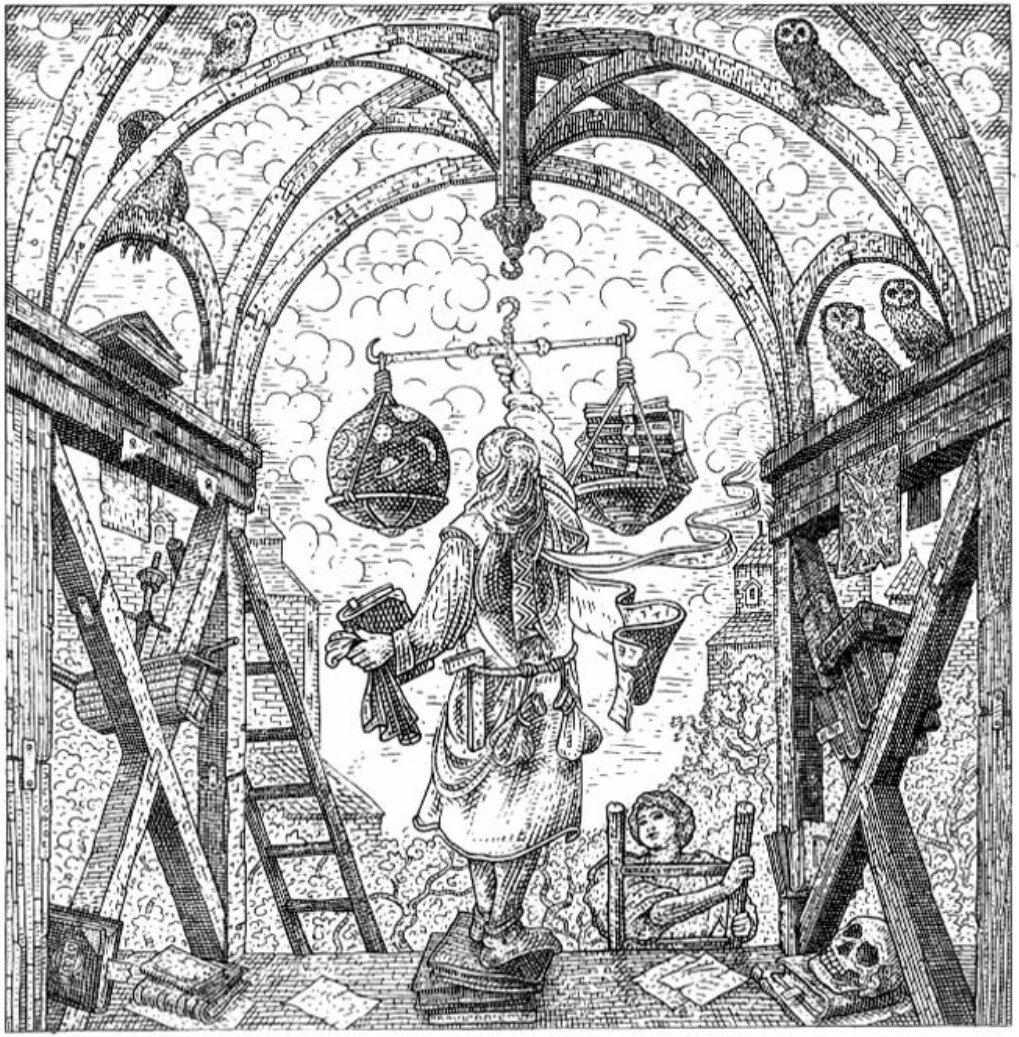
¿Don Limpio está realmente calvo?

Marta Macho Stadler (UPV-EHU)

***Alicante*, 18/05/2007**



***Ship of fools*, I. Orosz**

Las paradojas han tenido un papel crucial en la historia intelectual, a menudo presentando los desarrollos revolucionarios de las Ciencias, de las matemáticas y de la lógica.
Cada vez que, en cualquier disciplina, aparece un problema que no puede resolverse en el interior del cuadro conceptual susceptible de aplicarse, experimentamos un choque, choque que puede constreñirnos a rechazar la antigua estructura inadecuada y a adoptar una nueva.
Es a este proceso de mutación intelectual al que se le debe el nacimiento de la mayor parte de las ideas matemáticas y científicas.

"Escapar a la paradoja"
1967

Anatol Rapoport (1911-)

Convivimos con las paradojas, aunque a veces no nos demos cuenta…

No se admiten perros en los parques o en las áreas de juego.

A aquellos que lancen objetos a los cocodrilos, se les pedirá que los recuperen.

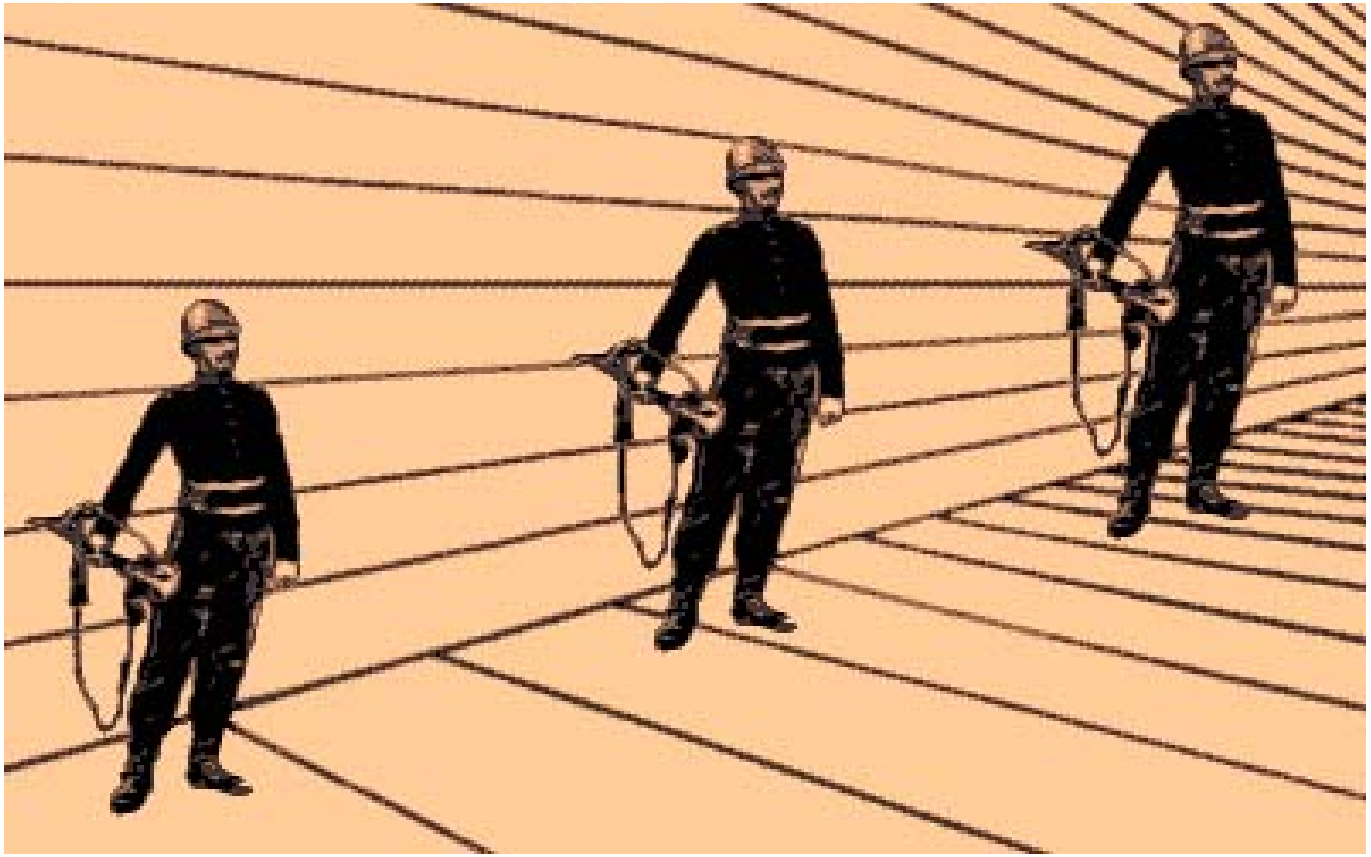
Guión de la charla

1. Paradojas visuales y geométricas
2. Paradojas del infinito
3. Paradojas lógicas
4. Paradojas semánticas
5. Paradojas de la vaguedad
6. Paradojas de la confirmación
7. Paradojas de la predicción
8. Paradojas físicas
9. Paradojas de la teoría de la probabilidad
10. Paradojas topológicas

Paradoja de la perspectiva

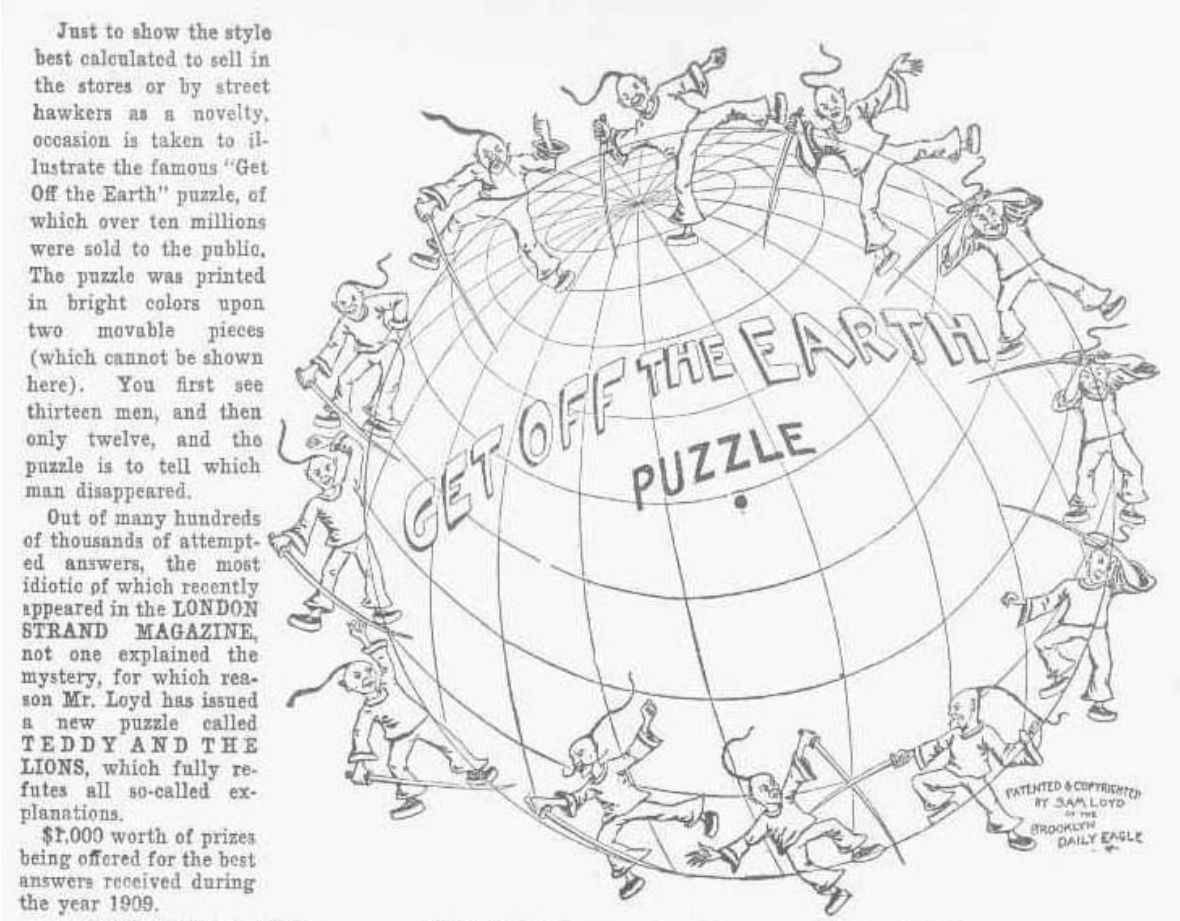
Paradoja de la perspectiva ascendente

¿Son los soldados del mismo tamaño?



Desapariciones geométricas

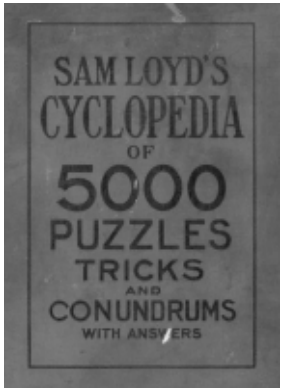
Rompecabezas "*Abandone la Tierra", 1914*
Sam Loyd (1841-1911)



Just to show the style best calculated to sell in the stores or by street hawkers as a novelty, occasion is taken to illustrate the famous "Get Off the Earth" puzzle, of which over ten millions were sold to the public. The puzzle was printed in bright colors upon two movable pieces (which cannot be shown here). You first see thirteen men, and then only twelve, and the puzzle is to tell which man disappeared.

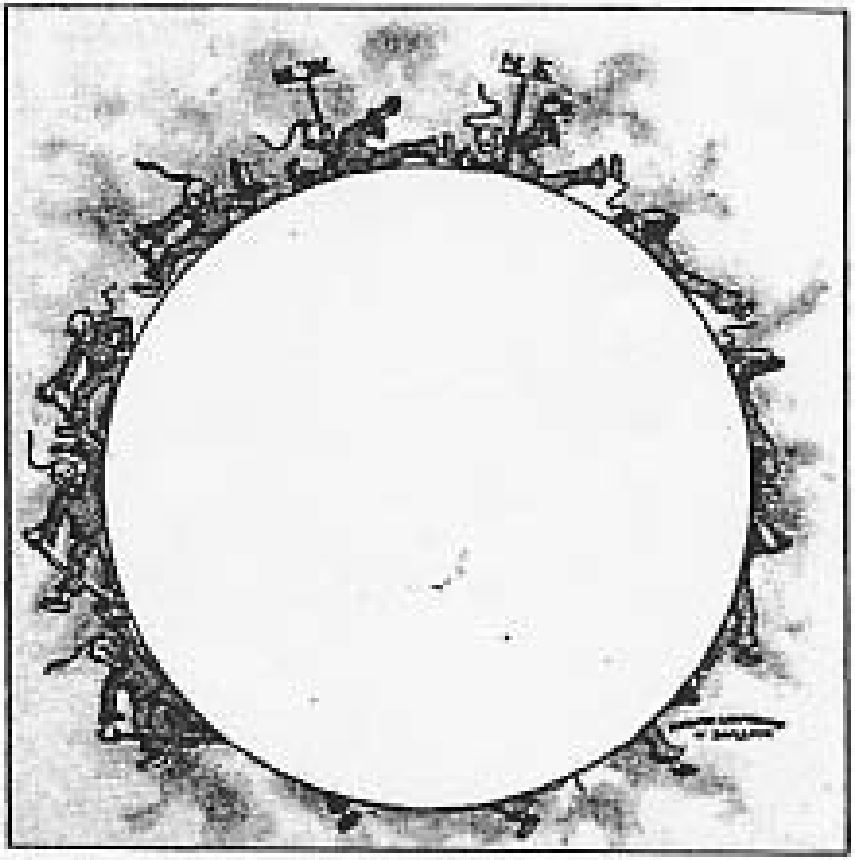
Out of many hundreds of thousands of attempted answers, the most idiotic of which recently appeared in the LONDON STRAND MAGAZINE, not one explained the mystery, for which reason Mr. Loyd has issued a new puzzle called TEDDY AND THE LIONS, which fully refutes all so-called explanations.

$1,000 worth of prizes being offered for the best answers received during the year 1909.

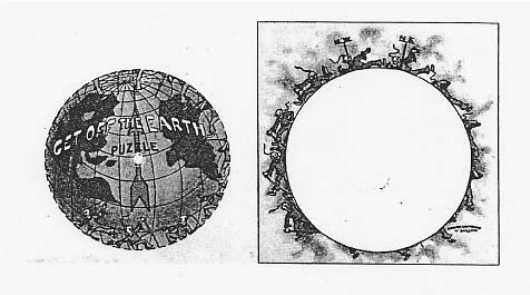


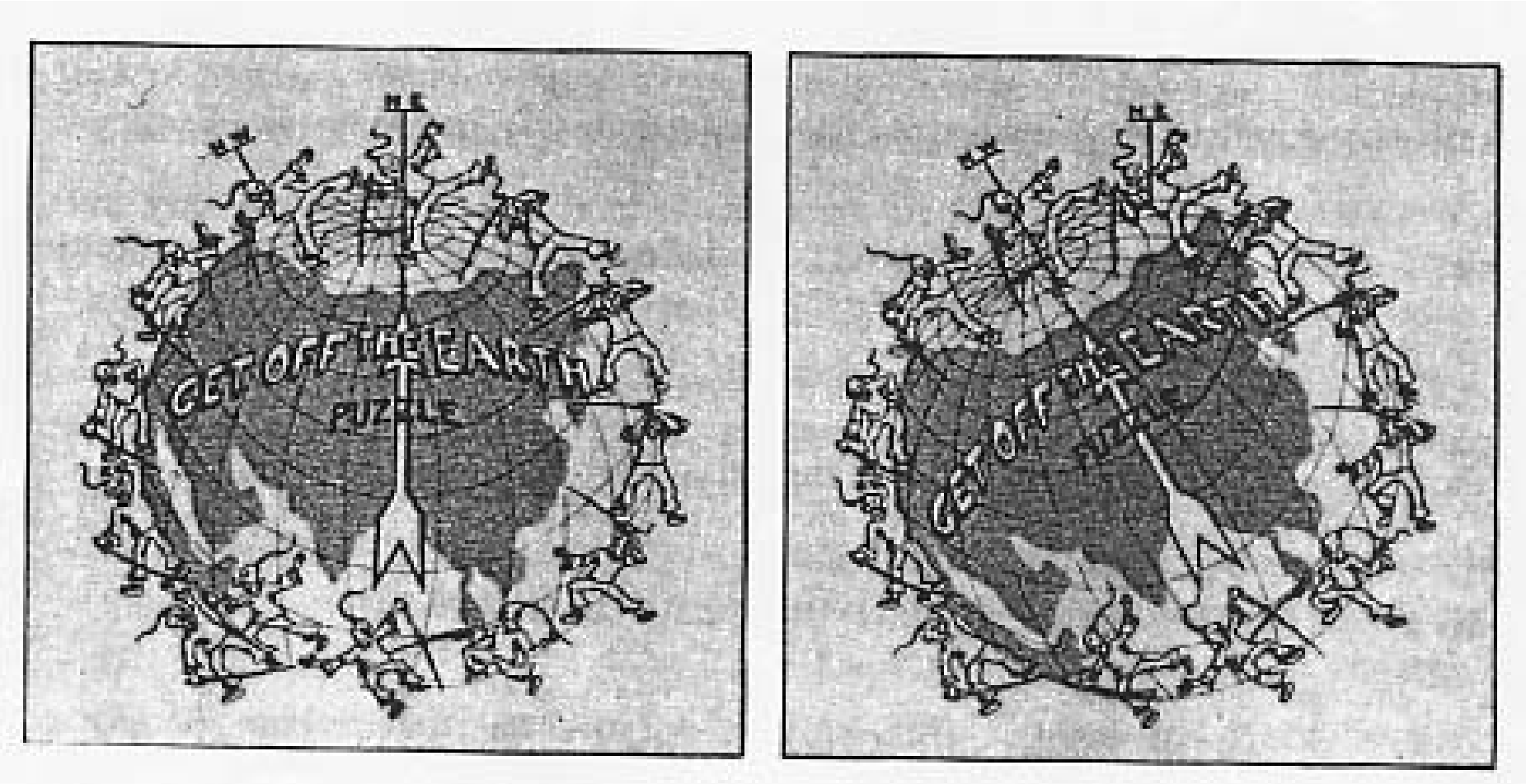
Rompecabezas *“Abandone la Tierra”, Sam Loyd*

http://www.mathpuzzle.com/loydl



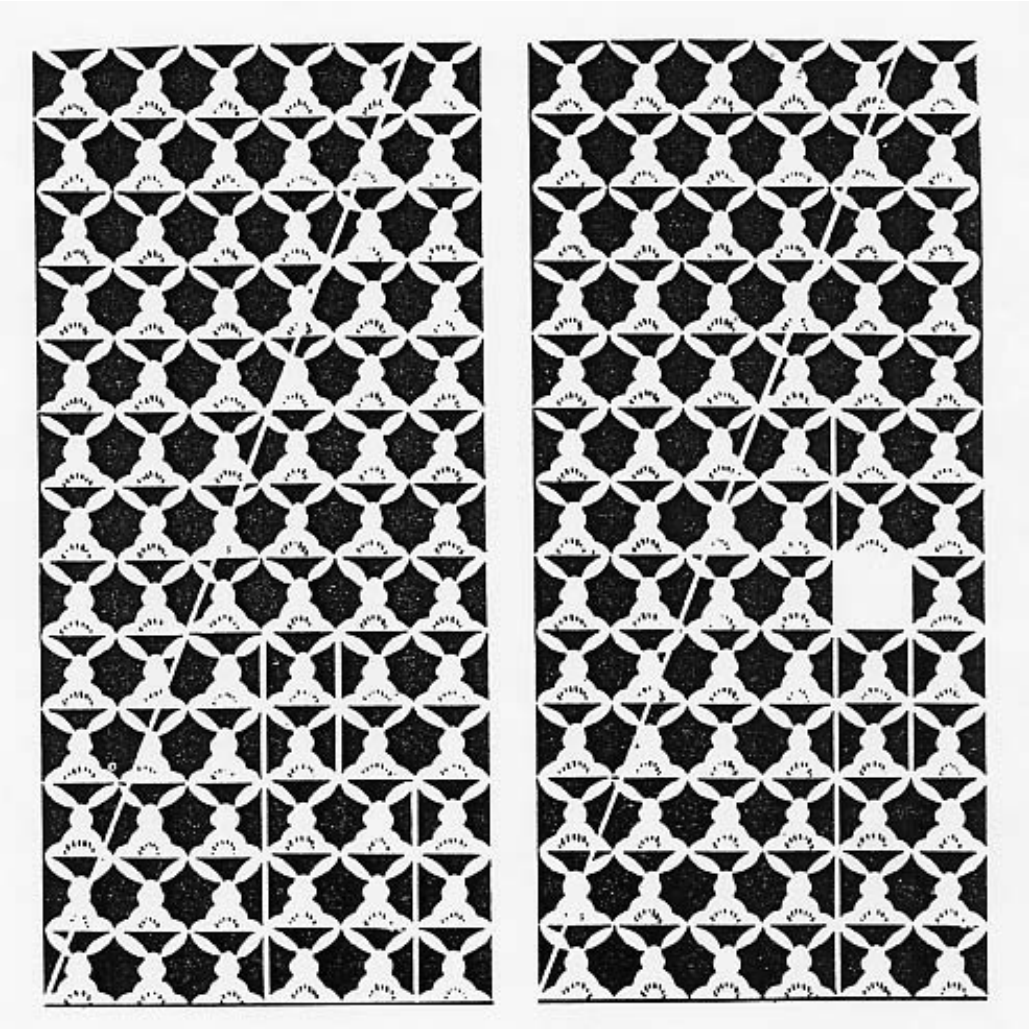
“Abandone la Tierra”, Sam Loyd





13 guerreros al norte… y 12 guerreros al noroeste

Desapariciones geométricas



Paradoja de Curry

El primer rectángulo tiene 6x13=78 conejos.

