

eman ta zabal zazu



Universidad del País Vasco

Euskal Herriko Unibertsitatea

sortu

ESPACIO

Galderak

FUTURE

ideas

Preguntas

URVIEHU

$E=mc^2$

DISCOVER

Ideiak

ecología

Solución

berrikuntza

CREATION

SOCIEDAD

# Gizarte Zientziei Aplikatutako Matematika II USE 2018

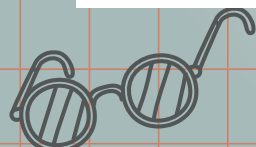
[www.ehu.eus](http://www.ehu.eus)

literature

40%

30%

60%



***Azterketa honek bi aukera ditu. Haietako bati erantzun behar diozu.***

***Ez ahaztu azterketako orrialde bakoitzean kodea jartzea.***

- Kalkulagailu zientifikoak erabil daitezke, programagarriak ez badira.
- Orri honen atzealdean, banaketa normalaren taula dago.

***Este examen tiene dos opciones. Debes contestar a una de ellas.***

***No olvides incluir el código en cada una de las hojas de examen.***

- Está permitido el uso de calculadoras científicas que no sean programables.
- La tabla de la distribución normal está en el reverso de esta hoja.



## A AUKERA

### A 1 (gehienez 3 puntu)

Ibilgailu batek darabilen erregaia keroseno eta gasolinaren nahastea da. Honako murrizketa hauek beteko dira: (i) erregai-deposituak 10 litroko edukiera du; (ii)  $G$  gasolina kantitatea (litroetan) gutxienez  $2/3$  bider  $K$  kerosenoarena izango da ( $K \geq 0$ ); (iii) Gasolinaren salneurria litroko 1€ da, kerosenoarena 0.5€ da eta erregai erosteko diru muga 8€koa da. Erantzun:

- Marraztu gasolina  $G$  eta keroseno  $K$  litro kantitate bideragarriak  $KG$  planoan, (i), (ii) eta (iii) murrizketak errespetatuz.
- $F(G, K) = 8G + 5K$  funtzioak ibilgailuak egindako kilometro kopurua adierazten du, gasolinaren eta kerosenoaren kontsumoaren arabera. Kalkulatu  $G$  eta  $K$  kantitate optimoak ibilgailuak ahal duen kilometro kopuru handiena egiteko.

### A 2 (gehienez 3 puntu)

Izan bedi  $0.01 \leq x \leq 3$  tartean definituriko  $h(x) = a + \ln(x) - 6x + 2x^2$  funtzioa, non  $\ln(x)$  adierazpenak  $x$ -ren logaritmo nepertarra adierazten duen. Erantzun:

- Zer balioa izan behar du  $a$  parametroa  $h(1) = -1$  betetzeko?
- Izan bedi  $0.01 \leq x \leq 3$  tartean definituriko  $f(x) = 4 + \ln(x) - 6x + 2x^2$  funtzioa. Zein koordinatuetan daude  $f(x)$  funtzioaren maximo eta minimo lokalak tarte horretan? (Laguntza: ebatzi  $xf'(x) = 0$ )

### A 3 (gehienez 2 puntu)

Futbol talde bateko bazkideei euren asistentzia ezagutzeko galdeketa pasa zaie. Bazkide batek zera erantzun du: partidua asteburuan jokatzeko bada (larunbatean edo igandean) %90etan ikustera doa eta, beste egunetan bada, berriz, %70etan. Asteko egunaren aukeraketa zorizkoa baldin bada, kalkulatu:

- Asteburu honetan partidurik baldin badago, zein da partidura ez joateko probabilitatea?
- Datorren astean partidurik baldin badago, zein da partidura joateko probabilitatea?
- Bazkidea aurreko astean partidu batera joan baldin bazen, zein da partidua asteburuan jokatu izanaren probabilitatea?

