

MATEMATIKA GEHIPENA

2004-06-30eko AZTERKETA

OHARRA: zati honetan lortuko den nota Matematika Gehipena ikasgaiko azken notaren 75% izango da. Ikasgaia gainditzeko zati bakoitzean 4 edo nota handiago bat lortu behar da.

LEHENENGO ARIKETA

A) A1) Lor ezazu

$$f(x) = \begin{cases} x & 0 < x < 1 \\ x + 1 & 1 < x < 2 \\ 0 & x > 2 \end{cases}$$

funtzioaren Fourier integralaren sinu era.

A2) Aurreko ataletik abiatuz kalkula ezazu ondoko integral hau:

$$\int_0^{\infty} \left(\frac{\cos x \cdot \sin x}{x} - \frac{3 \cos 2x \cdot \sin x}{x} + \frac{\sin x \cdot \sin 2x}{x^2} \right) dx$$

Oharra:

$$\int x \cdot \sin(ax) dx = \frac{\sin(ax)}{a^2} - \frac{x \cdot \cos(ax)}{a}$$

$$\int x \cdot \cos(ax) dx = \frac{\cos(ax)}{a^2} + \frac{x \cdot \sin(ax)}{a}$$

(4 Puntu)

B) Arrazoituz, kalkula ezazu ondoko integral hau hondar teoria erabiliz:

$$\int_0^{\infty} \frac{x^4}{x^6 - 1} dx$$

(3 Puntu)

C) Zehatz ezazu singularitasun mota eta hondarra ondoko kasu hauetan:

C1) $\frac{e^{2z}}{(z-1)^4}$; z = 1 puntuan

C2) $\frac{z - \sin z}{z^2}$; z = 0 puntuan

C3) $(z-2) \cdot \sin\left(\frac{1}{z+2}\right)$; z = -2 puntuan

(3 Puntu)

Astia: 1h.

MATEMATIKA GEHIPENA

2004-06-30eko AZTERKETA

BIGARREN ARIKETA

A) Bila itzazu $f(z) = u(x,y) + i v(x,y)$ funtzio osoak zeintzuen zati irudikaria $\left(\frac{x}{y}\right)$ -ren **funtzio** den, hau da, $v(x,y) = \varphi\left(\frac{x}{y}\right)$. Lor itzazu ere $f(z)$ ren zati erreal eta irudikaria x eta y -ren funtziotan.

(4 Puntu)

B) Aurki ezazu analitikoki eta grafikoki

$$f(z) = \sqrt{\frac{z-1}{z-2}}$$

funtzioaren analitikotasun eremurik handiena, eta baita adarkatze puntuak ere.

Oharra: logaritmo funtzioaren hurrengo determinazio hau hartu behar da:

$$\text{Log}(z) = \text{Log}|z| + i \cdot \text{Arg}(z) \quad , \quad -\pi/2 < \text{Arg}(z) < 3\pi/2$$

(3 Puntu)

C) Bedi C lerroa zentroa $z_0 = 1 + i$ puntuan duen eta $z_1 = i$ eta $z_2 = 1$ puntuak lotzen dituen zirkunferentzi arku, noranzko positibotan hartua. Kalkula ezazu ondoko integral hau:

$$\int_C |(1+i) - z| \cdot \bar{z} \cdot dz$$

(3 Puntu)

Astia : 1h.

Oharra : ariketa hau bukatutakoan 15 minutuko atsedenaldirik izango da, eta gero azkena den hirugarren ariketa.

MATEMATIKA GEHIPENA
2004-06-30eko AZTERKETA

HIRUGARREN ARIKETA

A) Defini itzazu aldagai konplexuko $w = f(z)$ funtzio baten z_0 puntu bateko jarraitasun, deribagarritasun, eta analitikotasun kontzeptuak. Azal ezazu, behar denean frogatuz, hiru kontzeptu horien arteko harremana.

(3 Puntu)

B) Kalkula:

$$L^{-1} \left[\frac{1}{(s-s_1)(s-s_2)} \right] \quad \text{non} \quad \begin{cases} s_1, s_2 \in \mathbb{C} \\ s_1 \neq s_2 \end{cases}$$

$s_1 = i$ eta $s_2 = -i$ diren kasu partikularrean, zein emaitza ezagun lortzen da alderantzizko transformatu honetarako?

(3.5 Puntu)

C) Laplace transformatua erabiliz, ebatz ezazu ondoko ekuazio diferentzial hau:

$$y''' + y = x \cdot e^x \quad \text{non} \quad y''(0) = y'(0) = y(0) = 0$$

(3.5 Puntu)

Astia : 1h.

MATEMATIKA GEHIPENA

2004-06-30eko AZTERKETA

OHARRA: ariketa hau 2. partziala gainditu gabe duten ikasleek egin behar dute bakarrik. Lortuko duten nota eta 1. partzialekoaren arteko batzbestea egingo da. Batzbesteko hau Matematika Gehipena ikasgaiko azken notaren 75% izango da. Gainditzeko beharrezkoa izango da 4 edo nota handiago bat izatea zatietako bakoitzean.

LEHENENGO ARIKETA

A) Arrazoituz, kalkula ezazu ondoko integral hau hondar teoria erabiliz:

$$\int_0^{\infty} \frac{x^4}{x^6 - 1} dx$$

(3.5 Puntu)

B) Zehatz ezazu singularitasun mota eta hondarra ondoko kasu hauetan:

B1) $\frac{e^{2z}}{(z-1)^4}$; z = 1 puntuan

B2) $\frac{z - \sin z}{z^2}$; z = 0 puntuan

B3) $(z-2) \cdot \sin\left(\frac{1}{z+2}\right)$; z = -2 puntuan

(3 Puntu)

C) Bedi C lerroa zentroa $z_0 = 1 + i$ puntuan duen eta $z_1 = i$ eta $z_2 = 1$ puntuak lotzen dituen zirkunferentzi arku, noranzko positibotan hartua. Kalkula ezazu ondoko integral hau:

$$\int_C |(1+i) - z| \cdot \bar{z} \cdot dz$$

(3.5 Puntu)

Astia : 1h.