MATEMATIKA GEHIPENA – LEHENENGO AZTERKETA PARTZIALA
2002ko URTARRILaren 25a

LEHENENGO ZATIA

1 ARIKETA

A) 1.- Kalkula ezazu *f*(*z*) funtzio ANALITIKOA non:

$$\begin{cases} \mathrm{Re}\left[f'(z)\right] = 4x^3 - 12xy^2 \\ f(0) = 3i \\ f'(i) = 0 \end{cases}$$

funtzioa *z*-ren funtziotan emanez.

2.- Kalkula ezazu $f(1-\sqrt{3}\,i)$ balioa, emaitza era binomikotan emanez.

(5 puntu)

B) Arrazoituz, lor eta irudika itzazu *f*(*z*) = Log(sin*z*) funtzioaren puntu singularrak, sin*z* = sin*x* cosh*y* + i cos*x* sinh*y* dela jakinik.

(5 puntu)
Astia : 35 m.

---

2 ARIKETA

A) Honako funtzio hau emanik, $H_{ab}(t) = H_a(t) - H_b(t)$, non $0 < a < b$ eta $H_a(t) = H(t-a)$ diren, honako emaitza hauek eskatzen zaizkizu:

1.- $H_{ab}(t)$ eta $R_{ab}(t) = \int_0^t H_{ab}(u)\,du$, non $t > 0$, funtzioak grafikoki adieraz itzazu, labur arrazoituz.

2.- Beren Laplace transformatuak kalkula itzazu.

(5 puntu)

B) Ebatz ezazu hurrengo ekuazio diferentziala Laplace transformatua aplikatuz :

$$y'' + 4y = H_2(t)\sinh(t-2) \,,$$

$$\begin{cases} y(0) = 1 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$$

Oharra:

$f(t)$	$\sinh(at)$	$\cosh(at)$	e^{at}	$\sin(at)$	$\cos(at)$
$F(s) = \mathcal{L}\left[f(t)\right]$	$\dfrac{a}{s^2-a^2}$	$\dfrac{s}{s^2-a^2}$	$\dfrac{1}{s-a}$	$\dfrac{a}{s^2+a^2}$	$\dfrac{s}{s^2+a^2}$

(5 puntu)
Astia : 35 m.

Ikasgaia ikasturtean zehar gainditzeko lehenengo azterketa partzial honetako zati bakoitzean 2 edo nota handiago bat lortu behar dela gogorarazten da.

Garrantzizkoa: ariketa bakoitza koadernotxo ezberdin batean egin. 1 ariketa hasi eta 35 minutura jasoko da.

MATEMATIKA GEHIPENA – LEHENENGO AZTERKETA PARTZIALA
2002ko URTARRILaren 25a

BIGARREN ZATIA

1 ARIKETA

Har ezazu aintzakotzat:

$$f(t) = -t + 2$$

funtzioaren $0<t\leq 2$ luzapen periodikoa, $g(t)$ deituz.

1.- Aurresan al daiteke, inongo integralik egin gabe, bere Fourier seriezko garapeneko koefizienteek $a_1 = a_2 = ... = 0$ beteko duten? Arrazoi ezazu erantzuna.

2.- Aurresan al daiteke $a_0/2$ balioa? Arrazoi ezazu erantzuna.

3.- Lor ezazu Fourier seriezko garapena.

4.- Aurreko emaitzatik abiatuz, $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1}$ aurki ezazu.

(10 puntu)
Astia : 30 m.

---

2 ARIKETA

Bedi $f(t) = \begin{cases} e^{-t} & t \geq 0 \\ e^{t} & t \leq 0 \end{cases}$ funtzioa. Honako emaitza hauek eskatzen zaizkizu:

1.- $F(\omega) = \mathcal{F}\left[f(t)\right]$ kalkula.

2.- $I_1 = \int_{-\infty}^{0} \frac{\cos\omega}{1+\omega^2} d\omega$ kalkula, arrazoituz.

3.- Idem. $I_2 = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{(1+\omega^2)^2} d\omega$.

4.- $\mathcal{F}\left[\Pi_2(t)\right] = \frac{2\sin(\omega)}{\omega}$ dela jakinik, $I_3 = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin(\omega)}{\omega} \cdot \frac{1}{1+\omega^2} d\omega$ kalkula, arrazoituz..

5.- $F'(\omega)$ funtzioari dagokion propietatea enuntzia eta froga ezazu.

6.- $\mathcal{F}\,[t\, f(t)]$ kalkula.

(10 puntu)
Astia : 50 m.

Ikasgaia ikasturtean zehar gainditzeko lehenengo azterketa partzial honetako zati bakoitzean 2 edo nota handiago bat lortu behar dela gogorarazten da.

Garrantzizkoa: ariketa bakoitza koadernotxo ezberdin batean egin. 1 ariketa hasi eta 30 minutura jasoko da.