### A 4 (gehienez 2 puntu)

Arrain-haztegi batean eme-proporzioa arrain poblazioarekiko estimatu nahi da eta, horretarako, 500 arraineko ausazko lagin bat hartu da. Zenbatzearen ondoren, horietako 175 eme direla ohartu gara. Zera kalkulatzeko eskatzen da:

- %94ko konfiantza-mailari dagokion konfiantza-tartea emeen proportziorako arrain-populazio horretan.
- Zein da laginak izan behar duen tamaina minimoa emeen proportzioaren estimazioaren akats maximoa  $\leq 0.02$  izateko, %94a konfiantza-mailarekin?

## B AUKERA

### B 1 (gehienez 3 puntu)

- a) Aurkitu  $a, b, c$  eta  $d$  parametroak  $F \cdot G = H \cdot K$  ekuazio matriziala bete dadin, non adierazitako matrizeak hauek diren,

$$F = \begin{pmatrix} 1 + a - b & -1 \\ 2 + b & 1 \end{pmatrix}, G = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 4 & 3 - d \end{pmatrix}, H = \begin{pmatrix} 2a + 2 & -2 \\ c & -2 \end{pmatrix}, K = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ b & 3 \end{pmatrix}$$

- b) Aurkitu  $A$  matrizearen  $n$  berretzailea honako identitatea bete dadin:

$$A^n = \begin{pmatrix} -2048 & 0 \\ 0 & -2048 \end{pmatrix}, \text{ non } A = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \text{ den.}$$

### B 2 (gehienez 3 puntu)

Honako funtzioa,  $f(x)$ , telekomunikazio konpainia baten mozkinak adierazten ditu, instalatutako  $x$  antena kopuruaren arabera ( $x \geq 1$ ):

$$f(x) = 100 - \frac{98}{x} - 2x.$$

- a) Zein da mozkinik handiena emango duen  $x$  antena kopuruaren balioa?  
b) Ze tartean egon behar du  $x$  antena kopurua mozkinak positiboak izateko?

### B 3 (gehienez 2 puntu)

Pertsona talde batean, %60a ezkontuta dago. Ezkontutako pertsonen artean, %80k lana badu eta, berriz, pertsona ezkongaien %10 langabezian dago. Erantzun:

- a) Zoriz aukeratutako pertsona bat lana duena bada, zein da ezkontuta izanaren probabilitatea?  
b) Langabezian daudenen artean, zein proportzio dago ezkontuta?

### B 4 (gehienez 2 puntu)

Landa-eremu batean egindako galdeketa baten ondorioz zera ondorioztatu da: bertakoek asteburuetan telebista ikusten ematen duten denbora, minutuetan neurtuta,  $N=(\mu, 75)$  banaketa normalari jarraitzen dion zorizko aldagai bat dela. Ikusentzuleen artean lagin bat aukeratu bada, (188'18, 208'82) konfiantza-tartea duena, banaketa horren " $\mu$ " batezbestekoarentzako, 99% konfiantza-mailarekin. Kalkulatu:

- a) Laginaren batezbestekoa eta laginaren tamaina minimoa.  
b)  $n=500$  tamainuko lagina eta %96 konfiantza-maila erabiliz, zein da  $\mu$  batezbestekoren errore maximoa?



## CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK

### GIZARTE ZIENTZIEI APLIKATURIKO MATEMATIKA II

#### **Puntuazio-sistema**

Probaren puntuazioa guztira 0 eta 10 puntu bitartekoa izango da.

Lehenengo bi problemak 0 eta 3 puntu artean baloratuko dira, eta azken biak 0 eta 2 puntu artean.

Problema batean zenbait atal badaude, atal guztiak berdin baloratuko dira.

Galdera batean erabili beharreko ebazpen-metodoa zehazten ez bada, galdera hori modu egokian ebazten duen edozein bide onartuko da.

#### **Balorazio positiboa merezi duten faktoreak**

- Planteamendu zuzenak.
- Kontzeptuak, hiztegia eta notazio zientifikoa zuzen erabiltzea.
- Zenbakizko datuak eta datu grafikoak interpretatzeko edo/eta kalkulatzeko erabiltzen diren teknika espezifikoak ezagutzea.
- Problema osorik bukatzea eta emaitzaren zehaztasuna.
- Bi emaitza soilik zenbakizko kalkuluetan erabilitako zehaztasun-mailan desberdintzen badira, biak ontzat emango dira.
- Ariketa ebaztean egindako pausoen azalpen argia.
- Aurkezpenaren txukuntasuna, bai eta unibertsitatera sartzear dagoen ikasle batek beharko lukeen heldutasuna erakusten duen beste edozein alderdi.

