



ZTF-FCT

Zientzia eta Teknologia Fakultatea
Facultad de Ciencia y Tecnología



Universidad
del País Vasco

Euskal Herriko
Unibertsitatea

FISIKA KUANTIKA

3 Gaia

Potentzial-osin infinitua

1. m masako partikula bi planoren artean dago, $x = 0$ eta $x = a$ puntuetan kokatuta. Gune horretan potentziala nulua da, eta hortik kanpo infinitua dela joko dugu (potentzial-osin infinitua).

- Kalkulatu Hamiltondarraren autofuntzioak eta autobalioak.
- Partikula, $n=4$ balioari dagokion egoeran dago. Bat-batean, planoen arteko distantzia bikoiztu egin da (planoen posizio berriak $x = 0$ eta $x = 2a$ dira), beraz, sistema berriaren autofuntzioak desberdinak dira. Kalkulatu Hamiltondar berriaren autofuntzioak eta autobalioak.
- $t=0$ aldiunean, partikularen uhin-funtzioa $0 < x < a$ tartean, planoak aldendu baino lehen zeukana da. $a < x < 2a$ tartean, berriz, nulua da. Funtzio hori autofuntzio berrien konbinazio lineala da. Kalkulatu seriearen koefizienteak.
- Energia neurtuz gero, zein da planoak aldendu baino lehen partikulak zuen energia berbera neurtzeko probabilitatea?
- Energia neurtuz gero, zein da planoak aldendu baino lehen partikulak zuen energia baino txikiagoa izateko probabilitatea?
- Kalkulatu partikularen energiaren batezbesteko balioa, planoak alden-du eta gero.

2. m masako partikula a zabalera duen potentzial-osin infinituan dago. $t=0$ aldiunean partikularen uhin-funtzioa nulua da $-a/2 < x < -a/4$ eta $a/4 < x < a/2$ tartetean. $-a/4 < x < a/4$ tartean, berriz, $\Psi(x, 0) = \alpha(\beta - x^2)$ da.

- Kalkulatu α eta β parametroen balioak.
- Energia neurtzean, kalkulatu oinarritzko lehenengo 5 balioak neurtzeko probabilitatea.

3. $t = 0$ aldiunean, a zabalerako potentzial-osin infinituan, partikula baten uhin-ekuazioa honako hau da,

$$\Psi(x, 0) = c_1 \Psi_1(x, 0) + c_2 \Psi_2(x, 0) + c_3 \Psi_3(x, 0)$$

non $\Psi_i(x, t)$ hamiltondarraren autofuntzioak diren. Koefizienteen arteko erlazioak $c_1 = 2c_2 = 3c_3$ dira. Partikularen momentu lineala neurtzean, zein dira lor daitezkeen balioak? Zein da balio bakoitza lortzeko probabilitatea?

4. m masako partikula a zabalera duen potentzial-osin infinituan dago.

- Aurki ezazu $\Psi(x, t)$ uhin-funtzioa honako informazio hau erabiliz,
 - $t=0$ aldiunean $n = 1$ eta $n = 4$ egoeretan aurkitzeko probabilitatea $1/2$ eta $1/2$ dira, hurrenez hurren, non n energiari dagokion zenbaki kuantikoa den.
 - $\Psi(x, 0)$ erreala da.
 - Ezkerrean aurkitzeko probabilitatea, eskuinean aurkitzeko probabilitatea baino handiagoa da.
- Egiaztatu $\overline{x(t)}$ funtzioa oszilakorra dela.

5. Unitate arbitrarioak erabiliz, $m=1$ masako partikula $a = \pi$ zabalerako potentzial osin infinituan dago. $t=0$ aldiunean uhin-funtzioa honako hau da,

$$\Psi(x, 0) = \sqrt{2} \sin(nx) + \sin[(n+1)x] \quad x \in (0, \pi)$$

- Normalizatu uhin-ekuazioa.

- Energia neurtuz gero, zein balio lor daitezke? Zein probabilitate dauka balio bakoitzak?
- Idatz ezazu uhin-funtzio normalizatua, t edozein aldiunetarako.
- Irudikatu $\overline{p(t)}$ funtzioa t -ren funtzioan. Kalkulatu funtzioaren periodoa.

6. Nukleoaren barruan, protoiak jasandako potentziala osin infinitua dela jo daiteke, osinaren neurria $a = 10^{-4}$ Å-ekoa izanda. Demagun protoiaren egoera, $\Psi(x, t) = \Psi_1(x, t) + \Psi_2(x, t)$ dela, non $\Psi_1(x, t)$ eta $\Psi_2(x, t)$ potentzial honen lehenengo bi autofuntzioak diren.