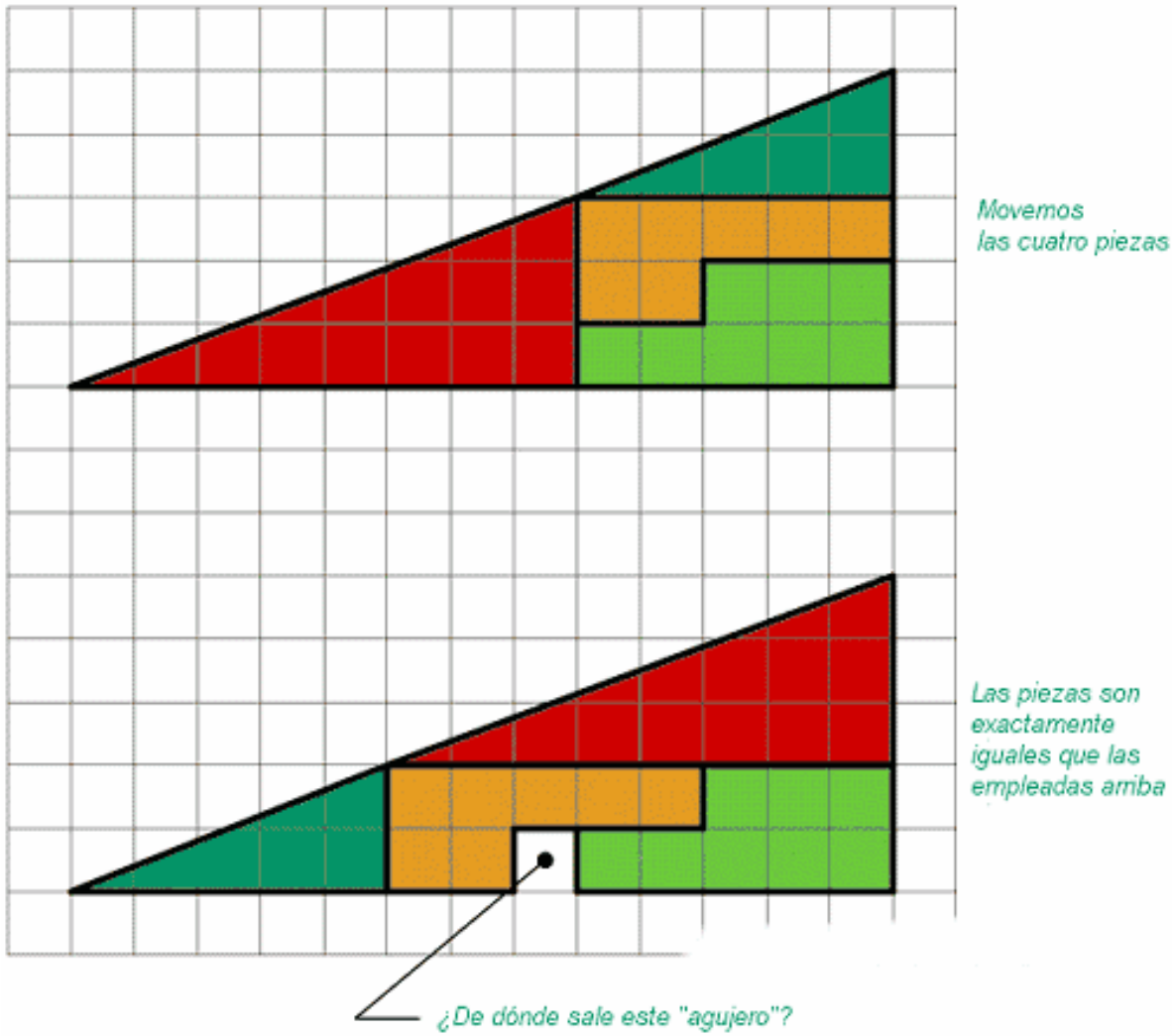
Tras cortar y recolocar quedan ¡77 conejos!

¿Dónde ha quedado el conejo que falta?

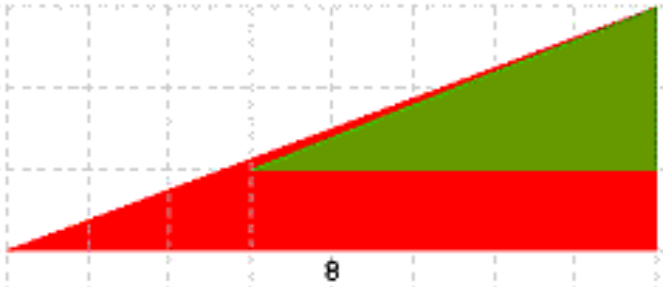
Desapariciones geométricas

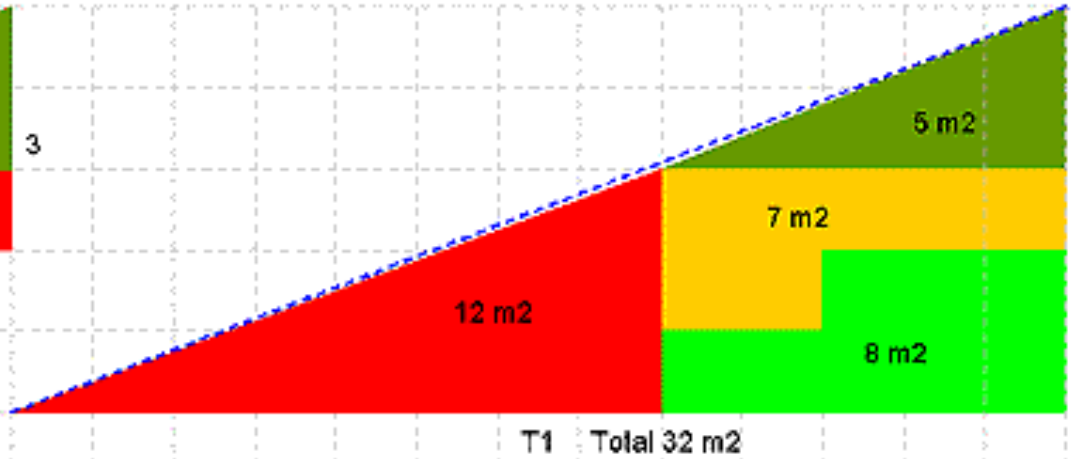
Una paradoja de Hooper

La aparente pérdida de superficie es debida al reajuste de los trozos.



EL TRUCO ESTA EN EL BORDE NEGRO QUE OCULTA QUE LOS DOS TRIANGULOS NO SON PROPORCIONALES
LOS DOS TRIANGULOS NO TIENEN LA MISMA PENDIENTE





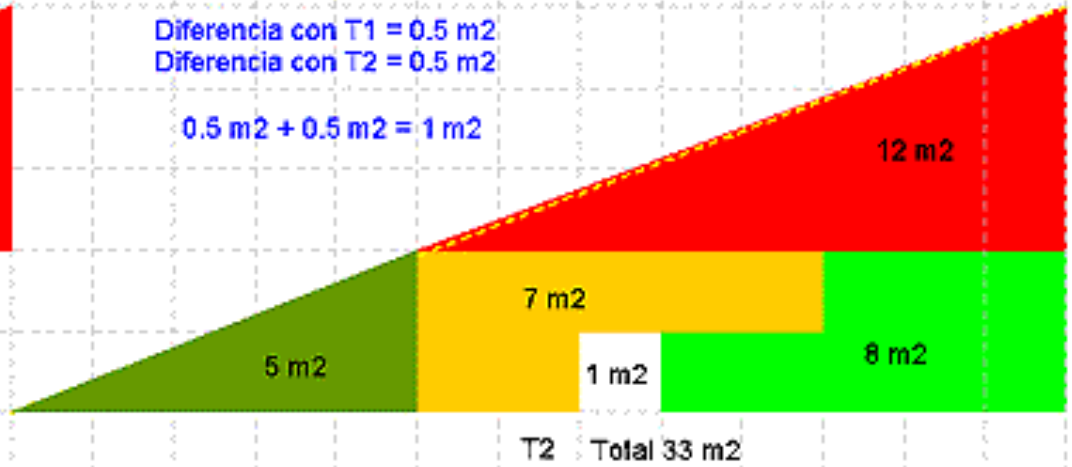
Los dos triángulos no tienen la misma pendiente

$$\frac{8}{3} \neq \frac{5}{2}$$

Area del triángulo ficticio 13 x 5
(13 x 5) : 2 = 32.5 m2

Diferencia con T1 = 0.5 m2
Diferencia con T2 = 0.5 m2

0.5 m2 + 0.5 m2 = 1 m2

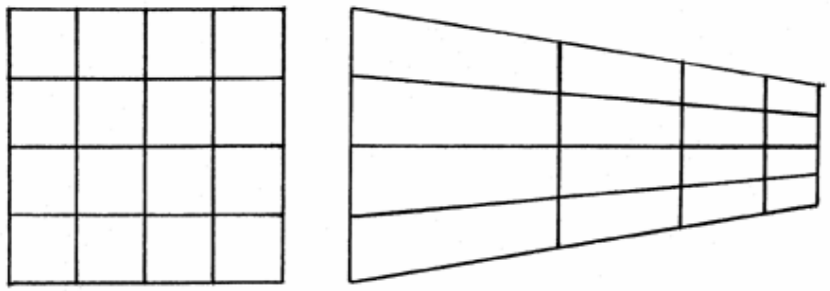


Anamorfosis

Una anamorfosis es una deformación reversible de una imagen a través de procedimientos matemáticos u ópticos.

En este grabado de Durero (velo de Alberti), el artista usa un retículo para guardar las proporciones de la modelo.

¿Y si no se coloca el enrejado de forma perpendicular?



Anamorfosis

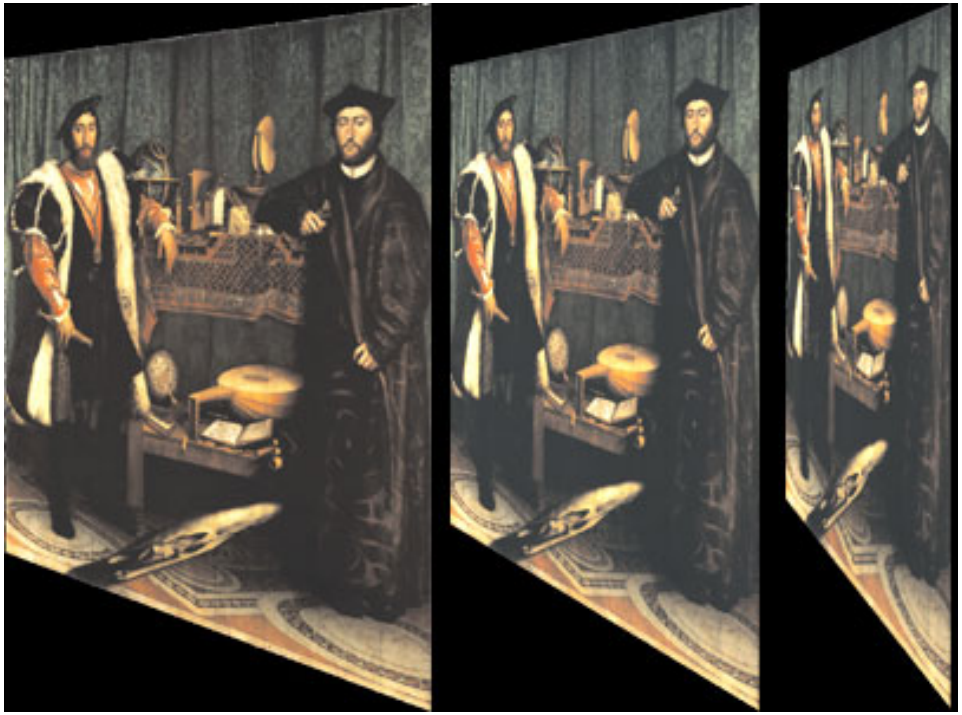
"Los Embajadores" (1533)

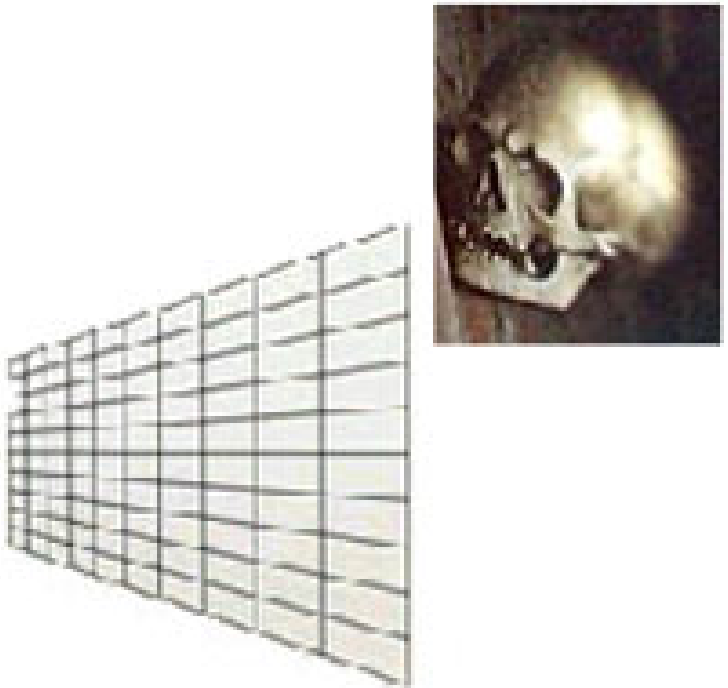
por

Holbein el joven (1497-1543)

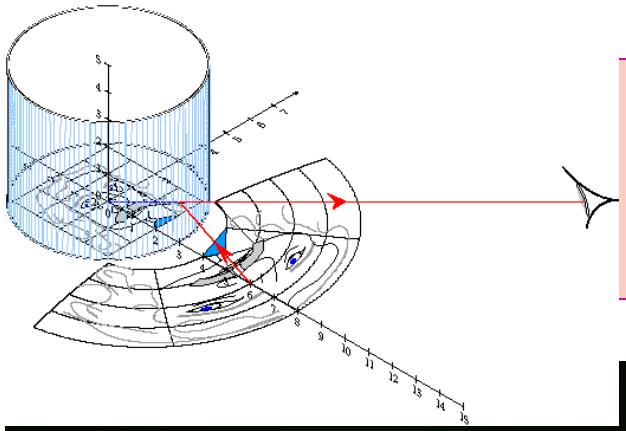
http://www.math.nus.edu.sg/~mathelmr/teaching/holbein.html

Y, al salir de la sala, al mirar el cuadro desde otro punto de vista, aparece…

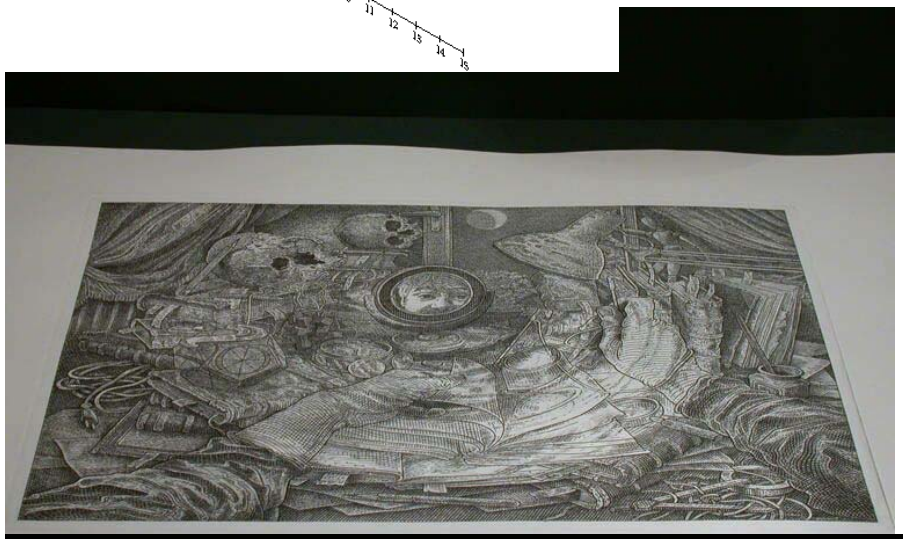




Video



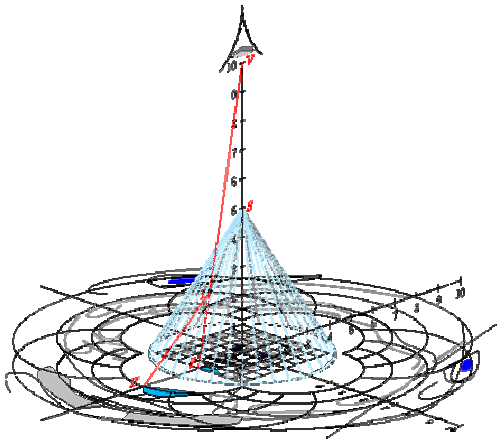
Anamorfosis cilíndrica



István Orosz

Einstein

Anamorfosis piramidal



Anamorfosis

Vista desde el suelo, la imagen se ve totalmente deformada.
Desde el segundo piso se observa la imagen real.

"Robotmur" es un robot capaz de reproducir anamorfosis sobre edificios, etc. ***http://jourdain.ifrance.com/***

Anamorfosis

Julian Beever

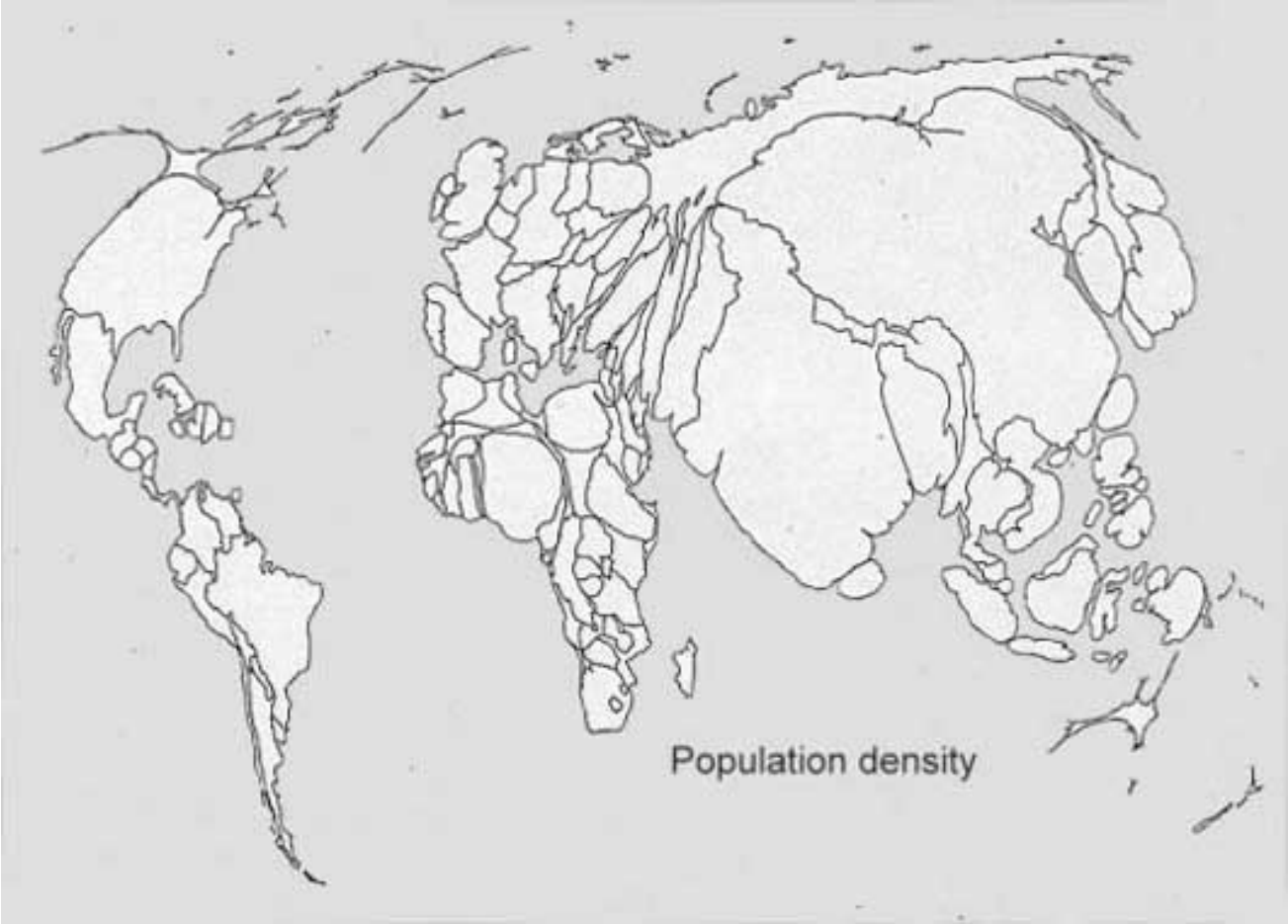
http://users.skynet.be/J.Beever/pave.htm

Anamorfosis

Anamorfosis y señalización

Las anamorfosis se usan a menudo en señales de tráfico, para que sean correctamente interpretadas por los conductores.