#### **Balorazio negatiboa merezi duten faktoreak**

- Planteamendu okerrak.
- Kontzeptuen nahasketa.
- Kalkulu-akatsen ugaritasuna (oinarrizko gabezien adierazle delako).
- Akats bakanak, hausnarketa kritiko edo sen on falta erakusten dutenean (adibidez, problema baten soluzioa  $-3,7$  hozkailu dela esatea, edo probabilitate baten balioa  $2,5$  dela).
- Akats bakanak, haien ondorioz ebatzitako problema hasieran proposatutakoa baino errazagoa bilakatzen denean.
- Azalpenik eza, bereziki erabiltzen ari den aldagaien esanahiarena.
- Akats ortografiko larriak, desordena, garbitasun falta, idazkera okerra, eta unibertsitatera sartzear dagoen ikasle batek izan beharko ez lukeen edozein ezaugarri desegoki.



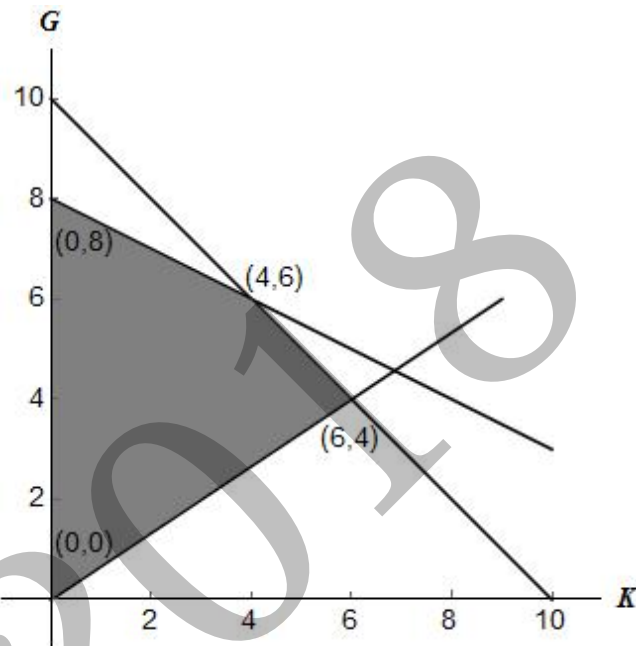
## CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK

### EBAZPENAK

#### A AUKERA

**A 1** Bi aldagaiko programazio linealezko problema baten ebazpena:

a) Soluzio bideragarrien esparrua KG planoan:



b) Egin daitekeen biderik luzeena 68km  $G=6$  eta  $K=4$  kantitateak aukeratuz.

**A 2** Funtzio baten parametroen kalkulua. Funtzioaren balioen kalkulua zein bere maximoenak eta minimoenak:

a)  $h(1) = -1 \Rightarrow a + \text{Log}(1) - 6 + 2 = -1 \Rightarrow a = 3.$

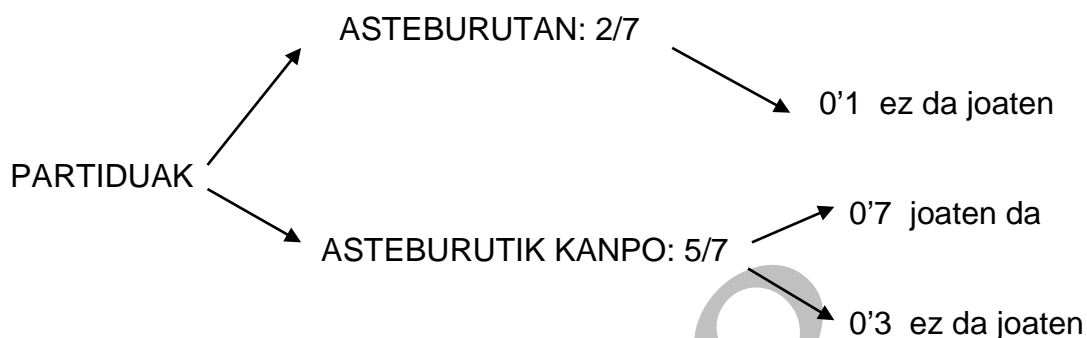
b)  $f'(x) = \frac{1}{x} - 6 + 4x \Rightarrow 0 = xf'(x) = 1 - 6x + 4x^2 \Rightarrow x = \frac{6 \pm \sqrt{36-16}}{8} \Rightarrow \begin{cases} x = 0.19, \\ x = 1.31. \end{cases}$

