



ZTF-FCT

Zientzia eta Teknologia Fakultatea
Facultad de Ciencia y Tecnología



Universidad
del País Vasco

Euskal Herriko
Unibertsitatea

FISIKA KUANTIKA

3 Gaia

Potentzial-osinak

1. Kontsidera ezazu ondorengo dimentsio bakarreko energia potentziala:

$$V(x) = \begin{cases} 0 & |x| \leq a \\ V_0 > 0 & |x| \geq a \end{cases}$$

Suposa dezagun egoera lotu bat bakarra dagoela (oinarrizko egoera) eta oinarritzko energia honen balioa $E = V_0/4$ dela.

- Irudi berean adieraz ezazu energia potentziala eta oinarritzko uhin-funtzioari dagozkion irudiak (koalitatiboki).
- Kalkula ezazu oinarritzko uhin-funtzioari dagokion adierazpena (ez duzue normalizatu behar).
- Oinarritzkoa egoeraren energia $E = V_0/4$ denean, froga ezazu ondorengo erlazioa betetzen dela: $\sqrt{2mV_0}a/\hbar = 2\pi/3$.

2. Dimentsio bakar batean, partikula bat honako potentzial honetan dago,

$$V(x) = \begin{cases} \infty & x < 0 \\ 0 & 0 < x < a \\ V_0 & a < x \end{cases}$$

- $E < V_0$ denean, lor ezazu energia onargarriak ematen dituen ekuazioa.

- m , a eta V_0 -ren balioak direla eta, tarte horretan, posiblea al da energiak balio bat ere ez eukitzea? Kalkula ezazu (gutxi gora-behera, balio zehatza ez da beharrezkoa) zein izan behar den aurreko magnitudeen arteko erlazioa, gutxienez energiaren balio bat onargarria izateko.
- Justifikatu aurreko emaitza Ziurtasun Ezaren Printzipioaren ikuspuntutik.
- Demagun $\alpha \equiv \sqrt{2mV_0}a/\hbar = 5.236$ dela. Emandako taulari begira, energiak zenbat balio izango ditu $0 < E < V_0$ tartean? Zeintzuk dira balio hauek? (Gutxi gora-beherako balioak eman, inolako interpolaziorik egin gabe)
- Irudikatu (gutxi gora-behera) autobalio horiekin lotuta dauden autofuntzioak.

β	$\sqrt{\beta}$	$\sqrt{1-\beta}$	$\tan \alpha\sqrt{\beta}$	$\tan \alpha\sqrt{1-\beta}$	$\tanh \alpha\sqrt{\beta}$	$\tanh \alpha\sqrt{1-\beta}$
0	0	1	0	-1.73125	0	0.999943
0.05	0.223607	0.974679	2.36556	-2.42438	0.824544	0.999926
0.1	0.316228	0.948683	-11.732	-3.83472	0.929653	0.999903
0.15	0.387298	0.921954	-2.03281	-8.64689	0.965951	0.999872
0.2	0.447214	0.894427	-1.02943	34.4721	0.981674	0.999829
0.25	0.5	0.866025	-0.577217	5.56753	0.989415	0.99977
0.3	0.547723	0.83666	-0.280654	2.90546	0.993565	0.999687
0.35	0.591608	0.806226	-0.0438506	1.87102	0.995931	0.999569
0.4	0.632456	0.774597	0.171722	1.29796	0.997345	0.9994
0.45	0.67082	0.74162	0.388955	0.916152	0.998223	0.999153
0.5	0.707107	0.707107	0.628275	0.628275	0.998784	0.998784
0.55	0.74162	0.67082	0.916152	0.388955	0.999153	0.998223
0.6	0.774597	0.632456	1.29796	0.171722	0.9994	0.997345
0.65	0.806226	0.591608	1.87102	-0.0438506	0.999569	0.995931
0.7	0.83666	0.547723	2.90546	-0.280654	0.999687	0.993565
0.75	0.866025	0.5	5.56753	-0.577217	0.99977	0.989415
0.8	0.894427	0.447214	34.4721	-1.02943	0.999829	0.981674
0.85	0.921954	0.387298	-8.64689	-2.03281	0.999872	0.965951
0.9	0.948683	0.316228	-3.83472	-11.732	0.999903	0.929653
0.95	0.974679	0.223607	-2.42438	2.36556	0.999926	0.824544
1.	1.	0.	-1.73125	0.	0.999943	0.

3. m masadun partikula bat ondorengo potentzialaren eraginpean higitzen ari da:

$$V(x) = \begin{cases} \infty, & x < 0 \\ 0, & 0 < x < a \\ V_0, & x > a \end{cases}.$$

- Aurki itzazu autofuntzioen adierazpenak $E > V_0$ denean.
- $E < V_0$ denean, aurki ezazu energiaren autobalioek betetzen duten ekuazioa. Grafikoki froga ezazu autobalioek espektro diskretoa osatzen dutela.
- Zein da $2mV_0a^2/\hbar^2$ kantitatearen balio minimoa n egoera lotuak egoteko? Zenbat energia-maila daude ondorengo berdinketa dugunean, $a^2V_0 = 75\hbar^2/m$?
- Zenbat balio du $2mV_0a^2/\hbar^2$, $E = V_0/2$ baliodun egoera lotu bat bakarra egon dadin? Kasu honetan, zein da probableena den partikularen posizioa? Zein da klasikoki debekaturik dagoen zonaldean egoteko probabilitatea?

4. Kontsidera dezagun beheko energia potentzialaren adierazpena (dimentsio bakarreko molekula diatomikoaren eredua izan daitekena):

$$V(x) = \begin{cases} \infty, & |x| > l + a \\ 0, & a < |x| < l + a \\ V_0, & |x| < a \end{cases}.$$

- Hamiltondarren autofuntzioek paritate definitua (hau da, simetrikoak edo antisimetrikoak diren) al dute?
- $E < V_0$ denean, froga ezazu autobalioek ondorengo bi ekuazioetatik bat betetzen dutela.

$$\frac{1}{k} \tan kl = -\frac{1}{\beta} \tanh \beta a, \quad \frac{1}{k} \tan kl = -\frac{1}{\beta} \coth \beta a,$$

non $k = \sqrt{2mE/\hbar^2}$ eta $\beta = \sqrt{2m(V_0 - E)/\hbar^2}$. Zein da kasu bakoitzari dagokion autofuntzioaren paritatea?

5. Behean dagoen grafikoak elektroi bati dagokion Hamiltondarraren autofuntzio bat, $\psi(x)$, adierazten du. Elektroiak jasutzen duen energia potentziala gorriak diren lerro bertikalen bidez separaturiko hiru aldetan banandurik dago, tarte bakoitzean energia potentziala konstantea izanik. Zuzenean grafika honen gainean neurketak eginez, lor itzazu energia potentzialaren (V) eta uhin-funtzioaren adierazpen analitikoak, eta autofuntzio honi dagokion energia (E). Azal ezazu emandako erantzunak eta erabilitako prozedura.