Anamorfosis y cartografía estadística



Las anamorfosis se utilizan en cartografía estadística para mostrar la importancia de un fenómeno dado.
El mapa ya no representa la realidad geográfica, sino la realidad del fenómeno.

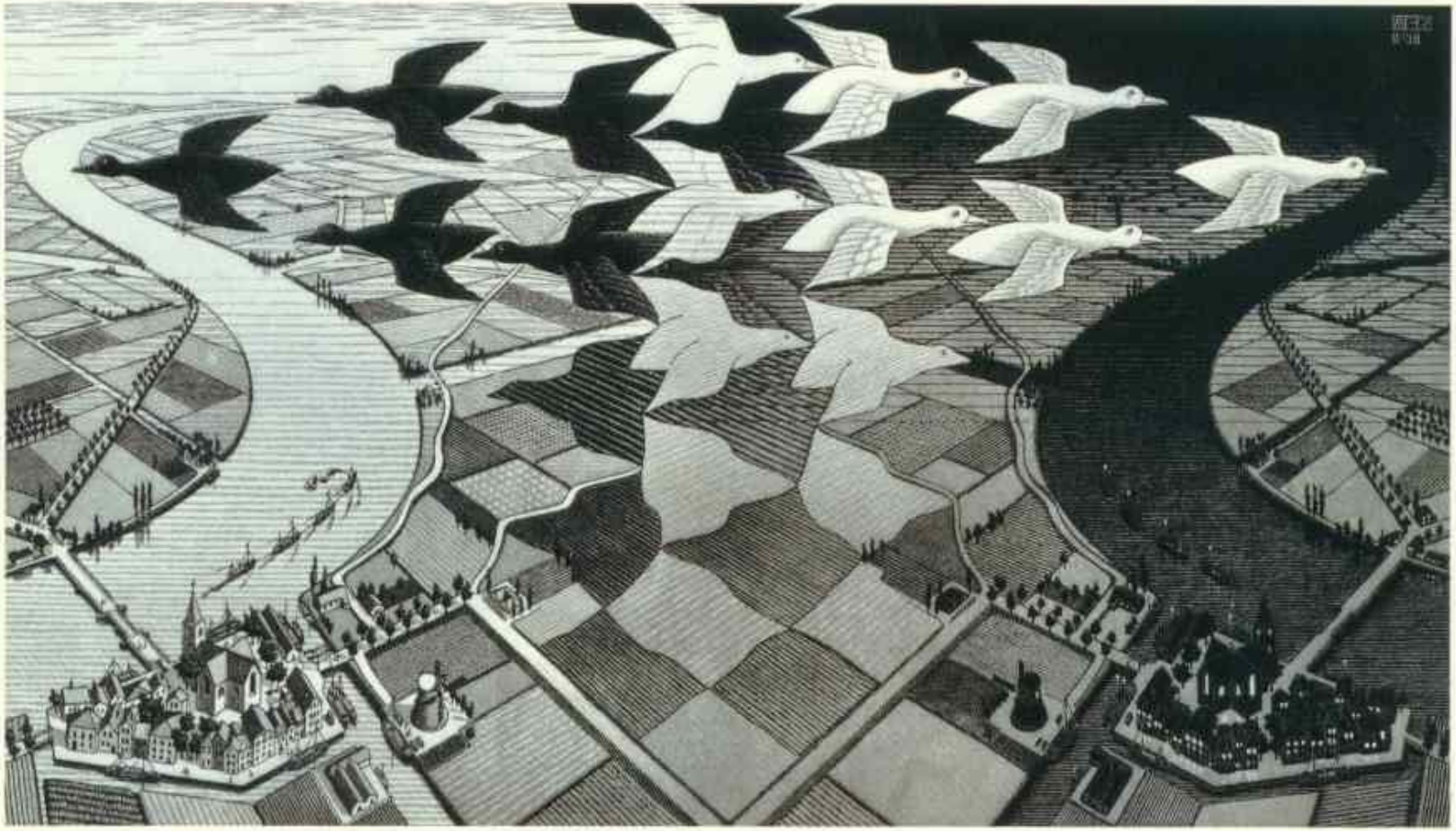
La deformación se realiza usando transformaciones matemáticas.

Figuras ambiguas

Los pensamientos de Freud

Sergio Buratto

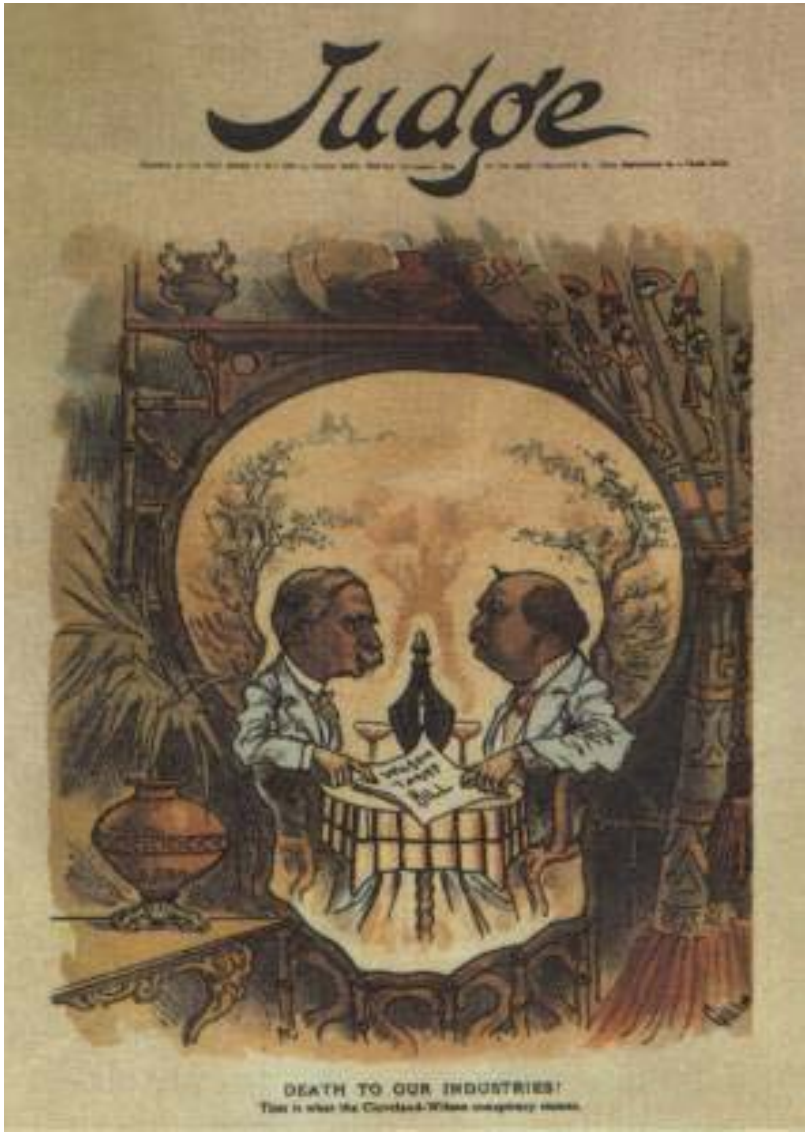
Figuras ambiguas



M. Cornelius Escher (1898-1972)

http://www.mcescher.com

Figuras ambiguas

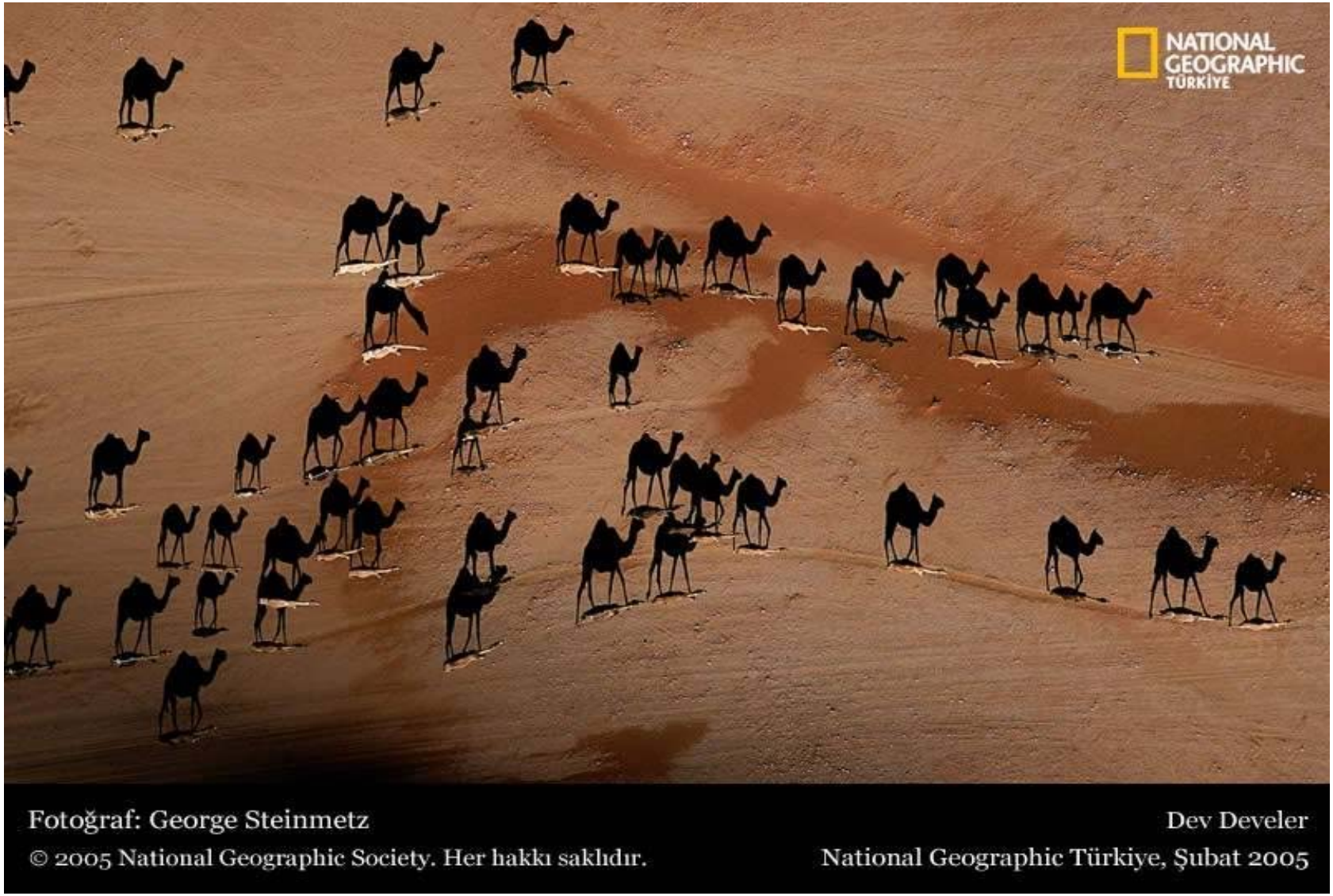


Gillam: Cubierta del Magazine *JUDGE* 26, 1894
Cartel reivindicativo contra los aranceles

En el papel del cartel:
"Wilson Tariff Bill"

Base del cartel:
"Death to our industries. That is what Cleveland-Wilson conspiracy means"

Ilusión fotográfica



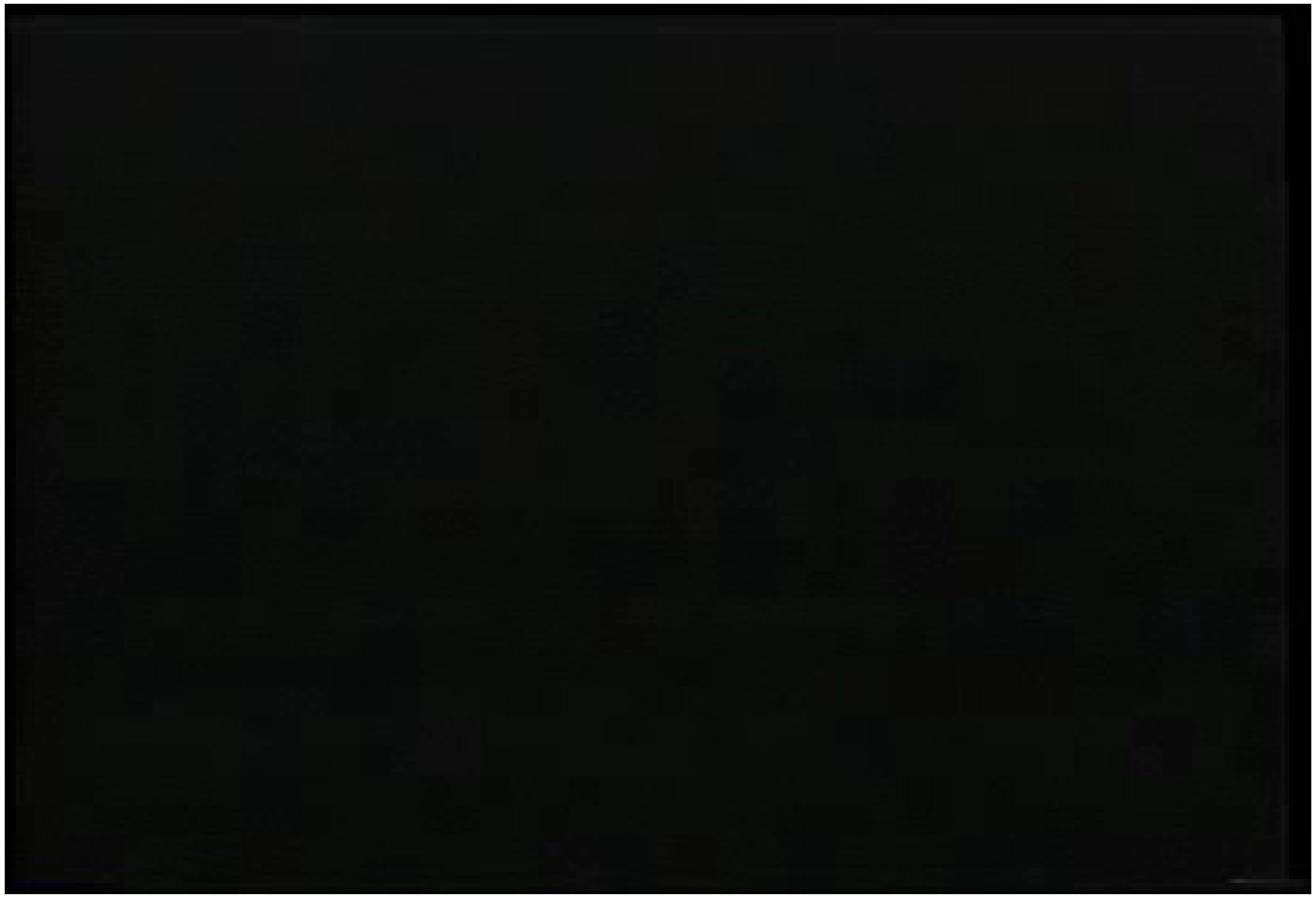
Los camellos son las líneas blancas, la forma negra que vemos es la sombra…

Ambigramas

Scott Kim (1955-)

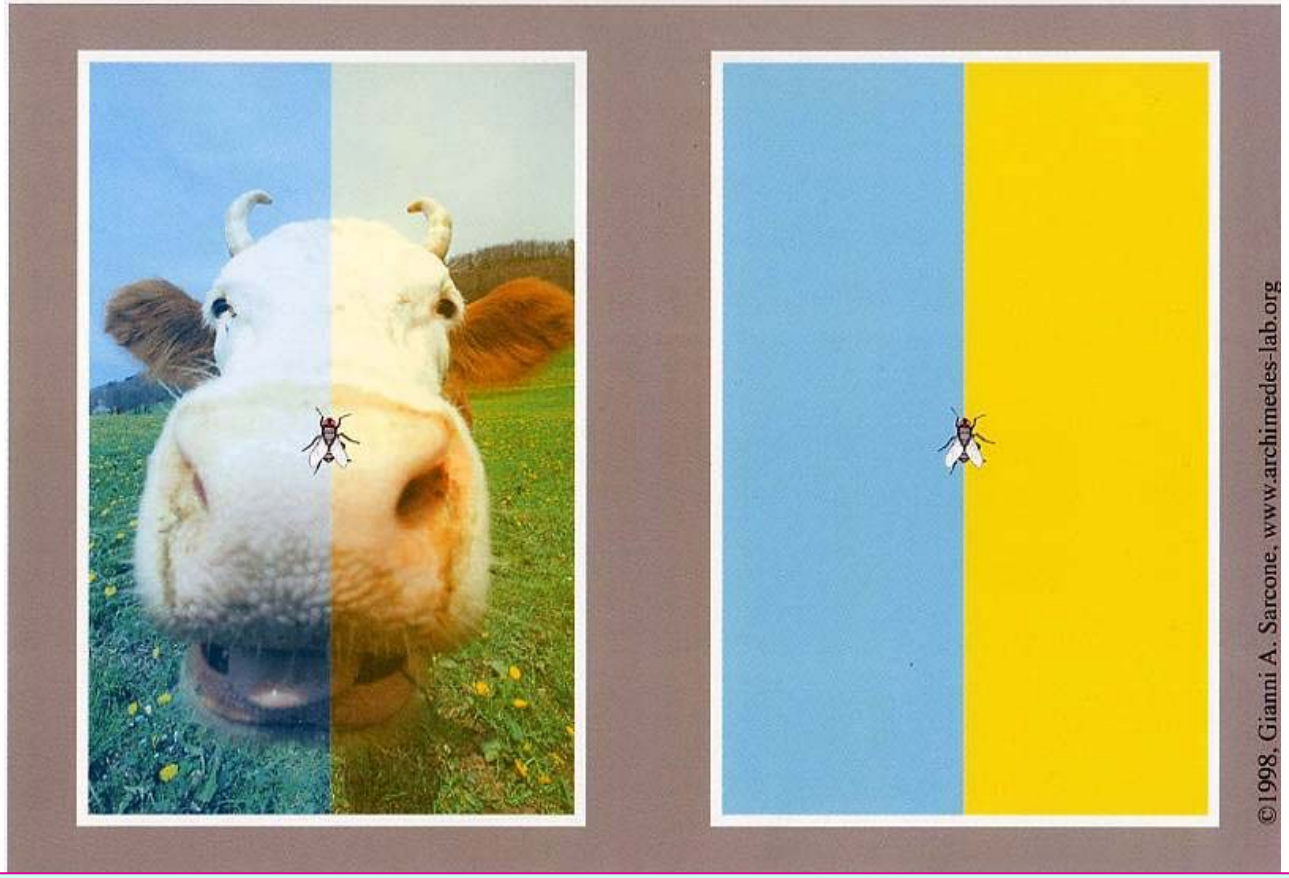
http://www.scottkim.com/

Scott Kim: *Input-Output*



Ilusión óptica

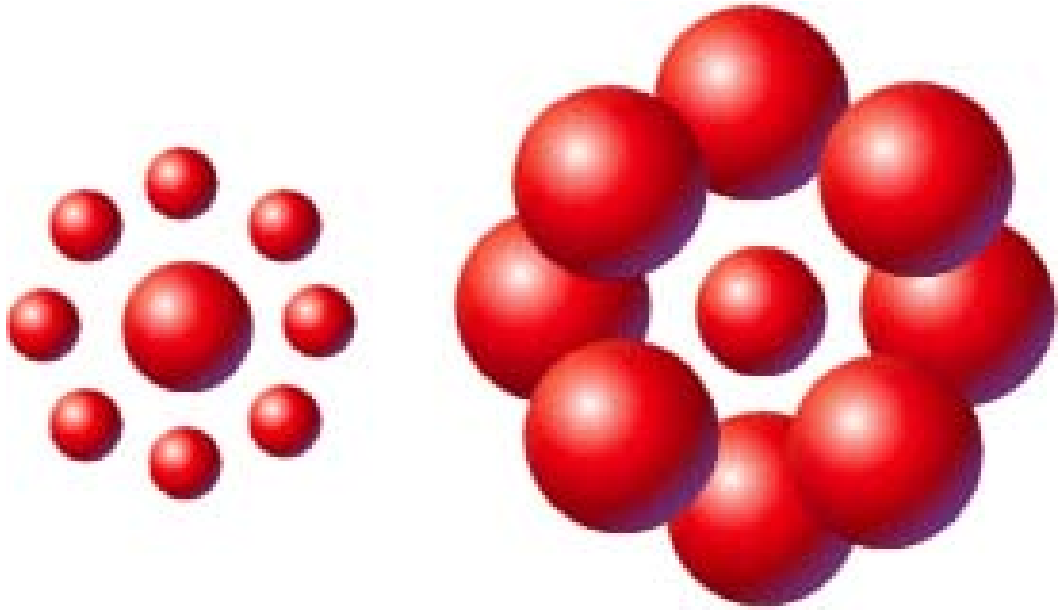
http://www.archimedes-lab.org/Gallery/new_optical_illusions/index.html