- Kalkulatu partikula aurkitzeko probabilitatea x eta $x + dx$ tartean, denboraren funtzioan (hau da, partikularen probabilitate-dentsitatea).
- Karga-dentsitatea probabilitate-dentsitatearen proportzionala denez, kalkulatu karga oszilakor honek igorritako fotoiaren maiztasuna, mekanika klasikoaren ikuspuntutik.
- Aurreko fotoia, espektro elektromagnetikoaren zein tartetan dago?

7. $t = 0$ aldiunean, a zabalerako potentzial-osinaren autofuntzioak eta autobalioak honako hauek dira:

$$\Psi_n(x, 0) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin \left[\frac{n\pi}{a} \left(\frac{a}{2} - x \right) \right] \quad x \in \left(-\frac{a}{2}, \frac{a}{2} \right) \quad E_n = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2ma^2} n^2$$

$t = 0$ aldiunean, partikularen energia neurtzean E_1 lortzeko probabilitatea $P_1 = 0.6$ da. E_2 neurtzeko probabilitatea, $P_2 = 0.4$ da. Beste alde batetik, potentzial-osinaren ezkerreko aldean aurkitzeko probabilitatea, $P_{ez} = 0.7$ da. Kalkula ezazu partikularen uhin-funtzioa $t = 0$ aldiunean eta t edozein aldiunetan.

8. Elektroi bat, $x = 0$ eta $x = a = 2\pi$ Å-eko posizioen artean dago, potentzial osin infinituan. $t = 0$ aldiunean, bere uhin-funtzio normalizatua $\psi(x) = \sqrt{\frac{1}{\pi}} \sin x$ da. Funtzio horrek egoera iraunkorra (Hamiltondarraren autofuntzioa) adierazten du.

- Zein da egoera horren energia (eV-etan)?
- Adierazitako egoeran dagoenean, kalkulatu Δp , elektroiaren momentu linealaren ziurtasun-eza. Denboran, aldatu egiten al da?
- Kalkulatu sistemaren (potentzialaren) autofuntzioak eta autobalioak.
- Orain, demagun, zabalera bereko beste osin batean, $t = 0$ aldiunean, beste elektroi bat $\Psi(x, 0) = B \sin^3 x$ egoeran dagoela. Energia neurtuz gero, zein balio atera daitezke eta zein da balio bakoitza lortzeko probabilitatea?
- Aurreko atalaren egoeran dagoenean, kalkulatu $\overline{E}$, energiaren batezbesteko balioa, eta ΔE , bere ziurtasun-eza.

Oharra: $\sin^3 x = \frac{1}{4}(3 \sin x - \sin 3x)$ eta $\cos^3 x = \frac{1}{4}(3 \cos x + \cos 3x)$.

9. m masadun partikula bat a zabalera duen potentzial-osin infinituan dago (energia potentziala nulua da $[0, a]$ tartean). Partikulak hasieran duen uhin-funtzioa ondorengoa da:

$$\psi(x, t = 0) = \begin{cases} \sqrt{4/a} & 0 \leq x \leq a/4 \\ 0 & \text{Besteetan} \end{cases}$$

- Energia neurtzerakoan, ze balioak lortuko genituzkeen eta ze probabilitateekin?
- Ba al dago energiaren autobalioaren bat inoiz ezin izango duguna neurtu (edozein t aldiunetan)?
- Kalkula ezazu energiaren alderantzizkoaren batezbestekoa, $\langle E^{-1} \rangle$.

10. Partikula bat $x \in [0, a]$ tartean mugitzen da, a zabalerako potentzial-osin infinituan. Hasierako uhin-funtzioa ondorengoa izanik:

$$\Psi(x, 0) = \sin \frac{3\pi x}{a} \cos \frac{\pi x}{a}$$

Zein da $t = ma^2/(60\pi\hbar)$ aldiunean dentsitate-probabilitateak duen adierazpena?, eta $\langle p \rangle(t)$?

11. Elektroi bat a zabalerako potentzial-osin batean dago. Aldiune bateko uhin-funtzioa $\Psi(x) = Ax$ da potentzial-osinaren barruan eta zero kanpoan (koordinatu-jatorria osinaren zentruan kokaturik egonik), non A konstante bat den. Zein da oinarrizko energia neurtzeko probabilitatea?

12. Kargaturik dagoen m masadun partikula bat $x = 0$ eta $x = L$ posizioen artean dago potentzial osin infinituan.

- Egoera kitzikatu batetik bestera pasatzean, zein da elektroiak igor lezakeen erradiazioaren uhin-luzerarik handiena?
- Orain demagun $t = 0$ aldiunean $\Psi(x, 0) = \sin^3(\pi x/L)$ egoeran dagoela. Kalkula ezazu egoera horri dagokion $x = L/2$ puntuko dentsitate-probabilitatearen denboraren garapena, $P(x = L/2, t)$.
- $t = 10$ s-ko aldiunean, zein da egoera horren energiaren ziurgabetasuna, ΔE ?