

PROBA ESPEZIFIKOA

201&ko PROBA

**GIZARTE ETA
OSASUN
ZIENTZIETARAKO
MATEMATIKA**

PROBA

ERANTZUNAK





Universidad del País Vasco Euskal Herriko Unibertsitatea

UNIBERTSITATERA SARTZEKO
HAUTAPROBAK 25 URTETIK
GORAKOAK

2012ko MAIATZA

**GIZARTE- ETA OSASUN-
ZIENTZIETARAKO
MATEMATIKA**

PRUEBAS DE ACCESO A LA
UNIVERSIDAD PARA MAYORES
DE 25 AÑOS

MAYO 2012

**MATEMÁTICAS PARA LAS
CIENCIAS SOCIALES Y DE
LA SALUD**

Azalpenak

Probaren iraupena: ordubete

Erantzun sei ariketa hauetako bosti

(Ariketa bakoitzak 2 puntu balio du).

1.- Hiru kaxa daude, eta barnean bola batzuk dauzkate. Lehenengoak 10 bola dauzka; haietatik lauk F letra dute, eta seik B letra. Bigarrenak sei bola dauzka; haietatik batek F letra du, eta gainerakoek B letra. Eta hirugarren kaxak hiru bola dauzka F letra idatzia dutenak, eta bost B letra idatzia dutenak. Zer probabilitate dago kaxa bat hartu, edozein, eta ausaz bola bat ateratzean F letra idatzia izateko?

2.- Bileran batean guztira 20 pertsona daude gizonezko, emakumezko eta haurren artean. Gizonezkoak eta emakumezkoak batera zenbaturik, haien kopurua haurren kopurua baino hiru aldiz handiagoa da. Gainera, emakume bat gehiago joan izan balitz, emakumeen kopurua eta gizonezkoen kopurua berdina izango ziren. Zenbat gizon, emakume eta haur daude bileran?

3.- Kalkula ezazu $y = x^2 - 5x + 6$ kurbak eta $y = 2x$ zuzenak mugatzen duten azalera.

Marratzu ezazu esparru hori.

4.- Egunean produktu jakin baten x unitate ekoizteko kostua hau da:

$$C(x) = \frac{1}{4}x^2 + 35x + 25 \text{ eta haietako bakoitzaren salmenta-prezioa } (50 - x/4)$$

euro da. Kalkula ezazu zenbat unitate saldu behar diren egunean mozkina maximoa izan dadin.

5.- Hiri batean uztaileko tenperatura maximoak banaketa normala du, batezbestekoa 23 °C eta desbideratze tipikoa 5 °C izanik. Kalkula ezazu hileko zenbat egunetan espero den 21 °C eta 27 °C arteko tenperatura maximoak izatea.

6.- Azterketa estatistiko bat egin ondoren, ikusi da auzo jakin batean etxeen % 60k bi automobil edo gehiago dituela. Ausaz, auzo horretako 50 etxeren lagin bat hartu da. Zer probabilitate dago aipatutako etxe horietako gutxienez 20k bi automobil edo gehiago izateko?



Universidad del País Vasco Euskal Herriko Unibertsitatea

UNIBERTSITATERA SARTZEKO HAUTAPROBAK 25 URTETIK GORAKOAK

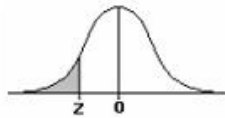
2012ko MAIATZA

GIZARTE- ETA OSASUN-ZIENTZIETARAKO MATEMATIKA

PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD PARA MAYORES DE 25 AÑOS

MAYO 2012

MATEMÁTICAS PARA LAS CIENCIAS SOCIALES Y DE LA SALUD



I (A) TAULA
 $\Phi(z)$ BANAKETA NORMAL TIPIFIKATUA

Taulak, z-ren bali o bakoitze ko, z-ren baliotik ezkerraldera dagoen azalera ematen du.

