



Universidad del País Vasco Euskal Herriko Unibertsitatea

UNIBERTSITATERA SARTZEKO  
PROBAK

2012ko UZTAILA

GIZARTE ZIENTZIEI  
APLIKATURIKO MATEMATIKA II

PRUEBAS DE ACCESO A LA  
UNIVERSIDAD

JULIO 2012

MATEMÁTICAS APLICADAS A  
LAS CIENCIAS SOCIALES II

***Azterketa honek bi aukera ditu. Haietako bati erantzun behar diozu.  
Ez ahaztu azterketako orrialde bakoitzean kodea jartzea.***

- Kalkulagailu zientifikoaren erabilera onartuta dago, programagarria izan ezik.
- Orri honen atzeko partean banaketa normalaren taula dago.

***Este examen tiene dos opciones. Debes contestar a una de ellas.  
No olvides incluir el código en cada una de las hojas de examen.***

- Está permitido el uso de calculadoras científicas que no sean programables.
- La tabla de la distribución normal está en el anverso de esta hoja.





## OPCIÓN A

### A1 (hasta 3 puntos)

(a) Representar gráficamente la región del plano definida por las inecuaciones:

$$x \geq 0, 1 \leq y \leq 3, 2x + y \leq 9$$

(b) Hallar los valores máximos de las funciones  $F(x,y) = -x + 4y$  y  $G(x,y) = 2x + y$  en dicha región y los puntos en los que se alcanzan.

### A2 (hasta 3 puntos)

El gasto mensual de un fumador en tabaco viene determinado en función de su salario mediante la siguiente función:

$$G(x) = \frac{400x}{x^2 + 4}$$

$x$  = salario (en miles de euros),  $G(x)$  = gasto mensual en tabaco (en euros)

- (a) Determinar el salario para el cual el gasto en tabaco sea máximo. ¿A cuánto asciende ese gasto?
- (b) Esbozar la gráfica de la función. ¿Para qué salarios es el gasto mensual en tabaco inferior a 60€?

### A3 (hasta 2 puntos)

En un dado trucado la probabilidad de obtener 1 es doble que la de obtener cualquiera de los otros números.

(a) Calcular las probabilidades de los sucesos elementales.

Si lanzamos el dado 4 veces, calcula la probabilidad de obtener:

- (b) Cuatro unos  
(c) Ningún uno  
(d) Al menos un cinco

### A4 (hasta 2 puntos)

La duración en kilómetros de los neumáticos de una determinada marca, sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica 10000 km. Tomada una muestra de 120 neumáticos, su media es igual a 54500 km. Calcular los intervalos de confianza del 95 % y del 99 % para la media de la población.



## OPCIÓN B

### B1 (hasta 3 puntos)

- (a) Sea la matriz  $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ , y la ecuación  $A^2 - xA - yI = O$ , donde  $I$  es la matriz unidad de orden 2 y  $O$  es la matriz nula del mismo orden. Calcular los valores de  $x$  e  $y$  para los que se verifica dicha ecuación.
- (b) Hallar la matriz  $X$  para la que se verifica la siguiente ecuación matricial:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix} + \frac{3}{2}X = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -5 \\ 0 & 7 & 8 \end{pmatrix} + 2X$$

### B2 (hasta 3 puntos)

- (a) Sea la curva de ecuación  $y = ax^3 + bx^2 + c$ . Calcular los valores de  $a$ ,  $b$  y  $c$ , para los que la curva pasa por el punto  $(0, 0)$  y tiene un máximo relativo en el punto  $(2, 8)$ . Hallar, si los hubiere, otros puntos extremos de la función indicando si son máximos o mínimos.
- (b) Dada la curva  $y = 6x^2 - 3x^3$ , hallar los cortes de dicha curva con el eje  $OX$  y calcular el área encerrada por la curva y el eje  $OX$ .

### B3 (hasta 2 puntos)

En una universidad el 4 % de los hombres y el 1 % de las mujeres miden más de 1,95 m de altura. Se sabe que el 60 % de los estudiantes son mujeres. Si se selecciona un estudiante al azar, hallar:

- (a) La probabilidad de que mida más de 1,95 m.
- (b) Si el estudiante seleccionado mide más de 1,95 m, hallar la probabilidad de que sea mujer.

### B4 (hasta 2 puntos)

Una conocida marca de televisores afirma que la duración de sus aparatos sin efectuar reparaciones, sigue una distribución normal de media 9 años y desviación típica 1,2 años.

- (a) Calcular la probabilidad de que un aparato de televisión dure entre 8 y 11 años.
- (b) El fabricante garantiza el buen funcionamiento de los televisores durante 5,5 años. ¿Qué porcentaje de televisores se espera que no cumplan la garantía?



## CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK

---

### MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

#### Sistema de puntuación

La puntuación total de la prueba estará entre 0 y 10 puntos.

Cada uno de los dos primeros problemas se valorará de 0 a 3 puntos, y cada uno de los dos últimos de 0 a 2 puntos.

Cuando un problema conste de varios apartados, todos ellos se valorarán por igual.

En aquellas cuestiones en las que no se especifique el método de resolución que se ha de aplicar, se admitirá cualquier forma de resolverlo correctamente.

#### Aspectos que merecen valoración positiva

- Los planteamientos correctos.
- La correcta utilización de conceptos, vocabulario y notación científica.
- El conocimiento de técnicas específicas de aplicación directa para el cálculo y/o interpretación de datos numéricos y gráficos.
- La terminación completa del ejercicio y la exactitud del resultado.
- Se considerarán igualmente válidas dos soluciones que solo se diferencien en el grado de exactitud empleado en los cálculos numéricos.
- La claridad de las explicaciones de los pasos seguidos.
- La pulcritud de la presentación, y cualquier otro aspecto que refleje la madurez que cabe esperar de un estudiante que aspira a entrar en la universidad.

#### Aspectos que merecen valoración negativa

- Los planteamientos incorrectos.
- La confusión de conceptos.
- La abundancia de errores de cálculo (por ser indicativa de deficiencias de orden básico).
- Los errores aislados, cuando indican falta de reflexión crítica o de sentido común (por ejemplo, decir que la solución a tal problema es -3,7 frigoríficos, o que cierta probabilidad vale 2,5).
- Los errores aislados, cuando conducen a problemas más sencillos que los inicialmente propuestos.
- La ausencia de explicaciones, en particular del significado de las variables que se están utilizando.
- Los errores ortográficos graves, el desorden, la falta de limpieza, la mala redacción y cualquier otro aspecto impropio de un estudiante que aspira a entrar en la universidad.

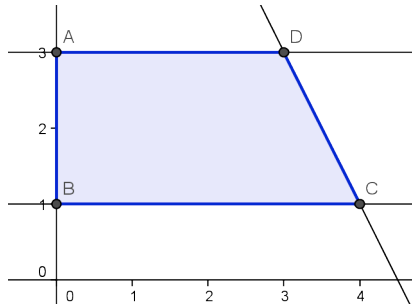
**CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN  
ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK**

**SOLUCIONES**

**OPCIÓN A**

**A 1** (Ejercicio de resolución de un problema de programación lineal)

(a)  $x \geq 0$  ,  $1 \leq y \leq 3$  ,  $2x + y \leq 9$



(b)  $F(x, y) = -x + 4y$  y  $G(x, y) = 2x + y$

Max  $F(x, y) = 12$  en  $A(0,3)$

Max  $G(x, y) = 9$  en  $C(4,1)$  y  $D(3,3)$  y por lo tanto en todo el segmento CD

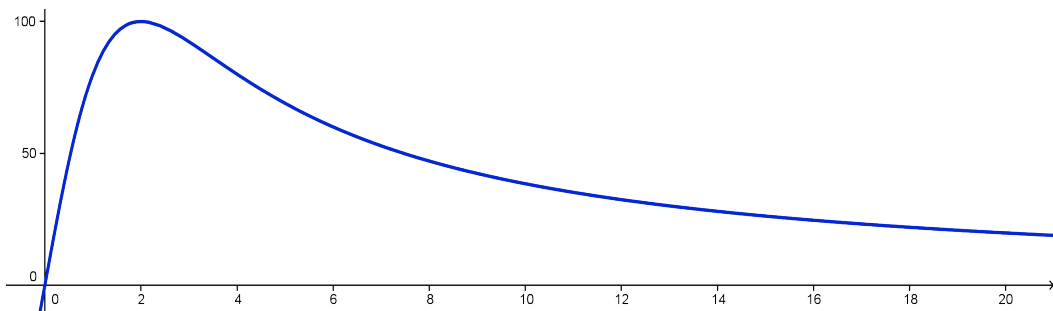
**A 2** (Ejercicio de cálculo de un máximo mediante derivadas, esbozo e interpretación de la gráfica de una función)

$G(x) = \frac{400x}{x^2 + 4}$  ,  $x =$  salario (en miles de euros),  $G(x) =$  gasto mensual en tabaco (en euros)

(a)  $G'(x) = \frac{-400x^2 + 1600}{(x^2 + 4)^2} = 0 \Rightarrow x = \pm 2$  , se desecha  $x = -2$

$G''(2) < 0$  , máximo ( $x = 2$  ,  $G = 100\text{€}$ )

(b)



Se puede esbozar la gráfica mediante una tabla de valores (que de paso nos ha podido servir para responder a la otra cuestión)

x	0	1	2	4	6	7	10
G(x)	0	80	100	80	60	52.8	38,46

¿A partir de qué salario es el gasto mensual en tabaco inferior a 60€?