$f(0.19) = 1.271$  (maximo lokala),  $f(1.31) = -0.158$  (minimo lokala).



### CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK

**A 3** Probabilitate baten kalkulua, zuhaitz-diagramaren bidez eta probabilitate baldintzatuaren bidez ebazten dena:



- $P = 0'1$
- $P = 2/7 \cdot 0'9 + 5/7 \cdot 0'7 = 5'3/7 = 0'757$
- $P = 2/7 \cdot 0'9 / (2/7 \cdot 0'9 + 5/7 \cdot 0'7) = 1'8 / 5'3 = 0'339$

**A 4** Populazio baten proportzioaren konfiantza-tartearen kalkulua:

- $n = 500$  175 eme eta  $n_k = 0'94$

$$\hat{p} = \frac{175}{500} = \frac{7}{20} = 0'35 \quad \hat{q} = \frac{13}{20} = 0'65$$

$$Z_{\frac{\alpha}{2}} \text{ ren kalkulua: } \frac{1+n_k}{2} = \frac{1+0'94}{2} = 0'970 \Rightarrow Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1'885$$

$$K.T. \equiv (\hat{p} - Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{p} \cdot \hat{q}}{n}}, \hat{p} + Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{p} \cdot \hat{q}}{n}}) =$$

$$(0'35 - 1'885 \cdot \sqrt{\frac{0'35 \cdot 0'65}{500}}, 0'35 + 1'885 \cdot \sqrt{\frac{0'35 \cdot 0'65}{500}}) = (0'31, 0'39)$$

- akatsa = 0'02, hortaz,  $0'02 = 1'885 \cdot \sqrt{\frac{0'35 \cdot 0'65}{n}} \Rightarrow n = 2021$





## CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK

### B AUKERA

#### B 1 Kalkulu matrizialaren ariketa:

$$a) F \cdot G = H \cdot K \Leftrightarrow \begin{pmatrix} -6 - 2a + 2b & -2 + a - b + d \\ -2b & 5 + b - d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 - 2a - b & -2 + 4a \\ -2b - c & -6 + 2c \end{pmatrix}$$

Berdintzak ordena egokiaz idatziz:

$$\begin{cases} -6 - 2a + 2b = -2 - 2a - b \rightarrow b = 1, \\ -2b = -2b - c \rightarrow c = 0, \\ 5 + b - d = -6 + 2c \rightarrow d = 12, \\ -2 + a - b + d = -2 + 4a \rightarrow a = 11/3. \end{cases}$$

$$b) A = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, A^2 = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} \Rightarrow \dots \Rightarrow (A^2)^k = \begin{pmatrix} -2^k & 0 \\ 0 & -2^k \end{pmatrix}$$

$$-2^k = -2048 \Rightarrow k = 11 \text{ beraz } n = 22.$$

#### B 2 Funtzioaren balioen eta maximoen eta minimoen kalkulua. Interpretazioa:

$$a) f(x) = 100 - \frac{98}{x} - 2x \Rightarrow f'(x) = \frac{98}{x^2} - 2. f'(x) = 0 \Rightarrow x = \sqrt{49} = 7$$

$$x=7 \text{ maximoa da } f''(7) < 0 \text{ delako. } f(x) = 72$$

$$b) f(x) \text{ ren eta OX ardatzaren arteko ebaketa puntuak: } f(x) = 100 - \frac{98}{x} - 2x = 0.$$