z	0'00	0'01	0'02	0'03	0'04	0'05	0'06	0'07	0'08	0'09
-4'4	0'00001	0'00001	0'00001	0'00000	0'00000	0'00000	0'00000	0'00000	0'00000	0'00000
-4'3	0'00001	0'00001	0'00001	0'00001	0'00001	0'00001	0'00001	0'00001	0'00001	0'00001
-4'2	0'00001	0'00001	0'00001	0'00001	0'00001	0'00001	0'00001	0'00001	0'00001	0'00001
-4'1	0'00002	0'00002	0'00002	0'00002	0'00002	0'00002	0'00002	0'00002	0'00002	0'00001
-4'0	0'00003	0'00003	0'00003	0'00003	0'00003	0'00003	0'00002	0'00002	0'00002	0'00002
-3'9	0'00005	0'00005	0'00004	0'00004	0'00004	0'00004	0'00004	0'00004	0'00003	0'00003
-3'8	0'00007	0'00007	0'00007	0'00006	0'00006	0'00006	0'00006	0'00005	0'00005	0'00005
-3'7	0'00011	0'00010	0'00010	0'00010	0'00009	0'00009	0'00009	0'00008	0'00008	0'00008
-3'6	0'00016	0'00015	0'00015	0'00014	0'00014	0'00013	0'00013	0'00012	0'00012	0'00011
-3'5	0'00023	0'00023	0'00022	0'00021	0'00020	0'00019	0'00019	0'00018	0'00017	0'00017
-3'4	0'00034	0'00033	0'00032	0'00030	0'00029	0'00028	0'00027	0'00026	0'00025	0'00024
-3'3	0'00049	0'00047	0'00045	0'00044	0'00042	0'00041	0'00039	0'00038	0'00036	0'00035
-3'2	0'00069	0'00067	0'00064	0'00062	0'00060	0'00058	0'00056	0'00054	0'00052	0'00050
-3'1	0'00097	0'00094	0'00091	0'00088	0'00085	0'00082	0'00079	0'00077	0'00074	0'00071
-3'0	0'00135	0'00131	0'00127	0'00123	0'00119	0'00115	0'00111	0'00107	0'00104	0'00101
-2'9	0'00187	0'00181	0'00175	0'00169	0'00164	0'00159	0'00154	0'00149	0'00144	0'00139
-2'8	0'00256	0'00248	0'00240	0'00233	0'00226	0'00219	0'00212	0'00205	0'00199	0'00193
-2'7	0'00347	0'00336	0'00326	0'00317	0'00307	0'00298	0'00289	0'00280	0'00272	0'00264
-2'6	0'00466	0'00453	0'00440	0'00427	0'00415	0'00402	0'00391	0'00379	0'00368	0'00357
-2'5	0'00621	0'00604	0'00587	0'00570	0'00554	0'00539	0'00523	0'00508	0'00494	0'00480
-2'4	0'00820	0'00798	0'00776	0'00755	0'00734	0'00714	0'00695	0'00676	0'00657	0'00639
-2'3	0'01072	0'01044	0'01017	0'00990	0'00964	0'00939	0'00914	0'00889	0'00866	0'00842
-2'2	0'01390	0'01355	0'01321	0'01287	0'01255	0'01222	0'01191	0'01160	0'01130	0'01101
-2'1	0'01786	0'01743	0'01700	0'01659	0'01618	0'01578	0'01539	0'01500	0'01463	0'01426
-2'0	0'02275	0'02222	0'02169	0'02118	0'02068	0'02018	0'01970	0'01923	0'01876	0'01831
-1'9	0'02872	0'02807	0'02743	0'02680	0'02619	0'02559	0'02500	0'02442	0'02385	0'02330
-1'8	0'03593	0'03515	0'03438	0'03362	0'03288	0'03216	0'03144	0'03074	0'03005	0'02938
-1'7	0'04457	0'04363	0'04272	0'04182	0'04093	0'04006	0'03920	0'03836	0'03754	0'03673
-1'6	0'05480	0'05370	0'05262	0'05155	0'05050	0'04947	0'04846	0'04746	0'04648	0'04551
-1'5	0'06681	0'06552	0'06426	0'06301	0'06178	0'06057	0'05938	0'05821	0'05705	0'05592
-1'4	0'08076	0'07927	0'07780	0'07636	0'07493	0'07353	0'07214	0'07078	0'06944	0'06811
-1'3	0'09680	0'09510	0'09342	0'09176	0'09012	0'08851	0'08692	0'08534	0'08379	0'08226
-1'2	0'11507	0'11314	0'11123	0'10935	0'10749	0'10565	0'10383	0'10204	0'10027	0'09853
-1'1	0'13567	0'13350	0'13136	0'12924	0'12714	0'12507	0'12302	0'12100	0'11900	0'11702
-1'0	0'15866	0'15625	0'15386	0'15150	0'14917	0'14687	0'14457	0'14231	0'14007	0'13786
-0'9	0'18406	0'18141	0'17879	0'17619	0'17361	0'17106	0'16853	0'16602	0'16354	0'16109
-0'8	0'21186	0'20897	0'20611	0'20327	0'20045	0'19766	0'19489	0'19215	0'18925	0'18673
-0'7	0'24196	0'23885	0'23576	0'23270	0'22965	0'22663	0'22363	0'22065	0'21770	0'21476
-0'6	0'27425	0'27093	0'26763	0'26435	0'26109	0'25785	0'25463	0'25143	0'24825	0'24510
-0'5	0'30854	0'30503	0'30153	0'29806	0'29550	0'29116	0'28774	0'28434	0'28096	0'27760
-0'4	0'34446	0'34090	0'33724	0'33360	0'32997	0'32636	0'32276	0'31918	0'31561	0'31207
-0'3	0'38209	0'37828	0'37448	0'37070	0'36693	0'36317	0'35942	0'35569	0'35197	0'34827
-0'2	0'42074	0'41683	0'41294	0'40905	0'40517	0'40129	0'39743	0'39358	0'38974	0'38591
-0'1	0'46017	0'45620	0'45234	0'44828	0'44433	0'44038	0'43644	0'43251	0'42858	0'42465
-0'0	0'50000	0'49601	0'49202	0'48803	0'48405	0'48006	0'47608	0'47210	0'46812	0'46414



