

Matematika Gehipena. Ingeniaritza Industrial, 2. kurtsoa
2006ko maiatzak 19. Bigarren azterketa partzial.

LEHEN ARIKETA

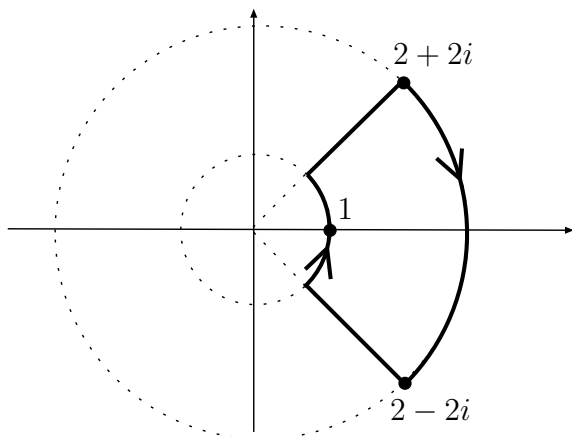
1. Baldintza batzuekin,

$$f(z) = \frac{g(z)}{h(z)}$$

funtzioaren z_0 puntuko hondarra kalkula daiteke, z_0 -n h funtzioaren deribatuen balioa agertzen den formula bat erabiliz. Enuntzia itzazu adierazitako baldintzak. Enuntzia eta froga ezazu adierazitako formula.

2.5 puntu

2. Kalkula itzazu C mugaldean zeharreko ondorengo integralak:



(a) $\oint_C \frac{z}{z} dz$

(b) $\oint_C \frac{z^2 + z + 1}{z - 2} dz$

4 puntu

3. Sailka itzazu ondorengo funtzioaren singularitasun isolatuak:

$$f(z) = \frac{(z-1)^3(z^2-4)}{\sin^3(\pi z)} + \text{Log}(z+3)$$

3.5 puntu

ASTIA: 45 minutu.

Matematika Gehipena. Ingeniaritza Industrial, 2. kurtsoa
2006ko maiatzak 19. Bigarren azterketa partzial.

BIGARREN ARIKETA

1. Bedi ondorengo aldagai konplexuko funtzio konplexua

$$f(z) = \frac{4z + 1}{z^3 - 3z - 2} = \frac{1}{z - 2} - \frac{1}{z + 1} + \frac{1}{(z + 1)^2}.$$

- (a) Adierazi, arrazoituz, zenbat z -zko berreturazko serie garapen desberdin onartzen dituen. Kasu bakoitzean, aipatu garapen mota eta baliozkoa den eremua.
- (b) Kalkula ezazu $i + 1$ puntua daukan eremuari dagokion z -zko berreturazko serie garapena.
- (c) Aurreko ataleko garapena erabiliz, kalkula itzazu ondorengo integralak:

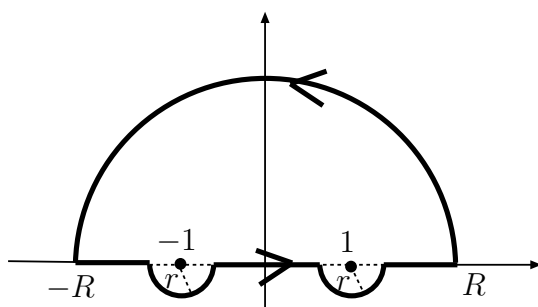
- $I_1 = \oint_{|z|=3/2} \frac{z^5(4z + 1)}{z^3 - 3z - 2} dz;$
- $I_2 = \oint_{|z|=3/2} \frac{4z + 1}{z^5(z^3 - 3z - 2)} dz.$

6 puntu

2. Kalkula ezazu, arrazoituz, ondorengo integral inpropioaren Cauchy Balio Nagusia:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos x}{x^2 - 1} dx$$

ondorengo eremuaren mugaldea **derrigorrez** erabiliz:



4 puntu

ASTIA: 45 minutu.