

MATEMATIKA GEHIPENA

2003-09-19ko AZTERKETA

OHARRA: zati honetan lortutako nota Matematika Gehipena ikasgaiko 75%i dagokio. Gainditzeko, beharrezkoa da bi zatietako bakoitzean 4 edo nota handiago bat ateratzea.

LEHENENGO ARIKETA

A) Bedi $F(s)$ funtzioa $f(t)$ funtzio baten Laplace transformatua, $\forall s > s_0$ baliozkoa, eta a konstante erreal eta positibo bat. Ondoko hauek eskatzen dira:

1. $L[e^{at}]$ ondorioztatzea, transformatuaren definizioa aplikatuz.
2. $L[H(t-a)]$ ondorioztatzea.
3. $L[H(t-a) \cdot f(t-a)]$ ondorioztatzea.

(3 puntu)

B) Laplace transformatuaren bitartez, ebatz ezazu ondoko hastapen balio arazo hau:

$$y'' + 3y' + 2y = H(t-2) \quad , \quad y(0) = y'(0) = 0.$$

(3 puntu)

C) Bedi $f(t) = \frac{\pi}{4} \cdot \sin\left(\frac{\pi t}{2L}\right)$ funtzioa. $(0, L)$ tartean $f(t)$ rekin bat datozen funtzioen Fourier serieak $[-3L, 3L]$ tartean irudikatzea eskatzen da, ahalik eta periodo txikienekoak eta ondoko ezaugarriak dituztenak:

1. $\varphi_1(t)$, sinuzko seriea. Kasu honetan seriearen adierazpena eman behar da.
2. $\varphi_2(t)$, kosinuzko seriea.
3. $\varphi_3(t)$, kosinu bakoitzko seriea.

Zein balio hartuko dituzte aurreko funtzioek $t = 0, L$ eta $5L/2$ puntuetan?

(4 puntu)

Astia: 50 minutu

MATEMATIKA GEHIPENA

2003-09-19ko AZTERKETA

BIGARREN ARIKETA

A) Azter ezazu ea bere zati errealak ondoko baldintzak betetzen dituen funtzio analitikorik dagoen:

1. x^2 -ren funtzio bakarrik.

2. x -ren funtzio bakarrik.

Posible den kasuetan, aurki itzazu funtzio analitikoak.

(3 puntu)

B) 1. Lor ezazu $w = \arg \cosh(z)$ funtzioaren adierazpen logaritmikoa.

2. $\cosh(z) = i$ ekuazioa ebatz.

(3 puntu)

C)

$$f(t) = |\sin(t)| \cdot [H(t) - H(t - 2\pi)]$$

funtzioa emanik, hurrengoak eskatzen dira:

1. Bere adierazpen grafikoa.

2. $F(\omega) = \mathcal{L}[f(t)]$ lortu gabe, $F(0)$ kalkulatzea.

3. $\int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) \cdot d\omega$ integrala kalkulatzea inongo integralik egin gabe.

(4 puntu)

Astia: 50 minutu

MATEMATIKA GEHIPENA

2003-09-19ko AZTERKETA

HIRUGARREN ARIKETA

A) Kalkula ezazu ondoko zenbaki errealak :

$$\int_0^{2\pi} (\sin \vartheta + \cos \vartheta)^m d\vartheta \quad \text{non } m \in \mathbb{N} \quad (m = 1, 2, \dots)$$

(4 puntu)

B) 1) Zenbat z -ren berredurazko serie garapen onartzen ditu ondoko funtzio honek?
Erantzuna justifika.

$$f(z) = \text{Log}(2+z) + \frac{1}{\sinh(z)}$$

Logaritmo funtzioaren ebakidura: ardatz irudikari positiboa eta

$$\text{Log}(z) = L\rho + i\vartheta \quad \vartheta \in (-3\pi/2, \pi/2]$$

2) Aurreko garapenen artean $z=1/2$ puntuan baliozkoa dena aintzakotzat harturik, Kalkula itzazu delako garapenaren aurreneko gaiak, z^3 berredurara arte.

3) Egiazta ezazu

$$\text{Res}[f(z) + g(z), z = a] = \text{Res}[f(z), z = a] + \text{Res}[g(z), z = a]$$

betetzen dela, eta kalkula ezazu

$$\text{Res}\left[\text{Log}(2+z) + \frac{1}{\sinh^2(z)}, z = 0\right]$$

(6 puntu)

Astia: 1 ordu