El color en esta foto de una vaca no está bien equilibrado; el lado izquierdo es menos amarillo que el derecho…

Para restaurar el color, mira la mosca del segundo diagrama durante 30 segundos y después mira a la vaca de nuevo…

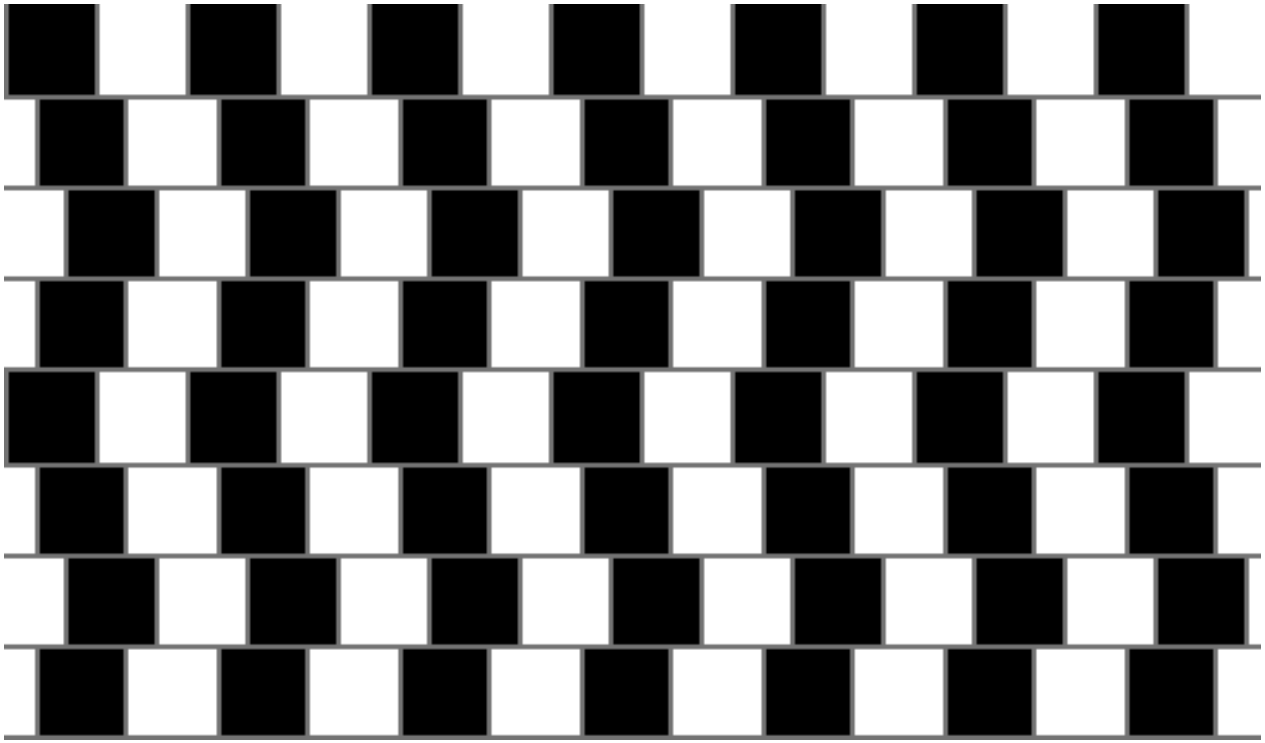
Ilusión óptica



Titchener y Delboeuf

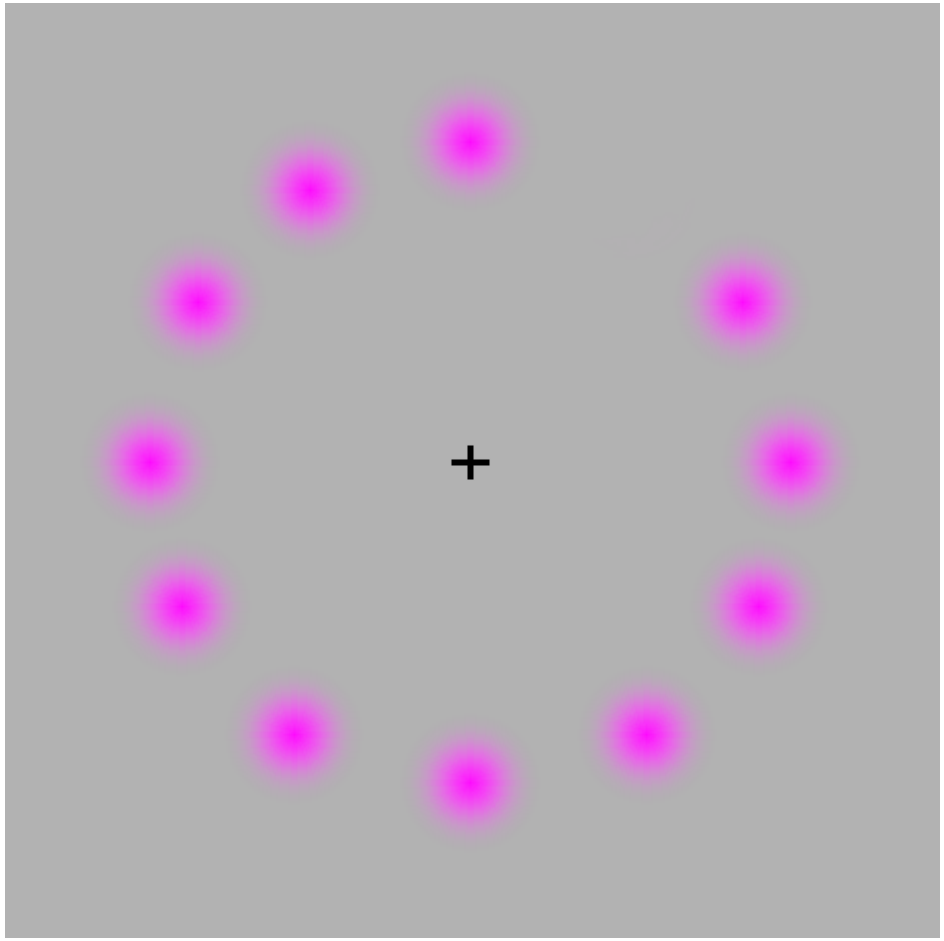
¿Cuál de los dos círculos centrales es de mayor tamaño?

Ilusión óptica



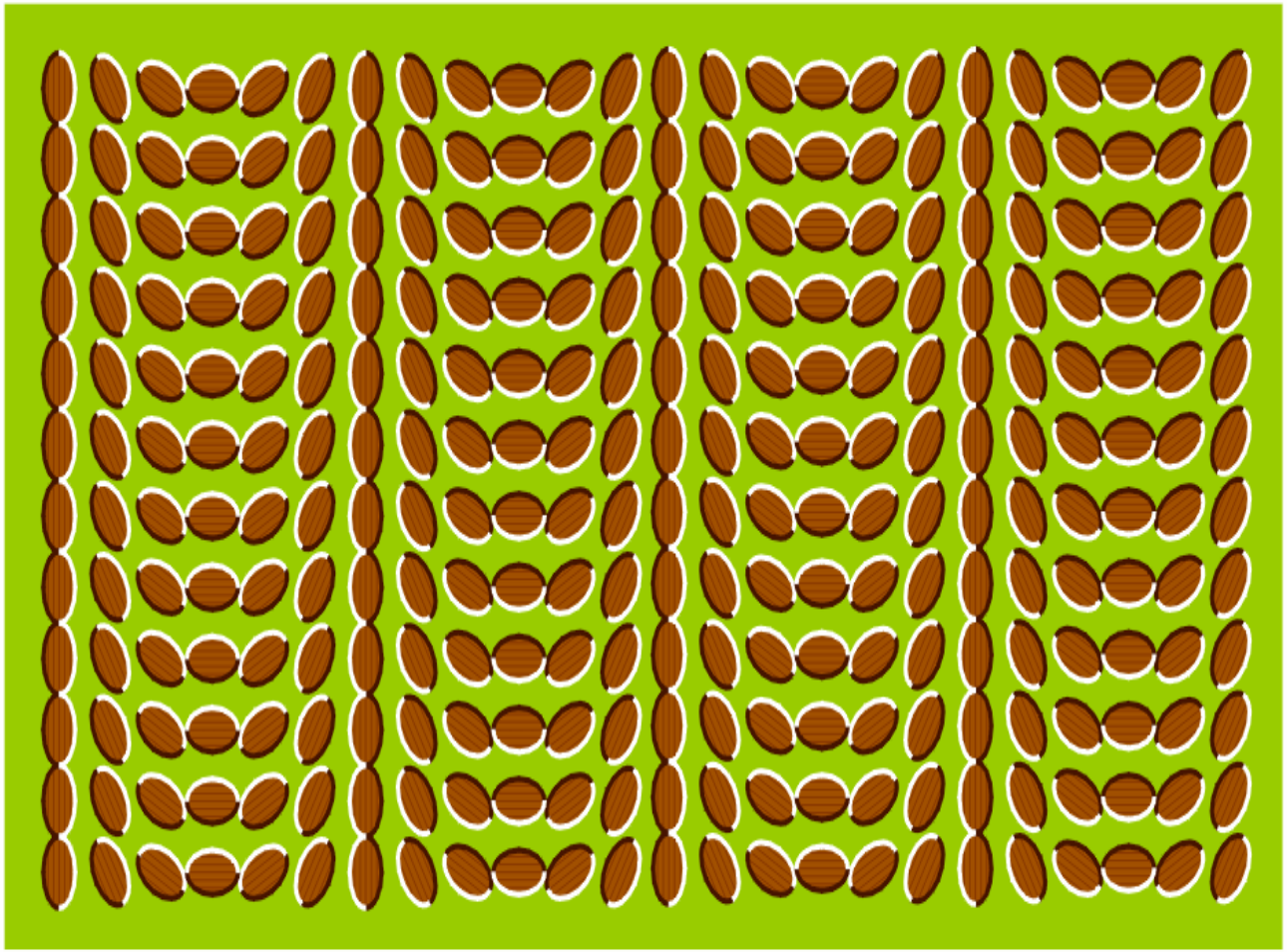
¿Son paralelas las líneas?

Ilusión óptica



Si sus ojos siguen el movimiento del punto rotativo rosado, sólo verá un color: rosado. Si su mirada se detiene en la cruz negra del centro, el punto rotativo se vuelve verde. Ahora, concéntrese en en la cruz del centro. Después de un breve periodo de tiempo, todos los puntos rosados desaparecerán y sólo verá un único punto verde girando. Es asombroso como nuestro cerebro trabaja. En realidad no hay ningún punto verde, y los puntos rosados no desaparecen. Esto debería ser prueba suficiente de que no siempre vemos lo que creemos ver...

Ilusión óptica



Akiyoshi Kitaoka

DonCurtain

http://www.ritsumei.ac.jp/~akitaoka/index-e.html

Ilusión óptica en 3D

Si te mueves alrededor de este dragón de papel, parece que te sigue a lo largo de la habitación.

¿Qué sucede? Cuando te mueves alrededor de un objeto sólido, tu cerebro sabe como se comporta. Pero este dragón nos da "falsas pistas"… interpretamos que la nariz del dragón apunta hacia nosotros, cuando de hecho su cara es cóncava…

http://www.grand-illusions.com/opticalillusions/dragon_illusion/

Figuras imposibles

Guido Moretti (1947-)

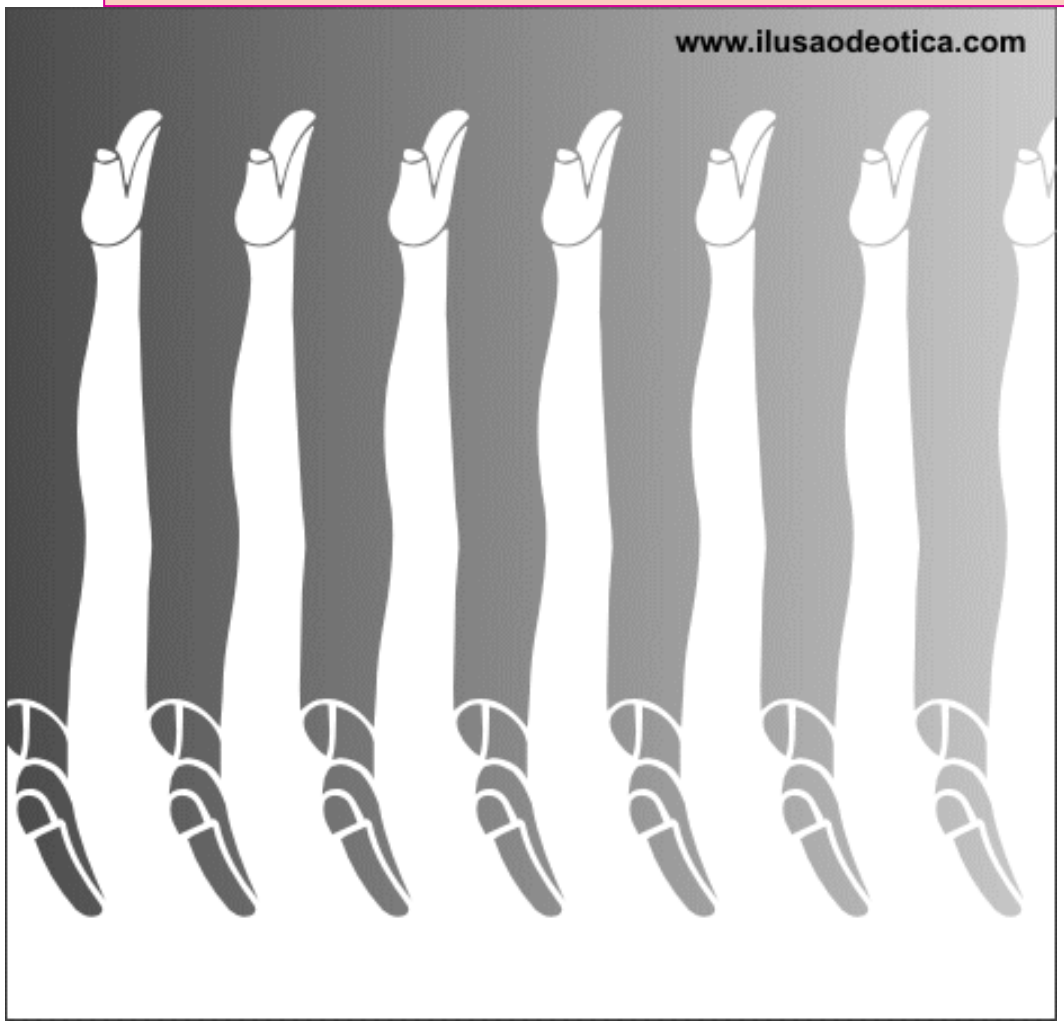
http://www.guidomoretti.it/S_terzavia.htm

Video + video Haemakers

Figuras reversibles

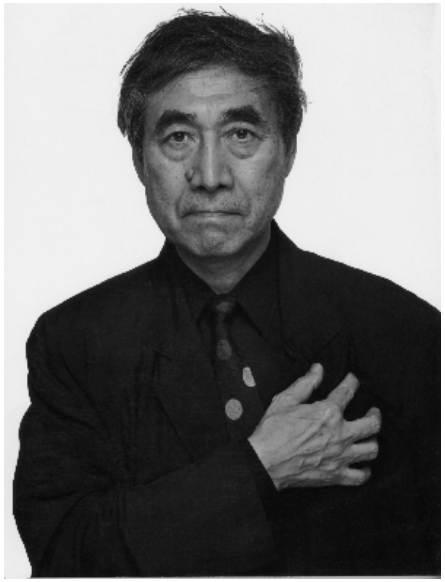
¿Jóven o adulto?

Figuras reversibles



***Piernas de dos géneros diferentes* (1975)**

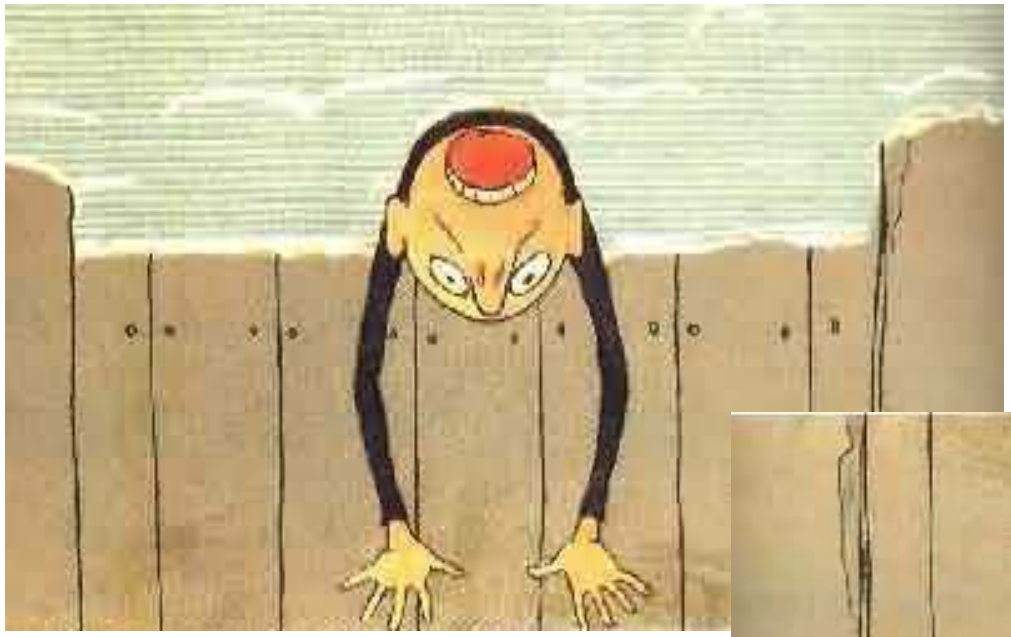
Shigeo Fukuda



http://psylux.psych.tu-dresden.de/i1/kaw/diverses%20Material/www.illusionworks.com/html/art_of_shigeo_fukuda.html

Figuras reversibles

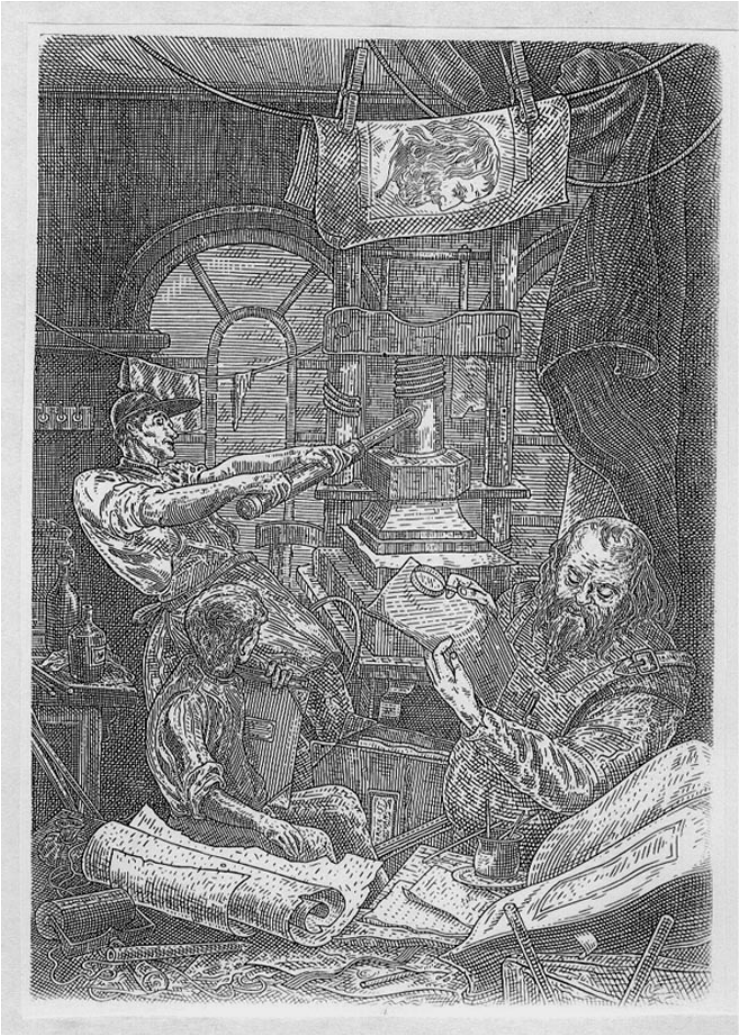
Peter Newell:
"Topsys and turvys"



Hombre saliendo del agua…

… o ahogándose.