EBAZPENA: GIZARTE- ETA OSASUN-ZIENTZIETARAKO MATEMATIKA (2012ko maiatza)

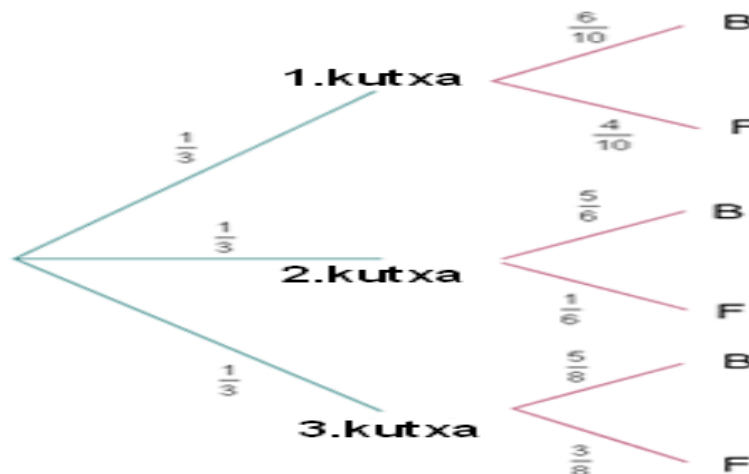
Azalpenak

Probaren iraupena: ordubete

Erantzun sei ariketa hauetako bosti
(Ariketa bakoitzak 2 puntu balio du).

1.- Hiru kaxa daude, eta barnean bolak dauzkate. Lehenengoak 10 bola dauzka; haietatik lauk F letra dute, eta seik B letra. Bigarrenak sei bola dauzka; haietatik batek F letra du, eta gainerakoek B letra. Eta hirugarren kaxak hiru bola dauzka F letra idatzia dutenak, eta bost B letra idatzia dutenak. Zer probabilitate dago kaxa bat hartu, edozein, eta ausaz bola bat ateratzean F letra idatzia izateko?

