieto, H. Nozawa, *Torsion of Riemannian flows*, aceptado en Annales de l'Institut Fourier, 64 (2014).
5. J.I. Royo Prieto, M. Saralegi-Aranguren, *Intersection cohomology for circle actions*, aceptado en Revista de la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales. Serie A. Matemáticas, vol. 108 (2014).

\*Investigación financiada por EHU12/05 y MTM2010-15471

<sup>†</sup>UPV/EHU

<sup>‡</sup>U. Artois (Francia) y U. Jagiellonski (Polonia)