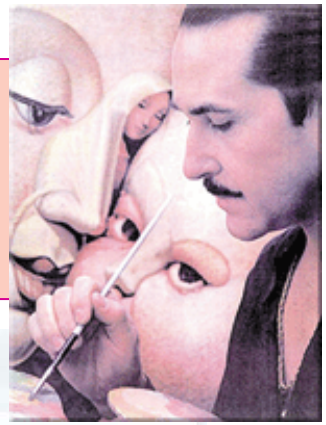
Figuras reversibles



Itsván Orosz

Los impresores

Octavio Ocampo (1943-)



La evolución del hombre

Guión de la charla

1. Paradojas visuales y geométricas
2. Paradojas del infinito
3. Paradojas lógicas
4. Paradojas semánticas
5. Paradojas de la vaguedad
6. Paradojas de la confirmación
7. Paradojas de la predicción
8. Paradojas físicas
9. Paradojas de la teoría de la probabilidad
10. Paradojas topológicas

El hotel infinito de Hilbert

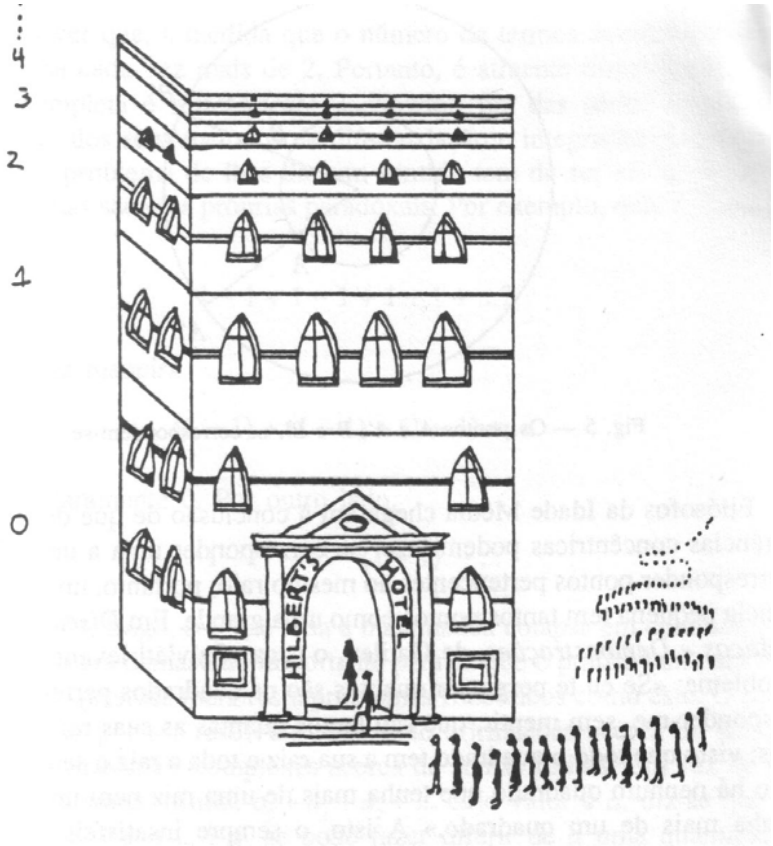
Érase una vez un hotel con infinitas habitaciones (numeradas), con el lema: *"Se garantiza el alojamiento de cualquier nuevo huésped".*

<u>Primera paradoja</u>: llega un hombre al hotel que se encuentra lleno, … el recepcionista, fiel al lema del *Hotel Infinito* avisa por megafonía a todos sus clientes, para que se cambien a su número de habitación más uno, con lo que la habitación número 1 queda libre para el nuevo huésped…

<u>Duda</u>: ¿Qué pasa con el huésped que se encontraba en la última habitación?

<u>Segunda paradoja</u>: llega al *Hotel Infinito* (que está lleno) una excursión con infinitos pensionistas…

El recepcionista envía un SMS a todos sus clientes para que se cambien a su número de habitación multiplicado por 2, … de esa forma todos los huéspedes se mudan a una habitación par, y todas las habitaciones impares quedan libres para los pensionistas...



Guión de la charla

1. Paradojas visuales y geométricas
2. Paradojas del infinito
3. Paradojas lógicas
4. Paradojas semánticas
5. Paradojas de la vaguedad
6. Paradojas de la confirmación
7. Paradojas de la predicción
8. Paradojas físicas
9. Paradojas de la teoría de la probabilidad
10. Paradojas topológicas

Paradoja lógica

Cazar sin permiso en el coto de caza de un poderoso príncipe era castigado con *la muerte*, …

El príncipe decretó además: "*Todo aquel al que se le sorprenda cazando sin permiso, tendrá el privilegio de elegir si muere colgado o decapitado*.
Y se hará de la siguiente manera:
el reo podrá decir una única frase;
si resulta falsa será colgado,
si verdadera decapitado".

Un “cazador lógico” pillado “in fraganti” dice*:*

Sin duda, seré colgado.

He aquí un dilema que no se había tenido en cuenta… porque como el mismo ladrón afirma:

Si me cuelgan, quiebran la ley impuesta por el príncipe, ya que mi frase es cierta y debo ser decapitado,… si me decapitan también quiebran la ley, porque lo que dije es falso y debo ser colgado…

Guión de la charla

1. Paradojas visuales y geométricas
2. Paradojas del infinito
3. Paradojas lógicas
4. Paradojas semánticas
5. Paradojas de la vaguedad
6. Paradojas de la confirmación
7. Paradojas de la predicción
8. Paradojas físicas
9. Paradojas de la teoría de la probabilidad
10. Paradojas topológicas

Paradoja de Berry

Sea ***x*** el ***menor*** entero que no se puede nombrar con menos de 25 sílabas: es

$$x = 2.444.444.$$

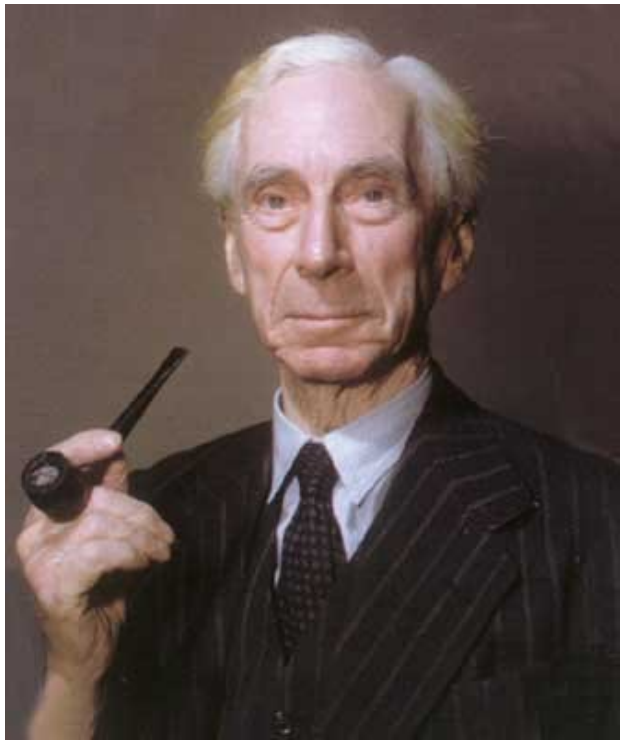
Pero la sentencia "*el menor entero que no se puede nombrar con menos de 25 sílabas*" es una frase que contiene **24** sílabas.

Por lo tanto, *el menor entero que no se puede nombrar con menos de 25 sílabas* puede ser definido con **24** sílabas …

Solución: **Bertrand Russell (1872-1970), Nobel Literatura 1930 y Medalla Fields 1966: define su complicada y filosófica *teoría de tipos*.**

Deben arreglarse todas las sentencias en una jerarquía; es entonces posible referirse a todos los objetos para los que un determinado predicado es cierto sólo si están ambos en el mismo nivel o son del mismo tipo.

Se eliminan así los conjuntos auto-contradictorios…



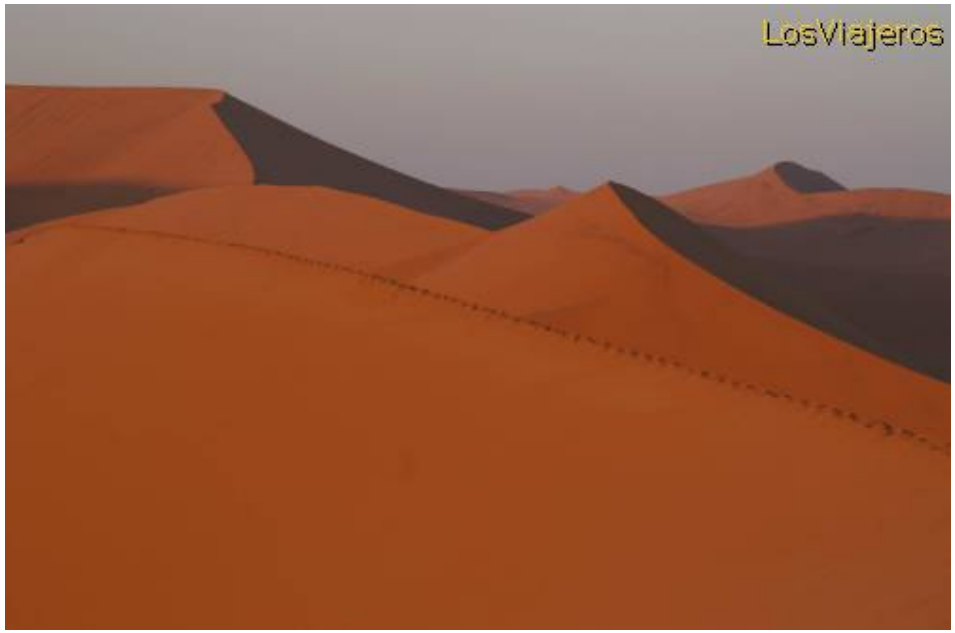
Guión de la charla

1. Paradojas visuales y geométricas
2. Paradojas del infinito
3. Paradojas lógicas
4. Paradojas semánticas
5. Paradojas de la vaguedad
6. Paradojas de la confirmación
7. Paradojas de la predicción
8. Paradojas físicas
9. Paradojas de la teoría de la probabilidad
10. Paradojas topológicas

Paradojas de Sorites

"Sorites" **es la palabra griega para "montón" o "pila". Las paradojas "sorites" es el nombre dado a una clase argumentos paradójicos, que se derivan de los límites indeterminados de aplicación de los predicados envueltos. Se trata de una serie de puzzles atribuidos al lógico Eubulides de Mileto, que incluyen:**

el hombre calvo**: ¿describirías a un hombre con un pelo en la cabeza como calvo?**



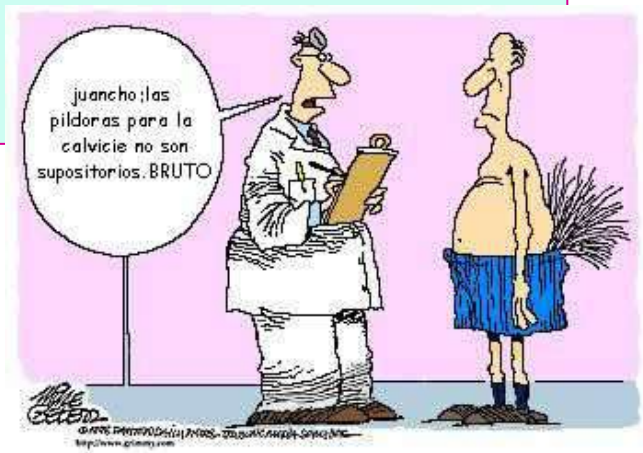
Un *grano de arena no es un montón*, si 1 grano de arena no es un montón, tampoco 2 granos de arena lo son… Si 9.999 granos de arena no son un montón, tampoco los son 10.000 granos.

¿Cuántos granos tiene un montón?

Algunas respuestas a esta paradoja son:

- **el acercamiento a un *"lenguaje ideal",* cuyo atributo clave es su precisión: la vaguedad del lenguaje natural es un defecto a eliminar (Frege y Russell);**
- **lógicas multivaluadas (no clásicas), como la *"lógica difusa"* de Goguen y Zadeh (1969) que sustituye a la usual (dos-valuada), que reconocen para un objeto "los grados" de verdad;**
- **aceptar la paradoja: ninguna cantidad de granos de arena hace un montón… o en otra versión …**

¡ la calvicie no existe !



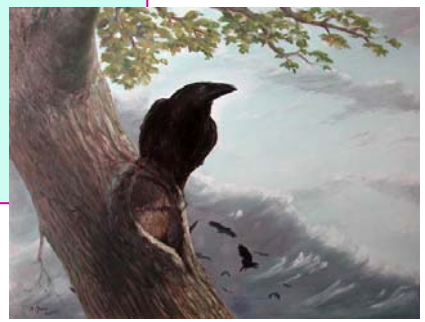
Guión de la charla

1. Paradojas visuales y geométricas
2. Paradojas del infinito
3. Paradojas lógicas
4. Paradojas semánticas
5. Paradojas de la vaguedad
6. Paradojas de la confirmación
7. Paradojas de la predicción
8. Paradojas físicas
9. Paradojas de la teoría de la probabilidad
10. Paradojas topológicas

La paradoja del cuervo

Carl Hempel (1905-1997), inventor de esta paradoja, afirma que la existencia de una vaca de color violeta incrementa la probabilidad de que los cuervos sean negros.

¿Por qué?



Para responder, establezcamos la ley: *"Todos los cuervos son negros",* de una manera diferente, pero lógicamente equivalente *"Todos los objetos no-negros no son cuervos".*

Hempel dice: He encontrado un objeto no-negro - una vaca violeta. Esto confirma (débilmente) la ley "Todos los objetos no-negros no son cuervos*". Y así, también confirma la ley equivalente *"Todos los cuervos son negros".

Es fácil encontrar miles de objetos no-negros que no son cuervos, confirmando así de manera más fuerte la ley. El problema es que observando objetos no-negros se confirma la ley *"Todos los cuervos son negros"*, pero sólo a un nivel "infinitesimal".
La clase de objetos que no son cuervos, es tan enormemente grande comparada con las que son cuervos que el grado con en el cual un no-cuervo que es no negro confirma la hipótesis es despreciable...

Los detractores de Hempel opinan que la existencia de una vaca de color violeta confirma del mismo modo el *enunciado*
"Todos los cuervos son blancos"...

Guión de la charla

1. Paradojas visuales y geométricas
2. Paradojas del infinito
3. Paradojas lógicas
4. Paradojas semánticas
5. Paradojas de la vaguedad
6. Paradojas de la confirmación
7. Paradojas de la predicción
8. Paradojas físicas
9. Paradojas de la teoría de la probabilidad
10. Paradojas topológicas

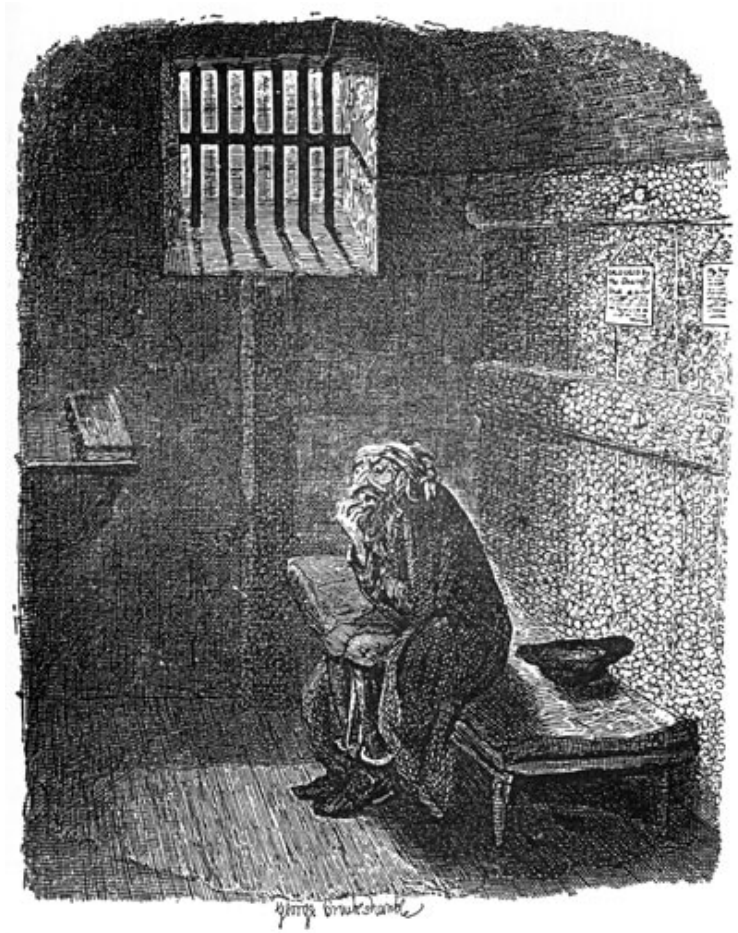
La paradoja del condenado

En la Edad Media, un rey de reconocida sinceridad, pronuncia su sentencia:

Una mañana de este mes serás ejecutado, pero no lo sabrás hasta esa misma mañana, de modo que cada noche te acostarás con la duda, que presiento terrible, de si esa será tu última sobre la Tierra...

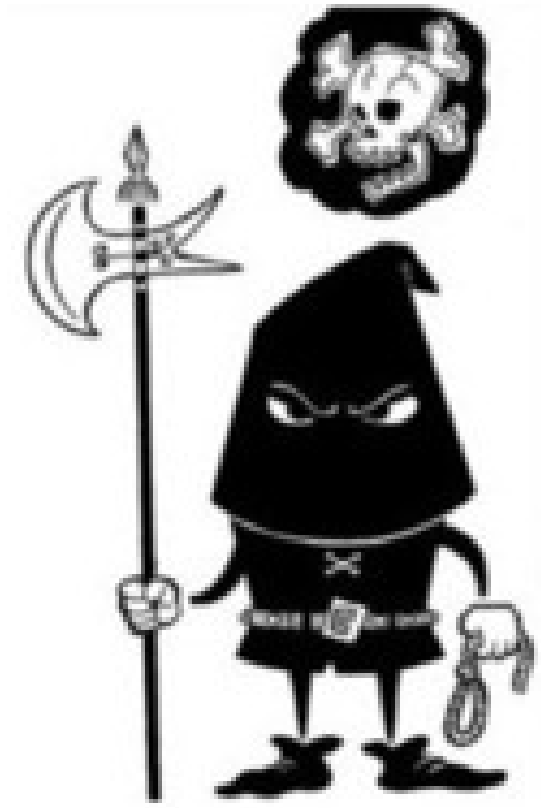
En la soledad de su celda, el reo argumenta:
Si el mes tiene 30 días, es evidente que no podré ser ajusticiado el día 30, ya que el 29 por la noche sabría que a la mañana siguiente habría de morir. Así que el último día posible para cumplir la sentencia es el 29. Pero entonces, el 28 por la noche tendré la certeza de que por la mañana seré ejecutado...

Continuando de este modo, el prisionero concluye triunfalmente que la condena es de ejecución imposible, y comienza a dormir aliviado, aguardando que transcurra el mes para pedir su libertad…



Sin embargo, sorpresa, un día cualquiera, por ejemplo el fatídico día 13, el verdugo, con el hacha afilada en la mano, despierta al reo... que instantes más tarde es decapitado.

La sentencia se cumple literalmente.



¿Dónde ha fallado el razonamiento del condenado?

Una solución puede pasar por la noción fundamental de que no es lo mismo el día 30, más el día 29, más el día 28, etc., que el mes.

Un conjunto es diferente y contiene cualidades distintas de la mera adición de sus partes.

El análisis individual, día por día, por parte del prisionero parece irreprochable ...

El defecto de su argumento aparece cuando atribuye al conjunto (este mes) las mismas y exclusivas cualidades que poseían sus partes (cada día), no advirtiendo que el conjunto mes ha incorporado algunas características: entre otras la de contener…

… *días sorpresa*.

Hacia el siglo III, el filósofo chino Hui Tzu afirmaba:

Un caballo bayo y una vaca parda son tres: el caballo, la vaca, y el conjunto de caballo y vaca.

El razonamiento no es trivial, y es la esencia de la paradoja del condenado.

¡

+

= 3!