Erantzuna:



Zuhaitza garatu ondoren, erlazioak erabil ditzakegu eskatutako probabilitatea kalkulatzeko. Hau izango da:

$$P(F) = \frac{1}{3} \frac{4}{10} + \frac{1}{3} \frac{1}{6} + \frac{1}{3} \frac{3}{8} = \frac{113}{360}$$



2.- Bilera batean guztira 20 pertsona daude gizonezko, emakumezko eta haurren artean. Gizonezkoak eta emakumezkoak batera zenbaturik, haien kopurua haurren kopurua baino hiru aldiz handiagoa da. Gainera, emakume bat gehiago joan izan balitz, emakumeen kopurua eta gizonezkoen kopurua berdinak izango ziren. Zenbat gizon, emakume eta haur daude bileran?

Erantzuna:

x , y eta z izendatzen baditugu, hurrenez hurren, gizonezko, emakumezko eta haurren kopurua, hiru ezezagun dituen hiru ekuazioko sistema hau idatz dezakegu:

$$x + y + z = 20$$

$$x + y = 3z$$

$$x = y + 1$$

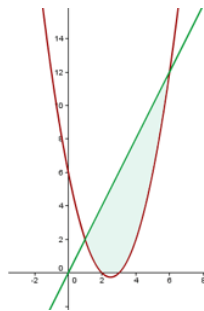
Sistema ebatzita, hau izango dugu: $x = 8$ gizonezko, $y = 7$ emakumezko, $z = 5$ haur.

3.- Kalkula ezazu $y = x^2 - 5x + 6$ kurbak eta $y = 2x$ zuzenak mugatzen duten azalera. Marraztu ezazu esparru hori.

Erantzuna:

Esparrua ondo marrazteko, beharrezkoa da bi funtzioen ebakitze-puntuak kalkulatzeko integrazio-mugak ezagutzeko.

$$\begin{cases} y = x^2 - 5x + 6 \\ y = 2x \end{cases} \quad x_1 = 1 \quad x_2 = 6$$





Marraztutako esparruan, $x = 1$ eta $x = 6$ balioen artean, zuzena parabolaren gainean dago; beraz, Barrow-en teorema aplikatuz, azalera idatz dezakegu:

$$A = \int_1^6 (2x - x^2 + 5x - 6) dx = \int_1^6 (-x^2 + 7x - 6) dx = \left[-\frac{x^3}{3} + \frac{7x^2}{2} - 6x \right]_1^6 = \left(-\frac{6^3}{3} + \frac{7 \cdot 6^2}{2} - 36 \right) - \left(-\frac{1}{3} + \frac{7}{2} - 6 \right) = \frac{125}{6} u^2$$

4.- Egunean produktu jakin baten x unitate ekoizteko kostua hau da:

$$C(x) = \frac{1}{4}x^2 + 35x + 25 \text{ eta haietako bakoitzaren salmenta-prezioa}$$

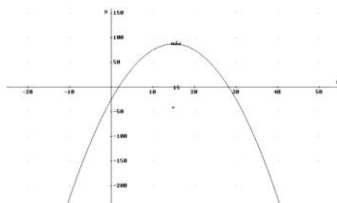
(50 - $x/4$) euro da. Kalkula ezazu zenbat unitate saldu behar diren egunean mozkina maximoa izan dadin.

Erantzuna:

Mozkina bi funtzioen kendura da: salmenta funtzioa eta kostu funtzioa. Beraz:

$$M(x) = (50 - x/4)x - ((1/4)x^2 + 35x + 25)$$

Funtzio hori deribatuz eta zerora berdinuz, gure funtzioaren puntu kritikoa lortzen da; kasu honetan: $x = 15$ unitate.



5 - Hiri batean uztaileko temperatura maximoak banaketa normala du, batezbestekoa 23 °C eta desbideratze tipikoa 5 °C izanik. Kalkula ezazu hileko zenbat egunetan espero den 21 °C eta 27 °C arteko temperatura maximoak izatea.



