MATEMATIKA GEHIPENA

2003-6-2ko AZTERKETA

OHARRA: zati honetan lortuko den nota Matematika Gehipena ikasgaiko azken notaren 75% izango da. Ikasgaia gainditzeko zati bakoitzean 4 edo nota handiago bat lortu behar da.

LEHENENGO ARIKETA

A) A1) Taylor teorema enuntzia.

A2) Funtzio baten singulartasun isolatuak defini eta sailka itzazu. Defini ezazu $f(z)$ funtzio baten singulartasun isolatu bateko hondarra.

A3)
$$f(z)=\frac{(z-1)^2(z+3)}{1-\sin(\pi z/2)}$$

funtzioa emanik, ondokoak eskatzen dira:

1. $f(z)$ funtzioaren singulartasun isolatu guztiak aurki eta sailka itzazu.
2. $f(z)$ funtzioak polo bakunen bat izanez gero, kalkula ezazu bertako hondarra.
3. Bedi $\sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n$ $f(z)$ren Taylor garapenezko seriea. Kalkula itzazu serie horretako aurreneko hiru gaiak.

(7 puntu)

B) B1) Defini ezazu funtzioren konboluzioa eta Laplace transformaturako konboluzio teorema enuntzia.

B2) Delako teorema hori aplikatuz kalkula ezazu honako ekuazio integral honen ebazpena:

$$y(t)=t+e^t-\int_0^t y(u)\cdot\cosh(t-u)\,du$$

Oharra : $\mathrm{L}[t^n]=\dfrac{n!}{s^{n+1}}$; $\mathrm{L}[e^{at}]=\dfrac{1}{s-a}$

(4 puntu)

Astia: 1 h.

MATEMATIKA GEHIPENA

2003-6-2ko AZTERKETA

BIGARREN ARIKETA

A)

$$f(z) = \bar{z} + \frac{i}{2}(z + \bar{z})^2$$

funtzioa emanik, ondokoak eskatzen dira:

1. Zein puntutan da $f(z)$ analitikoa? Erantzuna arrazoi.

2. $I_1 = \int_{C_1} f(z)\,dz$ kalkula, C_1 lerroa $-1+i$ puntutik jatorrira doan $y = x^2$ parabolaren arkua izanik.

3. Bila ezazu $f(z) = \bar{z}$ betetzen duten plano konplexuko z puntuen leku geometrikoa, era kartesiarretan adieraziz.

4. $I_2 = \int_{C_2} f(z)\,dz$ kalkula, C_2 lerroa $-1+i$ puntutik jatorrira doan zuzenaren zatia izanik. Itxaro daiteke balioa 2 atalean kalkulatu den I_1 balioarekin bat etortzea? Arrazoi ezazu erantzuna eta I_2 balioa kalkula.

(4 puntu)

B) $f(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & t \geq 0 \end{cases}$ funtzioa ematen da. Ondokoak eskatzen dira :

1. Irudika ezazu:

   i) $f(\cos(x))$ funtzio konposatua

   ii) $y(x) = \sin(x) \cdot f(\cos(x))$ funtzioa

2. $y(x)$ Fourier seriez gara ezazu.

(4 puntu)

Astia: 50 min.

MATEMATIKA GEHIPENA

2003-6-2ko AZTERKETA

HIRUGARREN ARIKETA

A) $\mathrm{F}\left[\Pi_T(t)\right]=2\dfrac{\sin(\omega T/2)}{\omega}$ dela jakinik, kalkula ezazu $f(t)=\mathrm{F}^{-1}\left[\dfrac{\sin^2(\omega)}{\omega^2}\cdot e^{-i\omega}\right]$, f-ren adierazpen analitikoa adieraziz.

(3 puntu)

B) Kalkula ezazu, definizioa aplikatuz,

$$\mathrm{F}^{-1}\left[\frac{\cos(\omega)}{\omega}\cdot e^{-i\omega}\right].$$

(3,5 puntu)

C) Kalkula ezazu $\mathrm{F}\left[t\cdot g(t+2)\right]$, $G(\omega)=\mathrm{F}\left[g(t)\right]$ bada. Froga itzazu erabilitako Fourier transformatuaren propietateak.

(4,5 puntu)

Astia: 1 h 10 min.