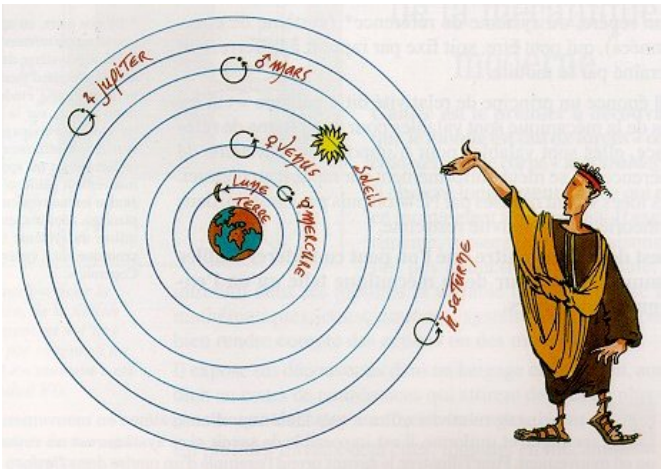
Guión de la charla

1. Paradojas visuales y geométricas
2. Paradojas del infinito
3. Paradojas lógicas
4. Paradojas semánticas
5. Paradojas de la vaguedad
6. Paradojas de la confirmación
7. Paradojas de la predicción
8. Paradojas físicas
9. Paradojas de la teoría de la probabilidad
10. Paradojas topológicas

La paradoja de Fermi

Si un pequeño porcentaje de los billones de estrellas en la galaxia fueran el hogar de civilizaciones con Tecnología, capaces de colonizar a distancias interestelares, la galaxia completa estaría *invadida* en unos pocos millones de años.
La ausencia de tales civilizaciones extraterrestres visitando la tierra es *la paradoja de Fermi*.

¿Dónde están?



Existen dos corrientes principales en la visión de la vida:

- **los *copernicanos*: la tierra es un planeta cualquiera alrededor de una estrella cualquiera de la galaxia, la vida es un fenómeno corriente y lleva algún día a la aparición de civilizaciones tecnológicas;**
- **los *geocéntricos*: el lugar del Hombre es la conquista de una galaxia "vacía" de civilizaciones.**

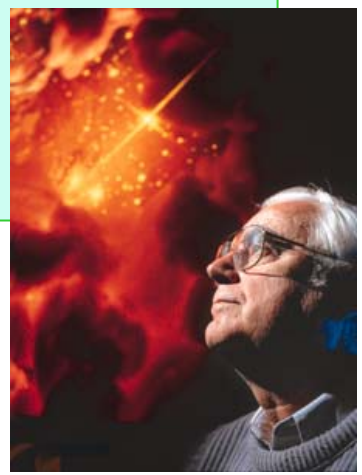
¡Los geocéntricos se han equivocado tanto a lo largo de la historia!

Existe una fórmula debida al astrónomo *F. Drake* que permite estimar el número de civilizaciones inteligentes tecnológicamente avanzadas susceptibles de estar presentes en nuestra galaxia, basada en conocimientos que van de la astrofísica a la biología: es el producto

$$N = E \times P \times F \times V \times I \times C \times L$$

- ***E*, número de estrellas en nuestra galaxia (400.000.000.000),**
- ***P*, número medio de planetas alrededor de las estrellas (5 a 20),**
- ***F*, porcentaje de planetas favorables a la vida (20 a 50%),**
- ***V*, probabilidad de aparición de la vida (20 a 50%),**
- ***I*, probabilidad de emergencia de seres inteligentes (20 a 50%),**
- ***C*, probabilidad de aparición de una civilización tecnológica con capacidad de comunicación (20 a 50%),**
- ***L*, duración de la vida de una civilización avanzada**

(100 a 10.000.000 años).



http://www.activemind.com/Mysterious/Topics/SETI/drake_equation.html

El factor preponderante en la ecuación de Drake es el tiempo, es decir la fórmula tiene una gran dependencia del factor *L*.

- **Si las civilizaciones tecnológicas viven un breve instante de tiempo antes de autodestruirse ¡el número de civilizaciones en el universo es cercano a ... 1!**
- **Al contrario, si la duración de la vida de estas civilizaciones se cuenta en millones de años, entonces ¡el universo debería estar invadido por mensajes de radio!**

Para L=10.000 años (¿modelo terrestre?) existirían por esta fórmula unas 10.000 civilizaciones, y si estuvieran repartidas de manera aleatoria por las estrellas de la galaxia, la más cercana a nosotros estaría a 1.000 años-luz. Nuestras emisiones de radio datan de 50 años, así que estaríamos a muchos años de ser encontrados (y estudiados).

¿Estamos solos? No… estamos muy lejos.

Guión de la charla

1. Paradojas visuales y geométricas
2. Paradojas del infinito
3. Paradojas lógicas
4. Paradojas semánticas
5. Paradojas de la vaguedad
6. Paradojas de la confirmación
7. Paradojas de la predicción
8. Paradojas físicas
9. Paradojas de la teoría de la probabilidad
10. Paradojas topológicas

Paradoja de Newcomb

En este juego hay dos participantes: un *oráculo* capaz de predecir el futuro y un jugador normal.
Al jugador se le presentan dos cajas: una abierta que contiene 1.000€ y una cerrada que contiene, o 1.000.000€ o 0€. El jugador debe decidir si quiere recibir el contenido de ambas cajas o sólo el de la caja cerrada.

El oráculo ha vaticinado lo que va a escoger el jugador:

- **si vaticina que el jugador se llevará sólo la caja cerrada, pondrá 1.000.000€ dentro de esa caja,**
- **si vaticina que el jugador se llevará las dos cajas, dejará vacía la caja cerrada.**

El jugador conoce el mecanismo del juego, pero no la predicción, que ya ha sido realizada.

¿Debería el jugador llevarse ambas cajas o sólo la cerrada?

	El oráculo vaticina que el jugador escogerá la caja cerrada	El oráculo vaticina que el jugador escogerá ambas cajas
El jugador escoge la caja cerrada	**1.000.000€**	**0€**
El jugador escoge ambas cajas	**1.001.000€**	**1.000€**

Si el oráculo acierta el 100% de las veces:

- **si el jugador se lleva sólo la caja cerrada, obtendrá 1.000.000€,**
- **si el jugador se lleva ambas cajas, la caja cerrada estará vacía, por lo que sólo se llevará 1.000€.**

Según este razonamiento, el jugador deberá escoger *siempre la caja cerrada*. Pero en el momento en el que el jugador se acerca a las cajas para hacer su elección, su contenido ya está definido. La caja cerrada o tiene algo o no lo tiene, pero es demasiado tarde para cambiar su contenido. El jugador debe llevarse el contenido de ambas cajas, ya que tenga lo que tenga la caja cerrada obtendrá 1.000€ más, porque de todos modos se llevará la cerrada. Según este razonamiento, *el jugador debe escoger siempre llevarse las dos cajas…*

Algunos han sugerido que una persona racional escogerá ambas cajas, y una irracional sólo la cerrada, de modo que las personas irracionales tienen ventaja en el juego.

Otros han afirmado que una persona racional escogerá ambas cajas, mientras que una irracional sólo la cerrada, de modo que las personas racionales tienen ventaja en el juego, ya que un oráculo perfecto no puede existir).

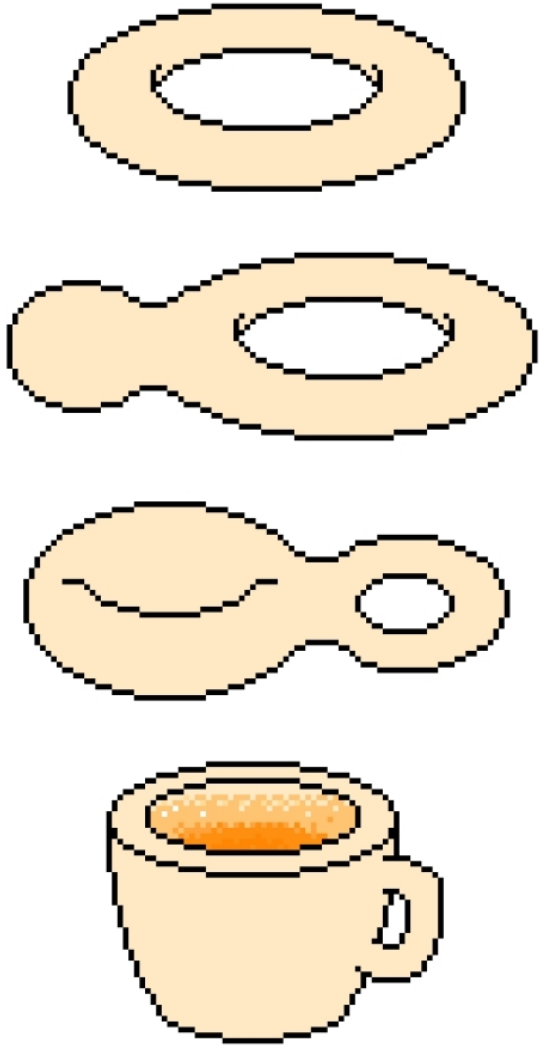
Otros dicen que en un mundo con oráculos perfectos (¿máquinas del tiempo?), la causalidad puede invertirse. Si una persona conoce realmente el futuro, y este conocimiento afecta a sus acciones, entonces los eventos en el futuro causarán efectos en el pasado. La elección del jugador habrá causado la acción del oráculo…
Si las máquinas del tiempo o los oráculos perfectos existiesen, entonces no puede haber libre albedrío y el jugador escogerá lo que está destinado a escoger.

Otros afirman que la paradoja muestra que es imposible conocer el futuro…

Guión de la charla

1. Paradojas visuales y geométricas
2. Paradojas del infinito
3. Paradojas lógicas
4. Paradojas semánticas
5. Paradojas de la vaguedad
6. Paradojas de la confirmación
7. Paradojas de la predicción
8. Paradojas físicas
9. Paradojas de la teoría de la probabilidad
10. Paradojas topológicas

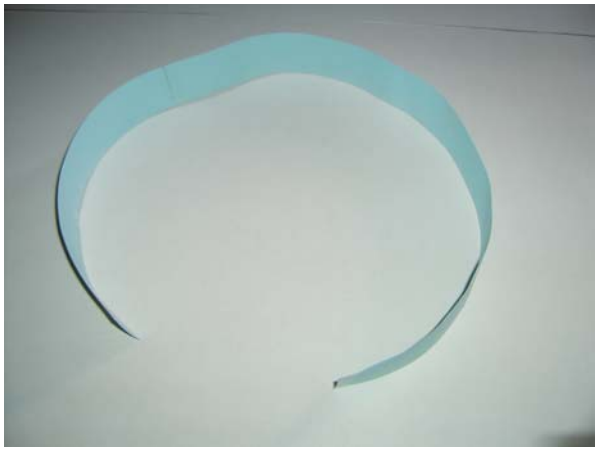
¿Qué es la topología?

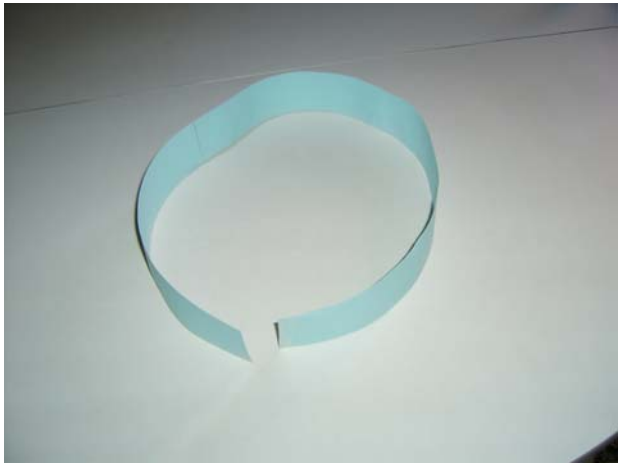


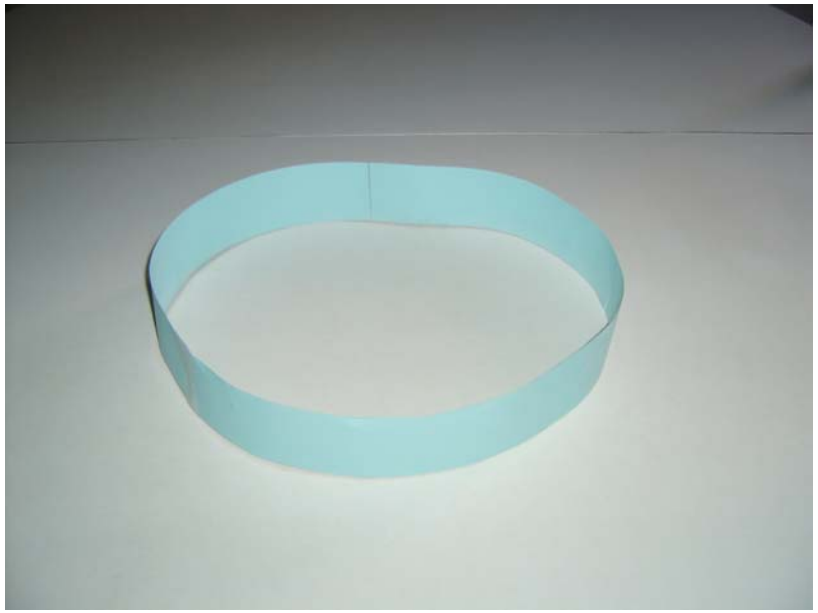
Es la parte de las matemáticas que estudia las propiedades de los objetos que son invariantes por *transformaciones continuas.*

Los tamaños, las formas y las posiciones no son importantes...

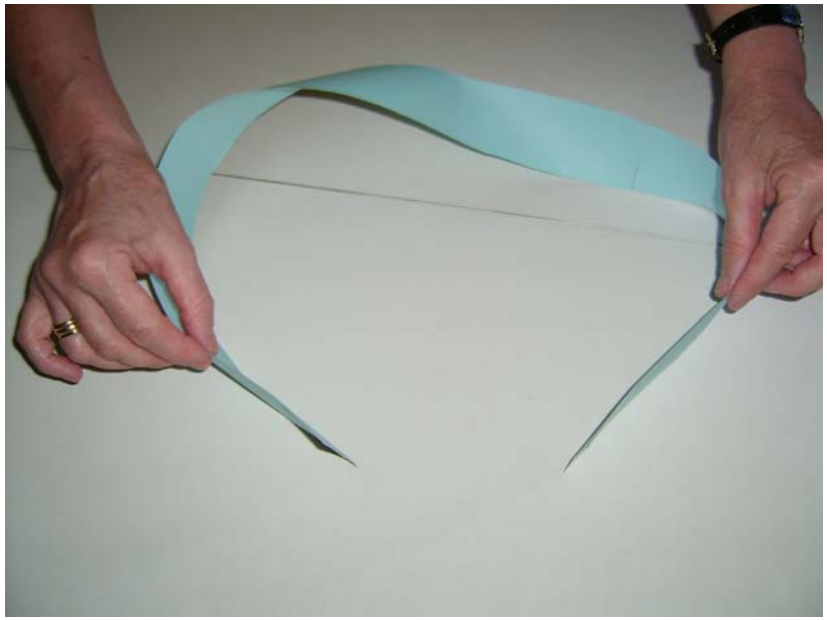
La banda de Möbius

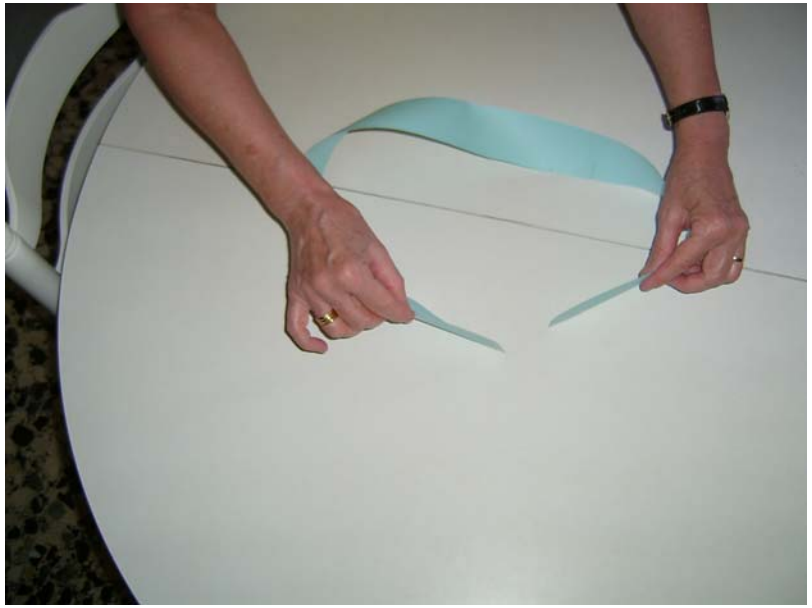


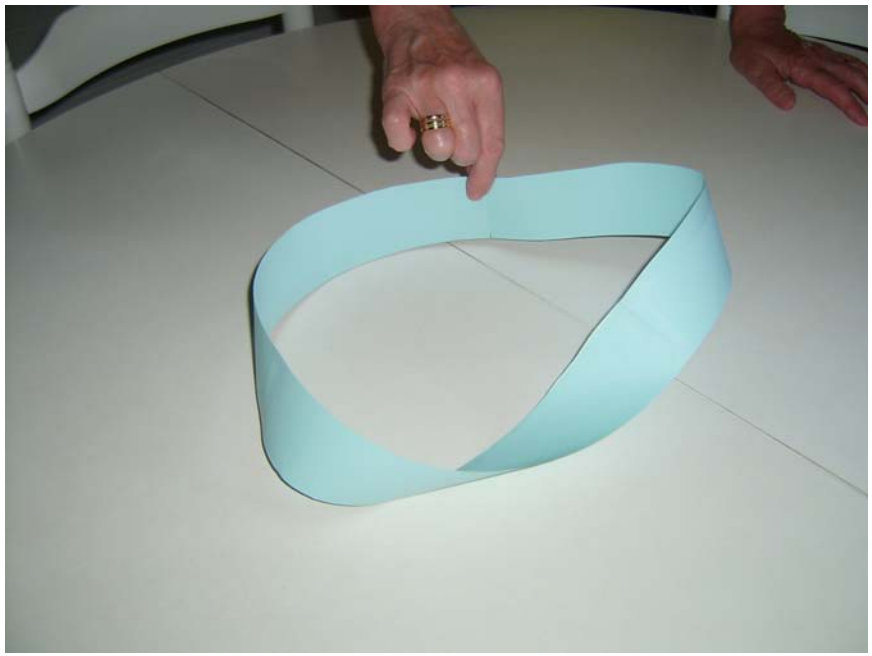




Cilindro



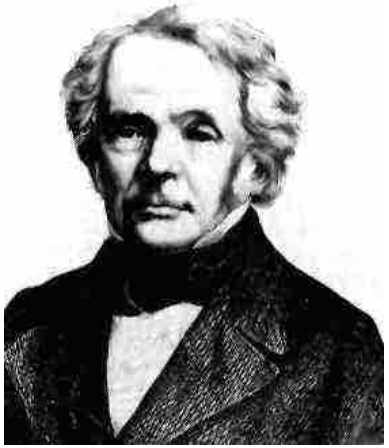


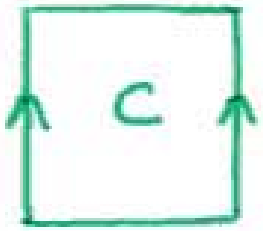
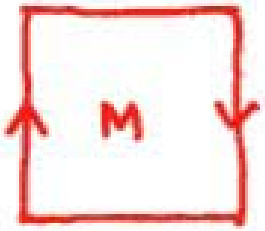
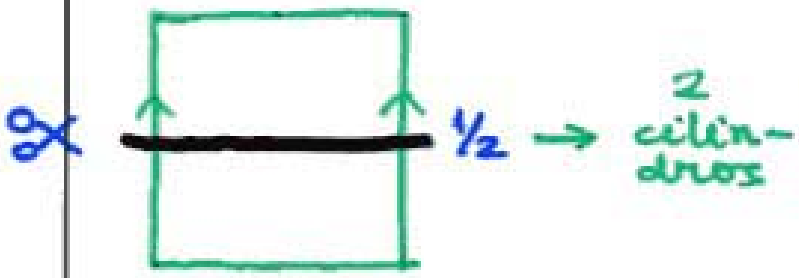
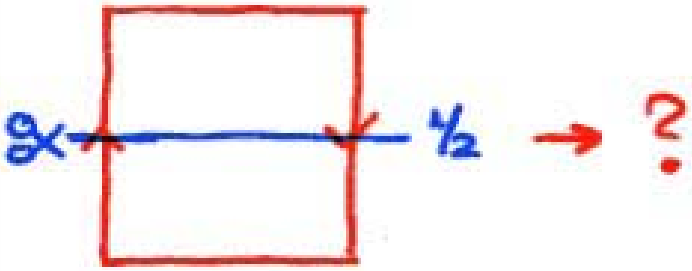
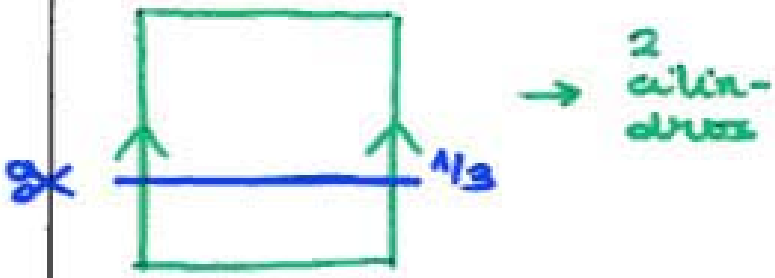
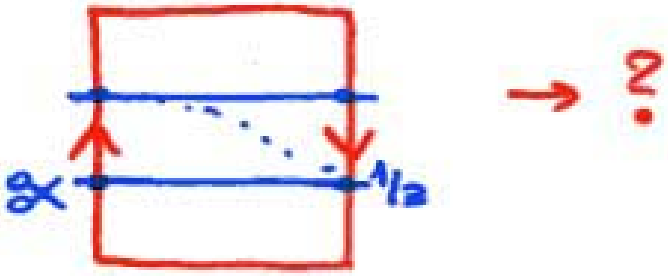