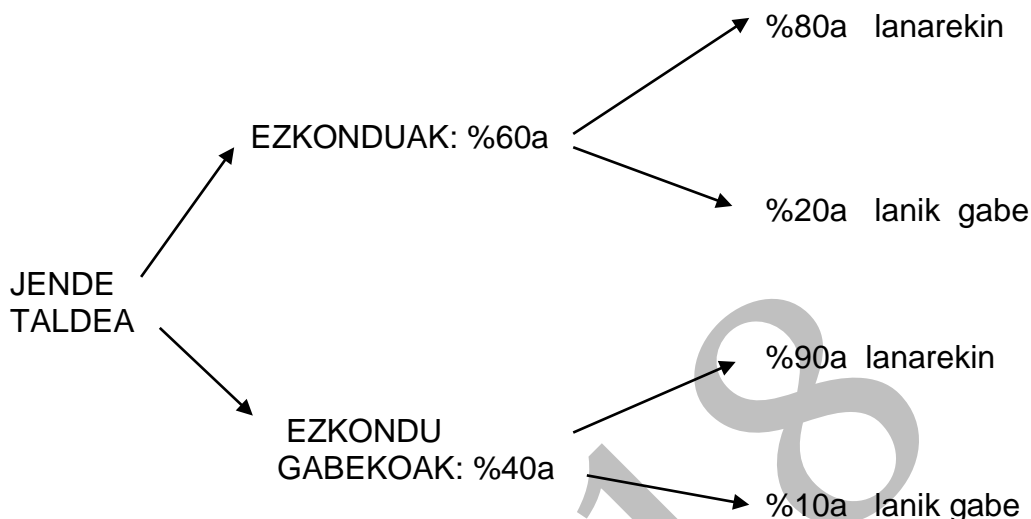
$$\text{Ekuazioa } (-x) \text{ gatik biderkatuz eta 2gatik zatituz: } x^2 - 50x + 49 = 0$$

$$x = \frac{50 \pm \sqrt{50^2 - 4 \cdot 50}}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = 1, \\ x = 49. \end{cases} \text{ Beraz, } 1 \leq x \leq 49 \text{ bitartean } f(x) \geq 0.$$



### CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK

**B 3** Probabilitate baten kalkulua, zuhaitz-diagramaren bidez eta probabilitate baldintzatuaren bidez ebazten dena:



a)  $P(\text{Lanean/ezkondua}) = 0'6 \cdot 0'8 / (0'6 \cdot 0'8 + 0'4 \cdot 0'9) = 0'48 / (0'48 + 0'36) = 4/7 = 0'571$

b)  $P(\text{parotan/ezkondua}) = 0'6 \cdot 0'2 / (0'6 \cdot 0'2 + 0'4 \cdot 0'1) = 0'12 / (0'12 + 0'04) = 3/4 = 0'75$

**B 4** Banaketa normal bati jarraitzen dion populazio baten batezbestekoaren konfiantza-tartearen kalkulua:

a)  $\sigma = 75$ , K.T. = (188'18, 208'82),  $n_k = 99\%$

$Z_{\frac{\alpha}{2}}$  ren kalkulua:  $\frac{1+n_k}{2} = \frac{1+0'99}{2} = 0'9950 \Rightarrow Z_{\frac{\alpha}{2}} = 2'575$

$$(188'18, 208'82) = \left( \bar{x} - Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right)$$

$$\bar{x} - Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 188'18$$

$$\bar{x} + Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 208'82$$

$$2 \bar{x} = 397'00 \Rightarrow \text{Laginaren batezbestekoa } \bar{x} = 198'5 \text{ da}$$



### CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK

Laginaren tamaina:  $\bar{x} + Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 208'82 \Rightarrow$

$$\sqrt{n} = 2'575 \cdot 75 / (208'82 - 198'5) \Rightarrow n = 350$$

b)  $n = 500$ ,  $n_c = 96\%$ ,  $\sigma = 75$

$Z_{\frac{\alpha}{2}}$  ren kalkulua:  $\frac{1+n_k}{2} = \frac{1+0'96}{2} = 0'9800 \Rightarrow Z_{\frac{\alpha}{2}} = 2'055$

Akats maximoa:  $Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2'055 \cdot \frac{75}{\sqrt{500}} = 6'876 \text{ min}$

2018