$\frac{400x}{x^2 + 4} < 60 \Rightarrow 0 < 60x^2 - 400x + 240 \Rightarrow 0 < x^2 - 8x + 4$  , inecuación que se

verifica si:  $x < \frac{2}{3}$  ó  $x > 6$



### CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK

---

#### A 3 (Ejercicio de cálculo de probabilidades)

$$(a) E = \{1,2,3,4,5,6\} \quad p(1) = \frac{2}{7}, p(2) = \dots p(6) = \frac{1}{7}$$

$$(b) p(1111) = \left(\frac{2}{7}\right)^4 = \frac{16}{2401} = 0,00666$$

$$(c) p(\text{ningún uno}) = \frac{(5)^4}{(7)^4} = \frac{625}{2401} = 0,26$$

$$(d) p(\text{al menos un cinco}) = 1 - p(\text{ningún cinco}) = 1 - \frac{(6)^4}{(7)^4} = 1 - \frac{1296}{2401} = 1 - 0,5397 = 0,4602$$

#### A 4 (Ejercicio de cálculo de un intervalo de confianza para la media de una población, que requiere conocer y aplicar correctamente la fórmula apropiada)

$N(\mu, \sigma=10000 \text{ km}), n = 120, \bar{x} = 54500 \text{ km}$

$$\text{Intervalo del 95\%, } \bar{x} \pm z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 54500 \pm 1,96 \cdot \frac{10000}{\sqrt{120}} = (52710,78; 56289,23)$$

$$\text{Intervalo del 99\%, } \bar{x} \pm z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 54500 \pm 2,58 \cdot \frac{10000}{\sqrt{120}} = (52144,8; 56855,2)$$



**CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN  
ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK**

**OPCIÓN B**

**B 1 (Ejercicio de cálculo matricial)**

(c)  $A^2 - xA - yI = \begin{pmatrix} 0 & 6 \\ -6 & -3 \end{pmatrix} - x \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} - y \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $x = 3$   $y = -6$

(d)  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix} + \frac{3}{2}X = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -5 \\ 0 & 7 & 8 \end{pmatrix} + 2X$ .  $X = \begin{pmatrix} -2 & -2 & 16 \\ 0 & -16 & -12 \end{pmatrix}$

**B 2 (Ejercicio de cálculo de parámetros de una función y cálculo de un área)**

(c)  $y = ax^3 + bx^2 + c$ . Pasa por (0, 0),  $c = 0$ ; Pasa por (2, 8) y es un máximo  
 $y' = 3ax^2 + 2bx$

$$\begin{cases} 8a + 4b = 8 \\ 12a + 4b = 0 \end{cases}, \text{ de donde: } a = -2 \quad b = 6$$

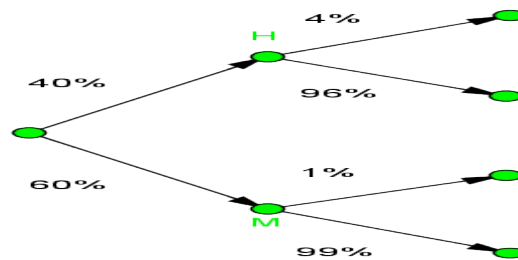
$y = -2x^3 + 6x^2$   $y' = -6x^2 + 12x$   $y'' = -12x + 12$

$-6x^2 + 12x = 0$ ,  $x = 0$   $x = 2$ ; para  $(x=0, y=0)$  hay un mínimo ya que  $y''(0) = 12 > 0$

(d)  $y = 6x^2 - 3x^3$ , Cortes con OX  $6x^2 - 3x^3 = 0$ , de donde:  $x = 0$   $x = 2$

$$A = \int_0^2 (6x^2 - 3x^3) dx = 4$$

**B 3 (Ejercicio de cálculo de probabilidades que puede resolverse mediante un diagrama de árbol y la probabilidad condicional)**



(c)  $P(>1,95) = 0,4 \cdot 0,04 + 0,6 \cdot 0,01 = 0,022$

(d)  $p(M / > 1,95) = \frac{p(M \cap > 1,95)}{p(> 1,95)} = \frac{0,6 \cdot 0,01}{0,022} = \frac{3}{11} = 0,2727$

**B 4 (Ejercicio de comprensión y manejo de distribuciones normales, en dos supuestos concretos, que requiere el uso de la estandarización y la tabla de la curva normal estándar)**

$N(\mu=9, \sigma=1,2)$

(c)  $p(8 \leq x \leq 11) = p(-0.833 \leq t \leq 1.666) = 0,7482 \approx 75\%$

(d)  $p(x \leq 5.5) = p(t \leq -2.91) = 0.0018 = \frac{18}{10000} = 0.18\%$