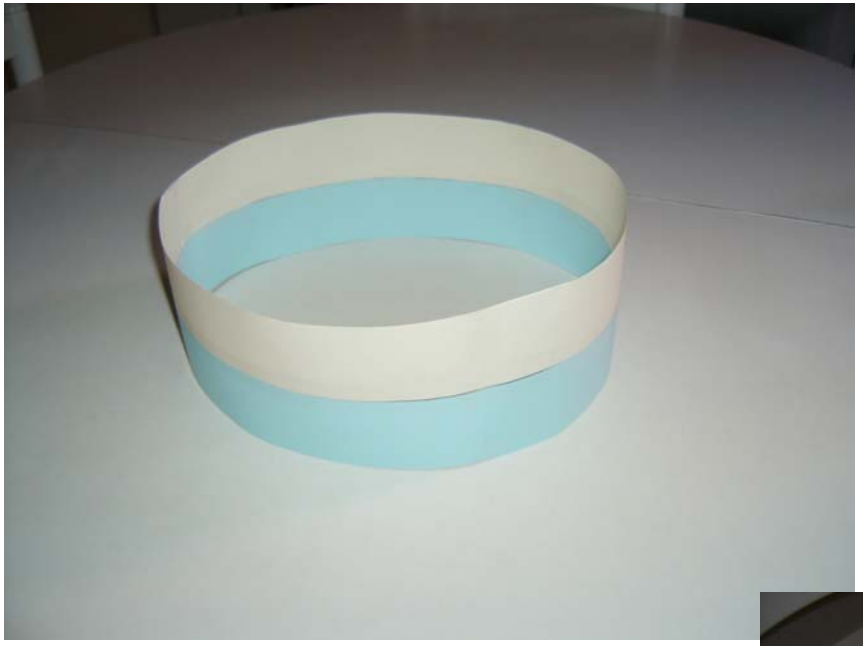
Banda de Möbius

Agustus Möbius

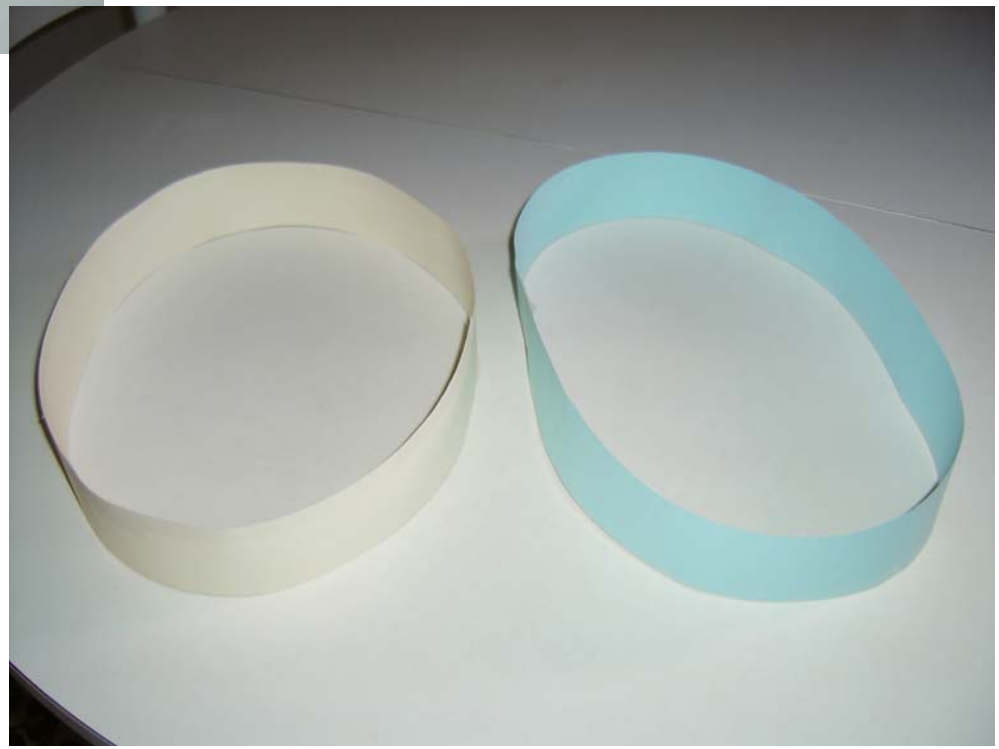
(1790-1868)



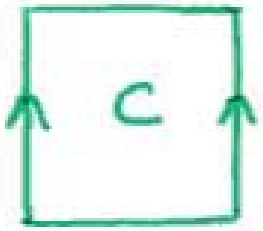
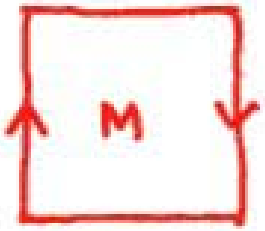
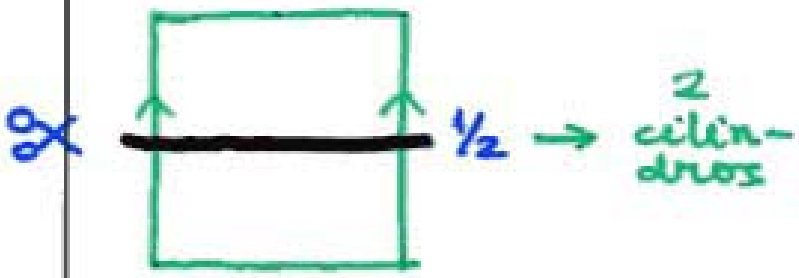
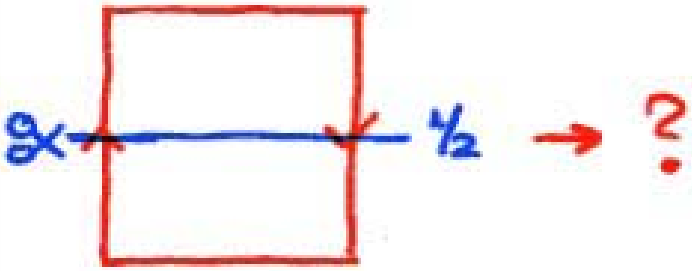
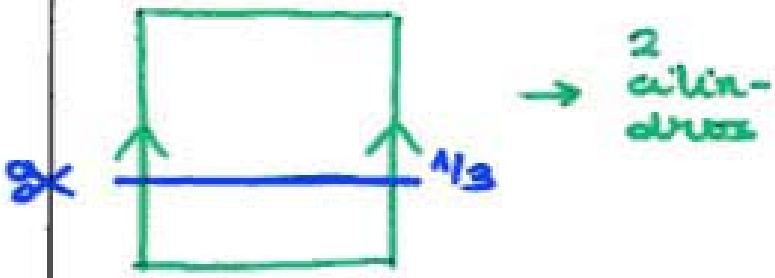
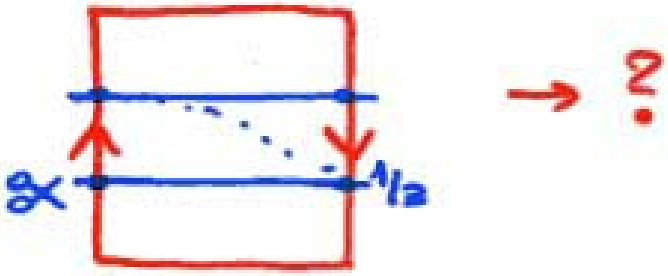
Cilindro	Banda de Möbius
	
• 2 caras: interior y exterior • 2 bordes (2 circunferencias)	• 1 única cara • 1 borde (circunferencia larga)
	
	

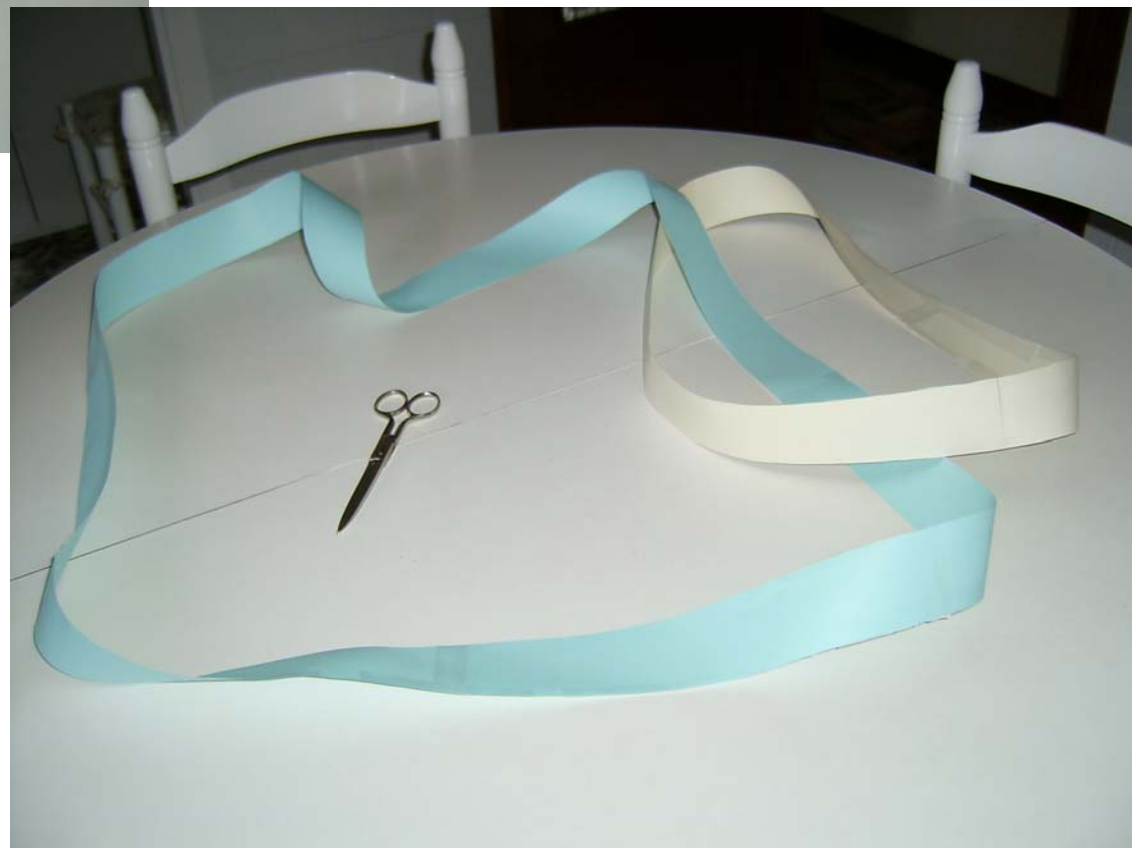


Al cortar por la mitad, se obtienen dos cilindros, la mitad de altos que el cilindro original.



Al cortar por la mitad, se obtiene un cilindro el doble de largo y la mitad de alto que la banda original (4 semivueltas).

Cilindro	Banda de Möbius
	
• 2 caras: interior y exterior • 2 bordes (2 circunferencias)	• 1 única cara • 1 borde (circunferencia larga)
	
	



Al cortar por la tercera parte, se obtiene: una banda de Möbius (igual de larga y 1/3 de ancha) y un cilindro (el doble de largo y 1/3 de ancho, 4 semivueltas) y enlazados…

RECETA

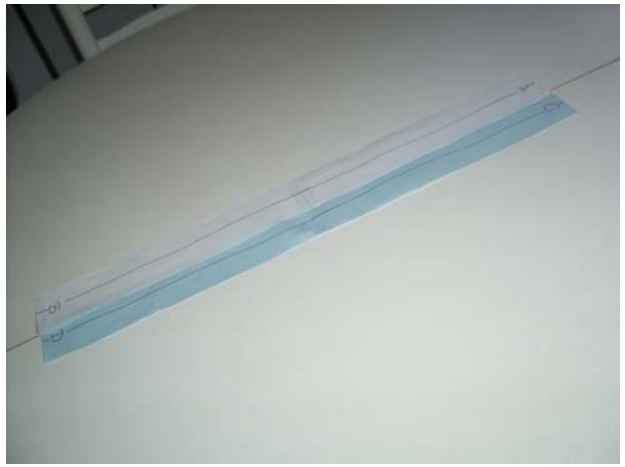
Al cortar una banda de Möbius por la *n*-ésima parte, se obtienen una banda de Möbius (igual de larga y *(n-2)/n* de ancha) y un cilindro (el doble de largo y *1/n* de ancho) y enlazados…

CASO GENERAL

Dada una tira de papel a la que se le han dado *n* semivueltas antes de pegarla, si se corta por la mitad sucede:

- **si *n* es par: aparecen 2 tiras con *n* semivueltas (dos cilindros),**
- **si *n* es impar: aparece una banda de Möbius** y **un lazo con *2n+2* semivueltas (un cilindro).**

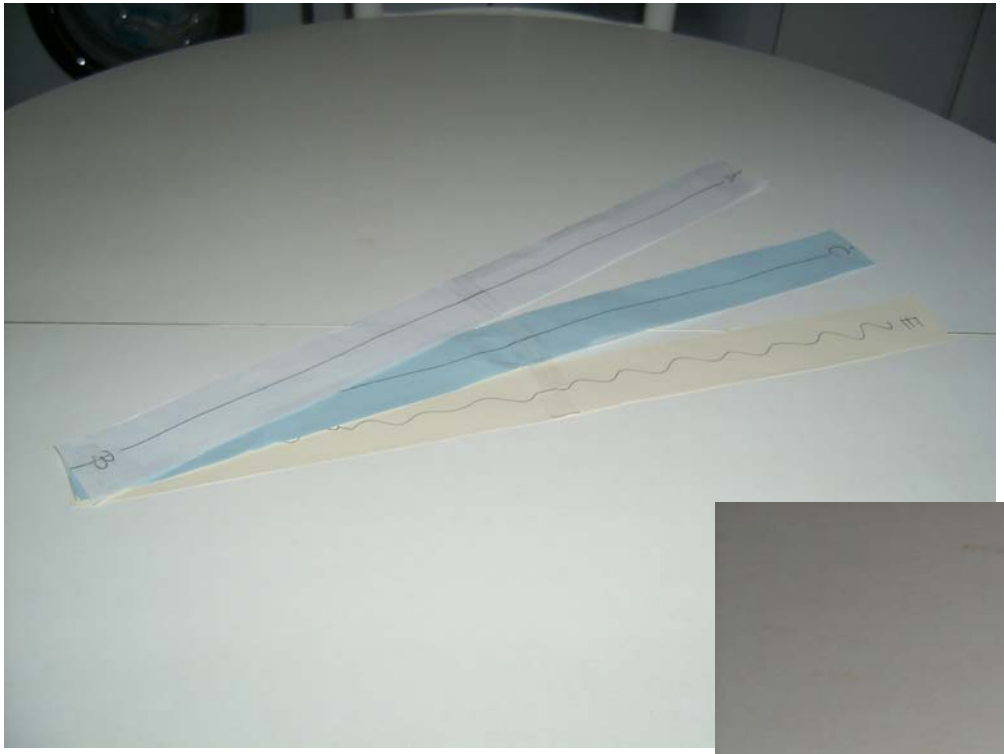
Y más experimentos…



Se cortan dos tiras de papel que se marcan con las letras A y B (blanca) y C y D (azul) en su extremos.

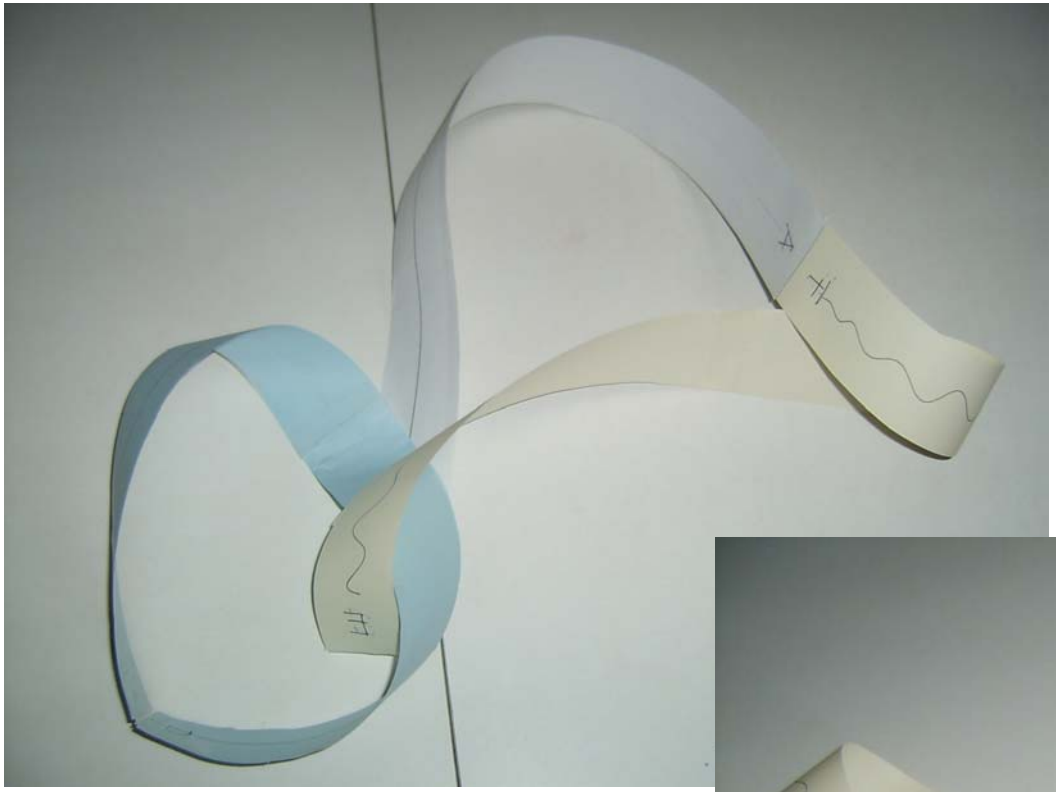
Se colocan una sobre la otra y en vez de pegar A con B y C con D, se da una semivuelta antes y se pegan A con D y B con C. Si pasas un clip entre las dos figuras, hay dos bandas… no hay obstáculos.

Sorprendentemente, no hay dos bandas de Möbius, sino… un cilindro, con dos semivueltas.

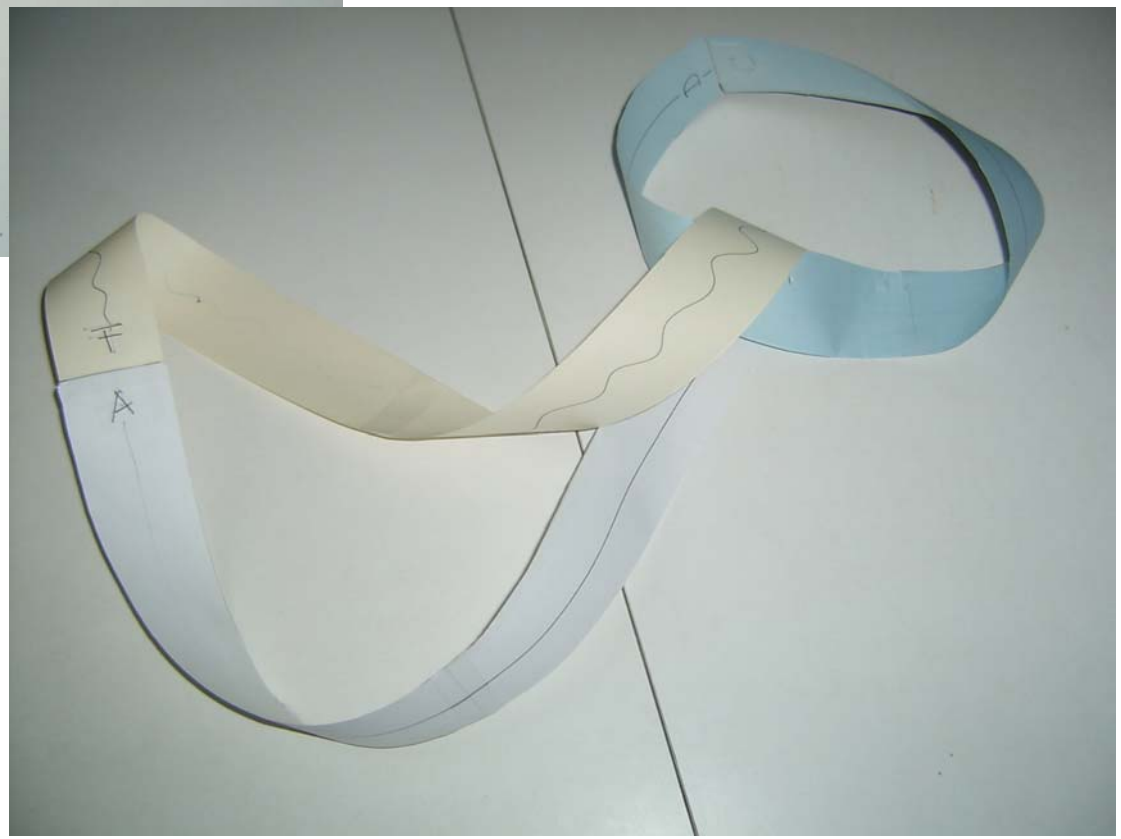


Se cortan tres tiras de papel que se marcan con las letras A y B (blanca), C y D (azul) y E y F (beis) en su extremos.

