## Programa:

El estudio geométrico y topológico de las variedades complejas es un área muy activa debido no sólo a su intersección con varias ramas de las Matemáticas (como la geometría diferencial, el análisis complejo o la geometría algebraica, entre otras) sino que también por ser una herramienta fundamental en partes importantes de la Física Teórica como, por ejemplo, en la Teoría de Cuerdas.

El principal objetivo del curso es el estudio de la topología algebraica de variedades mostrando las ideas de la teoría de Morse, las desigualdades de Morse así como el teorema de hiperplanos de Lefschetz. Ese estudio ayudará a los estudiantes de doctorado a completar su formación de máster.

El curso que se propone tiene una duración de **27 horas**, y consta de tres partes distribuidas como sigue. En las dos primeras se introducen los conceptos y resultados básicos, y es en la tercera parte del curso donde se muestran los resultados que motivan el curso. En concreto, con la **primera parte** del curso, de 12 horas de duración, se espera que los estudiantes se familiaricen con el concepto de variedad diferenciable real o compleja y, en particular, de hipersuperficie (definida mediante ecuaciones) en un espacio euclídeo o en el espacio proyectivo complejo. Asimismo, se les introduce campos de vectores, flujos, formas diferenciales sobre una variedad, y los operadores: contracción, la diferencial exterior, y la derivada de Lie. Una vez introducidos esos conceptos, en esta primera parte del curso, se trata de explicar:

- La fórmula de Cartan.
- El Teorema de Stokes.
- El Teorema de Frobenius. Integrabilidad de una distribución.
- Conexiones en fibrados. Curvatura. Interpretación de la anulación de la curvatura en
- términos de la independencia del camino a través del que se haga el transporte
- paralelo.
- Caso de conexiones integrables.
- Métrica Riemanniana. Conexión de Levi-Civita. Transporte parallelo.
- Variedades Kähler. Forma de Kähler. Grupo de holonomía de una variedad compacta Kähler.

La **segunda parte** del curso, también de 12 horas de duración, se dedica a la cohomologíasingular y cohomología de De Rham. Se introducen esas cohomologías y la sucesión de Mayer-Vietoris, y se mostrará:

- Lema de Poincaré.
- Dualidad de Poincaré.
- Teorema de De Rham.
- Clase fundamental. El dual de Poincaré de una subvariedad.

En la **tercera y última parte del curso**, a la que se dedicarán 3 horas, se explicarán los resultados que motivan el curso, a saber:

- Ideas de la teoría de Morse. Agregación de celdas y de asas. Ejemplo: Aplicación de la teoria de Morse para una función distancia sobre una variedad compleja.
- Teorema de hiperplanos de Lefschetz.
- Las desigualdades de Morse.

**Bibliografía:**


- Bott, R. and Tu, L. W.: *Differential Forms in Algebraic Topology*, Graduate Texts in Mathematics, Springer-Verlag, New York, 1982.
- Bredon, G. E.: *Topology and Geometry*, Graduate Texts in Mathematics, Springer-Verlag, New York, 2002.
- V. Guillemin, V. and Pollack, A.: *Differential Topology*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1974.
- Hatcher, *Algebraic Topology*, Cambridge University Press, 2001.
- Milnor, J.: *Morse Theory*, Princeton University Press, Princeton, NJ, 1963.
- Warner, F. W.: *Foundations of Differentiable Manifolds and Lie groups*, Scott, Foresman and Company, Glenview, Illinois, 1971.