Erantzuna:

$$\begin{aligned} p[21 < X \leq 27] &= p\left(\frac{21-23}{5} < Z \leq \frac{27-23}{5}\right) = \\ &= p(-0.4 < Z \leq 0.8) = p(Z \leq 0.8) - [1 - p(Z \leq 0.4)] = \\ &= 0.7881 - (1 - 0.6554) = 0.4425 \end{aligned}$$

Uztailak 31 egun dituenetz, espero izatekoa den egun kopurua $31 \times 0,4425 = 13,7$ egun da. Horrek esan nahi du aipatutako tenperaturak 13 edo 14 egunetan izango direla.

6.- Azterketa estatistiko bat egin ondoren, ikusi da auzo jakin batean etxeen % 60k bi automobil edo gehiago dituela. Ausaz, auzo horretako 50 etxeren lagin bat hartu da. Zer probabilitate dago aipatutako etxe horietako gutxienez 20k bi automobil edo gehiago izateko?

Erantzuna:

Banaketa binomial bati dagokio, $n = 50$ eta $p = 0,6$ izanik. $np > 5$ denez, ondo hurbildu dezakegu binomiala banaketa normalera. Horretarako, desbideratze tipikoa eta batezbestekoa kalkulatu ditugu. Hauek dira, hurrenez hurren: 3,46 eta 30.

$$B(50, 0.6) \rightarrow N(50 \cdot 0.6, \sqrt{50 \cdot 0.6 \cdot 0.4}) = N(30, 3.46)$$

$$p(X > 20) = p\left(Z > \frac{20 - 30}{3.46}\right) =$$

$$p(Z > -2.89) = p(Z \leq 2.89) = 0.9981$$



EBALUAZIO-IRIZPIDE OROKORRAK

1. Azterketari emango zaion puntuazioa 0 eta 10 puntu artekoa izango da.
2. Problema guztiek balio bera dute: gehienez 2 puntu.
3. Planteamendu zuzenari emango zaio balioa, bai globalari, bai atal bakoitzari (atalik balego).
4. Zenbakizko erroreak, kalkulu-erroreak eta abar ez dira kontuan hartuko, baldin eta kontzeptualak ez badira.
5. Problema eta problemaren soluzioa hobeto bistaratzen laguntzen duten ideia, grafiko, aurkezpen, eskema eta abarri balio positiboa emango zaie.
6. Aurkezpen egokiari balioa emango zaio.

PROBLEMA BAKOITZERAKO IRIZPIDEAK

1. problema (2 puntu)

- Problema zuhaitz-diagramaren bidez planteatzea. (0,75 puntu).
- Problema zuzen ebaztea. (1,25 puntu).

2. problema (2 puntu)

Probleman puntuak lortzeko, kontuan hartuko da:

- Problema planteatzea. (1 puntu)
- Problema ebaztea. (1 puntu).

3. problema (2 puntu)

- Esparrua marraztea. (0,75 puntu).
- Barrowen teorema aplikatzea. (0,75 puntu).
- Kalkuluen zehaztasuna. (0,5 puntu).

4. problema (2 puntu)

- Funtzioa planteatzea. (1 puntu).
- Problema ebaztea. (1 puntu).

5. problema (2 puntu)

Probleman puntuak lortzeko, kontuan hartuko da:

- Banaketa normalarekin eta eskatutako probabilitatearekin lotutako kalkuluak. (1 puntu).
- Problema ebaztea. (1 puntu).



6. problema (2 puntu)

Probleman puntuak lortzeko, kontuan hartuko da:

- Banaketa binomiala dela konturatzea. (0,5 puntu).
- Batezbestekoa eta desbideratze tipikoa kalkulatzeko. (0,5 puntu).
- Banaketa normala banaketa binomialaren mugatzat harturik egin beharreko kalkuluak egitea. (1 puntu).

**PROBAKO GALDEREN ETA EZAGUTZA-ADIERAZLEEN ARTEKO
ERLAZIOA**

GALDERA	EZAGUTZA-ADIERAZLEA
1	3.7 eta 3.8
2	1.4 eta 1.8
3	2.12 eta 2.13
4	2.8; 2.9; 2.10 eta 2.11
5	3.6
6	3.5 eta 3.6