

MATEMATIKA GEHIPENA

2005-09-08ko AZTERKETA

OHARRA: zati honetan lortutako nota Matematika Gehipena ikasgaiko azkeneko notaren 75% da. Ikasgaia gainditzeko beharrezkoa da zatietako bakoitzean 4 edo nota handiago bat izatea.

LEHENENGO ARIKETA

A1) Defini ezazu $f(t)$ funtzio baten Laplace transformatua eta enuntzia itzazu bere transformatua existitzeko $f(t)$ k bete behar dituen baldintzak.

A2) Bedi $f(t) = \begin{cases} 3 & 0 < t < 6 \\ e^{-2t} & 6 < t \end{cases}$, ondoko emaitza hauek eskatzen dira:

1. $\mathcal{L}[f(t)]$ definizioaren bitartez kalkulatzeara.

2. $\mathcal{L}[H(t)]$ kalkulatzeara, $H(t)$ maila funtzioa izanik: $H(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & t \geq 0 \end{cases}$

3. $f(t)$ maila funtzioaren bitartez definitzea.

4. $\mathcal{L}[f(t)]$ kalkulatzeara, aurreko ataleko definiziotik abiatuta eta Laplace transformatuaren propietateak erabiliz.

5. Aurreko atalean erabili dituzun Laplace transformatuaren propietateak enuntziatzea.

(5 puntu)

B) $H(t)$ maila funtzioa izanik, hurrengo emaitza hauek eskatzen dira:

1. $\left\{ \begin{array}{l} f(t) = H(\cos(t)) \\ y(t) = \sin(t) \cdot f(t) \end{array} \right\}$ funtzioak grafikoki adieraztea

2. $y(t)$ funtzioa Fourier seriez garatzea.

(3 puntu)

C) $\Pi_T(t) = \begin{cases} 1 & |t| < T/2 \\ 0 & |t| > T/2 \end{cases}$ pulsu laukizuzenaren $\mathcal{F}[\Pi_T(t)] = 2 \frac{\sin(\omega T/2)}{\omega}$

transformatutik abiatuz, lor ezazu $f(\omega) = \mathcal{F}^{-1} \left[\frac{\sin^2(\omega)}{\omega^2} \cdot e^{-i\omega} \right]$ funtzioaren adierazpen analitikoa eta grafikoki adieraz ezazu, erabili diren Fourier transformatuaren propietateak adieraziz.

(5 puntu)

D) Ondoko ekuazio hau ebatz, emaitza era binomikotan emanaz:

$$(1+z)^5 = (1-z)^5$$

(2 puntu)

Astia : 1 h. 30 m.

(Ariketa hau eta gero 10 minutuko atseden bati zango da)

MATEMATIKA GEHIPENA

2005-09-08ko AZTERKETA

BIGARREN ARIKETA

A1) Enuntzia ezazu Laurent teorema.

A2) Gara ezazu $(z-1)$ berreturatan ondoko funtzio hau, konbergentzi zirkulua adieraziz:

$$f(z) = \cos^2 \left(\frac{z^2 - 2z + 3}{(z-1)^2} \right)$$

A3) Aurreko ataletatik abiatuta, kalkula ezazu hurrengo integral hau:

$$\oint_{|z-1|=2} (z-1)^7 \cdot \cos^2 \left(\frac{z^2 - 2z + 3}{(z-1)^2} \right) dz$$

(4 puntu)

B) Cauchyren teoremak erabiliz, kalkula ezazu:

$$\oint_{|z|=1} \frac{\sinh(n \cdot z)}{z^n} dz, \quad n \in \mathbb{Z}$$

(3.5 puntu)

C) Honako integral honen Cauchyren Balio Nagusia kalkula:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{2x \cdot \sin(3x) \cdot \cos(3x)}{(x^2 + 1)(x-1)} dx$$

(3.5 puntu)

D) Kalkula ezazu

$$f(z) = i \cdot (z^2 - z)$$

funtzioaren zati irudikariaren batezbesteko balioa $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 3 = 0$ zirkunferentziaren gainean.

(2 puntu)

E) $z = x+i$ y izanik, zehatz ezazu zein izan behar den x eta y ren arteko harremana $\cos(z)$ ren modulua 1 izateko.

(2 puntu)

Astia : 1 h. 30 m.