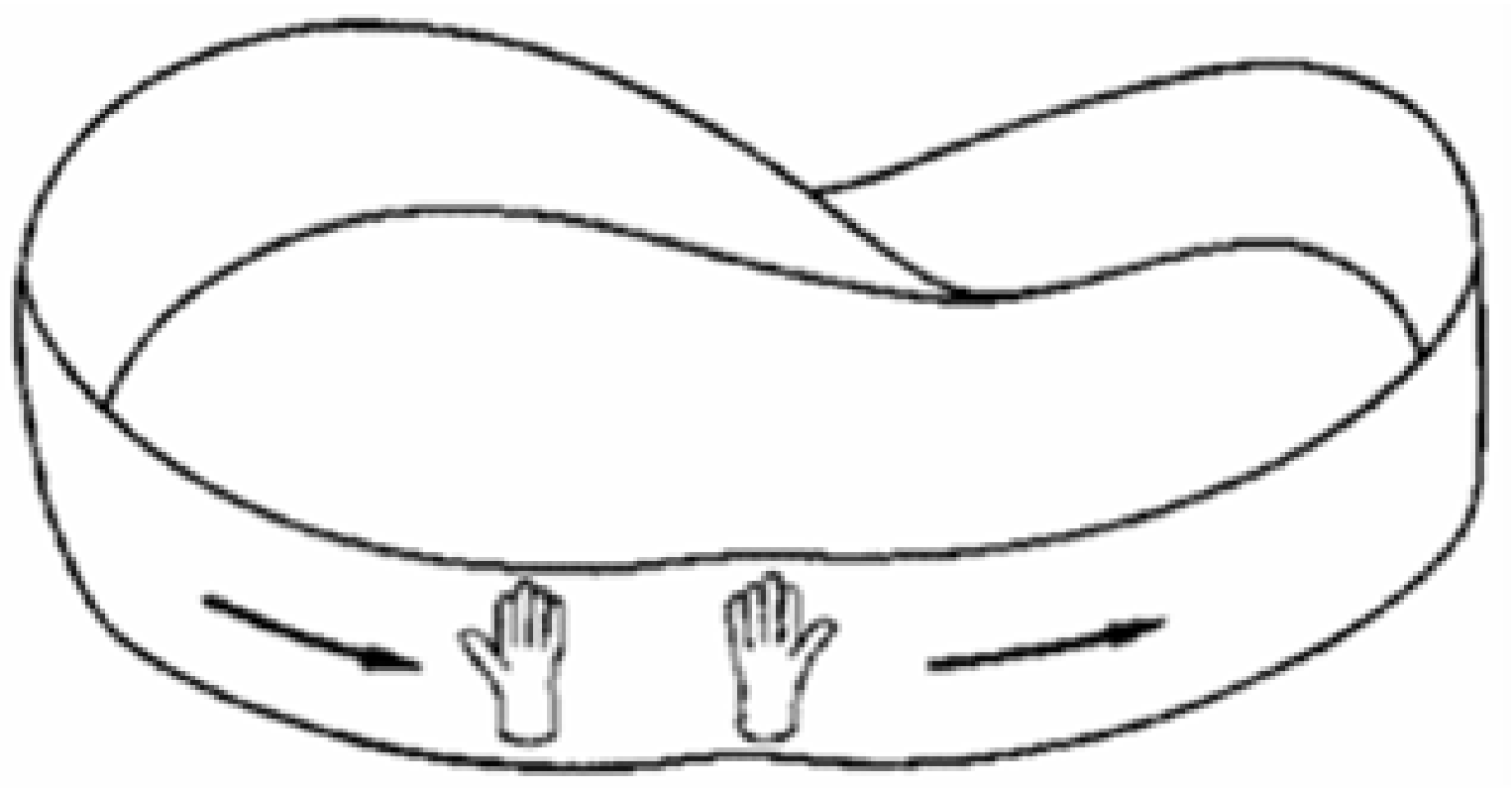
Se da una semivuelta, y se pegan A con F, B con E y C con D…



Al deshacer la figura, aparece un cilindro formado por las bandas de los extremos y la banda de Möbius central se conserva…



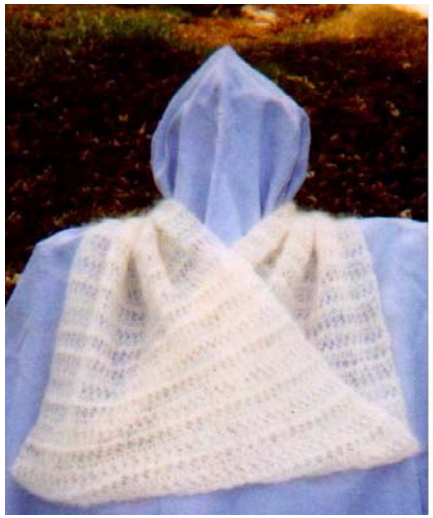
Estas propiedades extrañas se deben a que la banda de Möbius es no orientable.



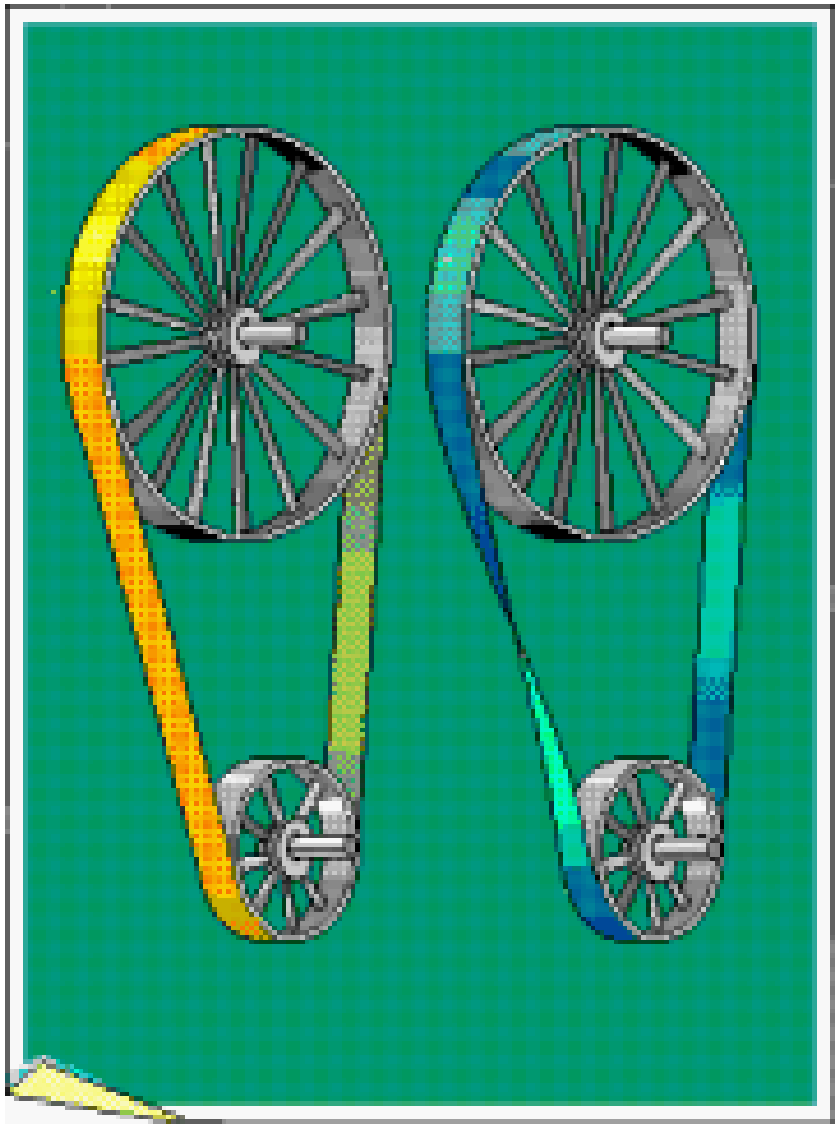
La banda de Möbius no sólo es importante en matemáticas…

Elisabeth Zimmermann

***Bufanda de Möbius*:**
La mejor para el frío, 1983



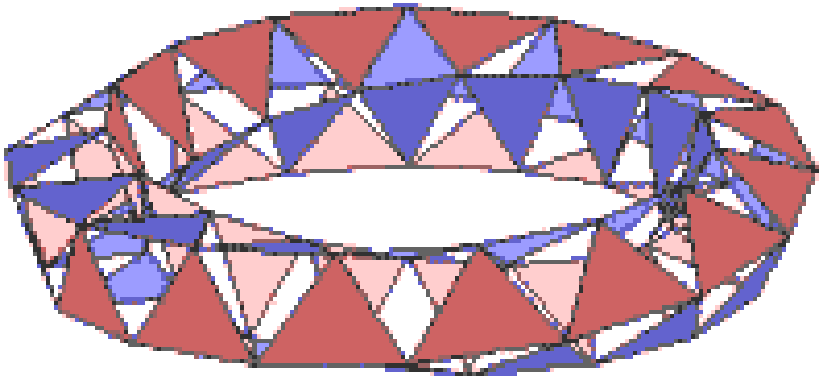
Caltrate: suplemento de calcio

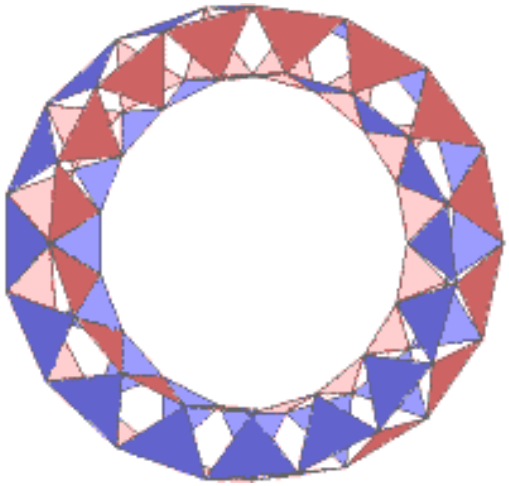


En algunas industrias se están cambiando las correas cilíndricas por “correas de Möbius” que se desgastan a menor velocidad…

El uso de estas correas dobla la vida de elementos tipo lazo como correas de transmisión planas, cintas magnéticas, hojas flexibles, etc.

http://www.wolfram.com/products/mathematica/usersanduses/experience/mobius.html

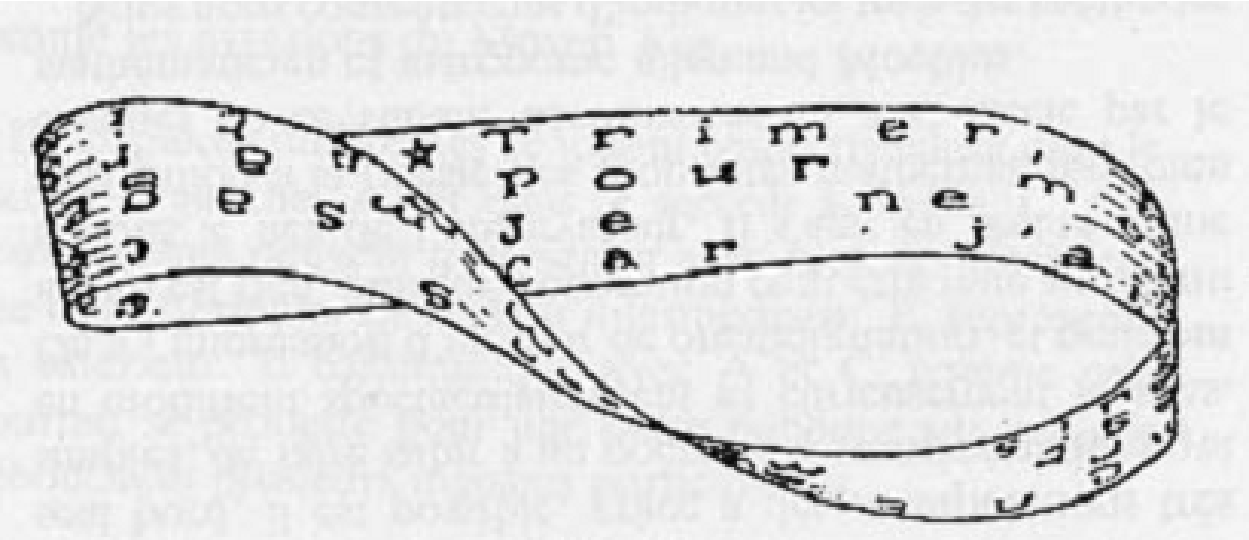




Sugar Sand Science Playground **en Boca Ratón (Florida), diseñado por Gerald Harnett.**

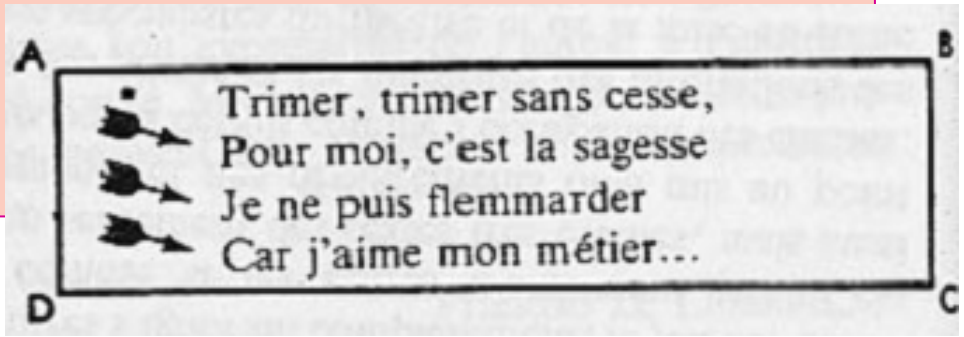
La banda de Möbius y OULIPO… para crear literatura

Luc Étienne (1908-1984) toma la banda de Möbius, la somete a simples manipulaciones, y transforma un poema en otro cuyo sentido cambia espectacu-larmente…



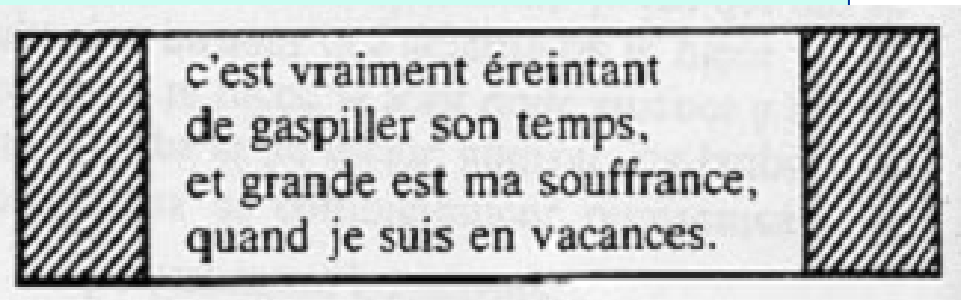
En la primera cara de una banda de papel rectangular (al menos 10 veces más larga que ancha) se escribe la mitad de la poesía:

Trabajar, trabajar sin cesar,
para mi es obligación
no puedo flaquear
pues amo mi profesión…



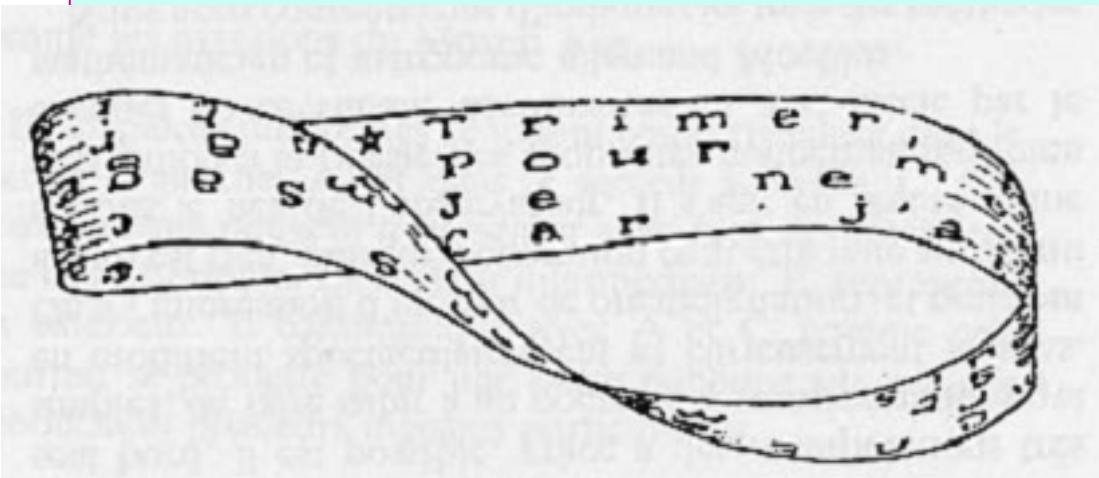
Se gira esta tira de papel sobre su lado más largo (es esencial), y se escribe la segunda mitad del poema:

Es realmente un tostón
perder el tiempo,
y grande es mi sufrimiento,
cuando estoy de vacación.



Se pega la tira para obtener una banda de Möbius y sobre ella se lee (sólo tiene una cara) algo con sentido “opuesto” a la suma de los dos poemas anteriores:

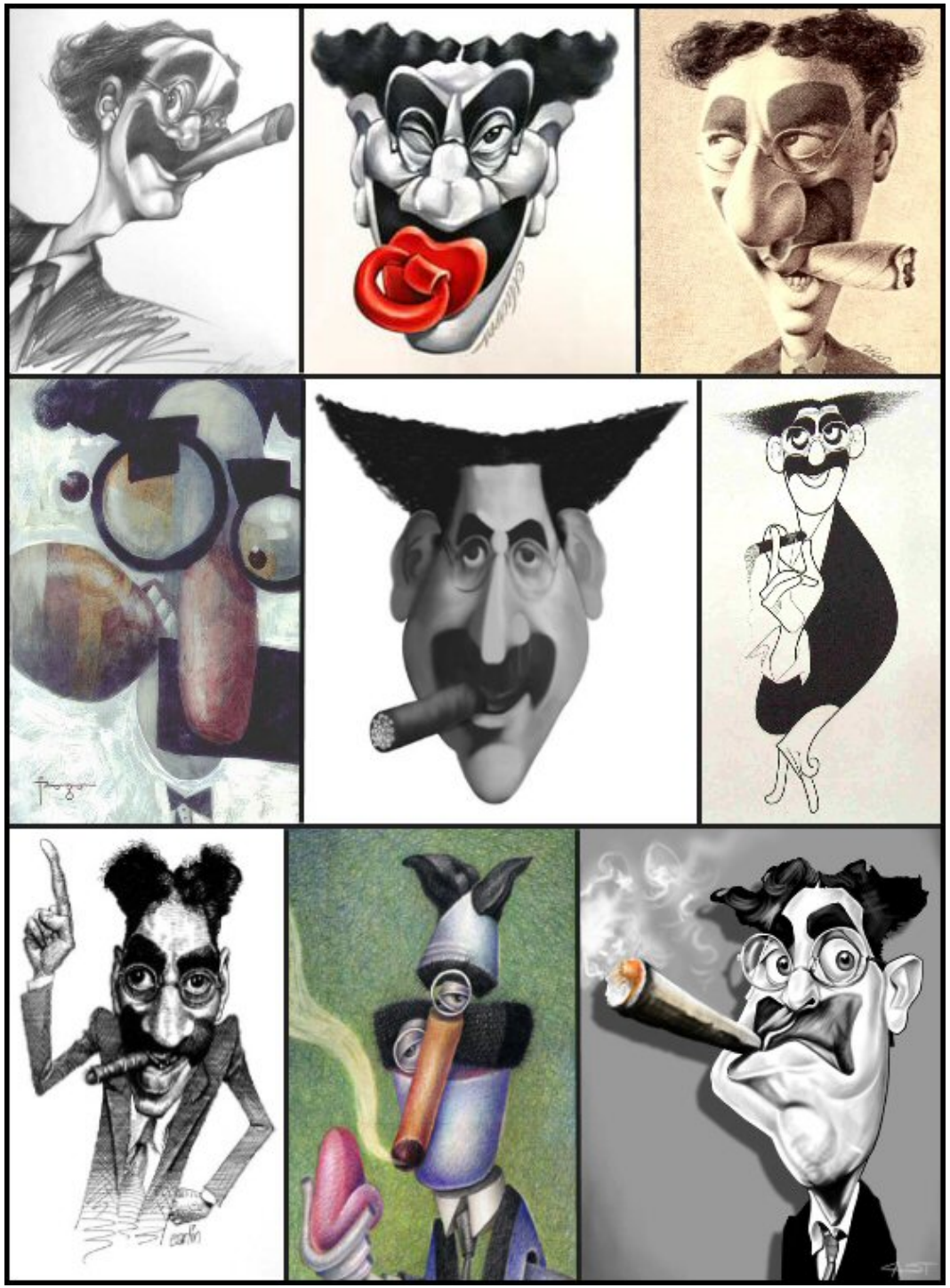
Trabajar, trabajar sin cesar, es realmente un tostón
para mi es obligación perder el tiempo
no puedo flaquear y grande es mi sufrimiento,
pues amo mi profesión… cuando estoy de vacación.



Trimer, trimer sans cesse, c'est vraiment éreintant
Pour moi, c'est la sagesse de gaspiller son temps
Je ne puis flemmarder, et grande est ma souffrance,
Car j'aime mon métier… quand je suis en vacances.

Groucho Marx

Me niego a ser miembro de un club que me acepte como miembro.



GRACIAS