AMPLIACIÓN DE MATEMÁTICAS – PRIMER EXAMEN PARCIAL
7 DE FEBRERO DE 2005

- ***EJERCICIO 1***

A) Resolver el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden con condiciones iniciales, utilizando la transformada de Laplace:

$$y_1'(t)+y_2'(t) = 2Sh(t)$$
$$y_2'(t)+y_3'(t) = e^t$$
$$y_1'(t)+y_3'(t) = 2e^t+e^{-t}$$
$$y_1(0)=1 \;,\; y_2(0)=1 \;,\; y_3(0)=0$$

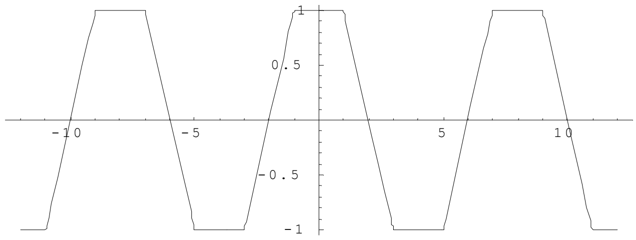
(2.5 puntos)

B) B1) Definir la Función de Transferencia de un Sistema para la Transformada de Laplace.

El sistema de la figura tiene una función de transferencia : $G(s)=\dfrac{e^{-s}\cdot s}{s^2+4s+5}$, se pide obtener la respuesta del sistema y(t) cuando la entrada es $r(t)=6e^{-2t}$

(2.5 puntos)

C) Se da la función periódica g(t) de la figura :



Se pide:
1º.- ¿Qué coeficientes del desarrollo en serie de Fourier de g(t) son nulos? ¿Por qué?
2º.- Plantear las integrales correspondientes al cálculo de los coeficientes distintos de cero.
3º.- Plantear la serie de Fourier correspondiente.

(2 puntos)

D) D1) Sabiendo que $\mathcal{F}\left[\Pi_T(t)\right]=\dfrac{2sen\left(\omega T/2\right)}{\omega}$, calcular la siguiente convolución:

$$f(t)=\Pi_4(t)*\Pi_4(t)$$

Y su transformada de Fourier.

D2) Enunciar y demostrar la fórmula de Parseval.

D3) A partir de los apartados anteriores, calcular :

$$\int_0^{\infty}\frac{sen^3(2x)}{x^3}dx$$

(8 puntos)
Tiempo 1h.30m.

AMPLIACIÓN DE MATEMÁTICAS – PRIMER EXAMEN PARCIAL
7 DE FEBRERO DE 2005

- ***EJERCICIO 2***

A) Sea f(t) = H(-t). Expresar analítica y gráficamente $f\left(x^2-4\right)$.

Sea g(t) la función periódica que coincide con $f\left(x^2-4\right)$ en [-3,3]. Se pide:

a) Obtener la forma compleja de la serie de Fourier de g(t).
b) Obtener la forma real de dicha serie a partir del resultado anterior.
c) Sumar la serie :

$$S=\left(1-\frac{1}{2}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{7}-\frac{1}{8}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\cdots\right)$$

B) Hallar tres números complejos z_1, z_2 y z_3 cuyos afijos equidisten entre sí y del afijo de otro número complejo z_0, sabiendo que z_0 y z_1 sol respectivamente las soluciones de las ecuaciones :

$$z^3-8i=0 \quad y \quad z^2-\left(2\sqrt{3}+i\right)z+\left(2-2\sqrt{3}i\right)=0$$

Situadas en el primer cuadrante.

C) C1) ¿ Existen funciones analíticas f(z) tales que :

$$\operatorname{Im}\left[f(z)\right]=senx\cdot Shy$$

En caso afirmativo calcular la función f(z) tal que f(0) = 1.

C2) Resolver la ecuación : f(z) = 2-i y representar gráficamente las soluciones.

D) D1) Deducir la expresión logarítmica de la función $w=ArgTh(z)$.

D2) Hallar analítica y gráficamente el mayor dominio de analiticidad de la función : $w=ArgTh(z^2)$.

E) Hallar los puntos de acumulación del conjunto formado por los ceros de la función : $f(z)=Ch\left(\dfrac{\pi}{z-2\pi}\right)$.