

PROBA ESPEZIFIKOA

201&ko PROBA

MATEMATIKA

PROBA

ERANTZUNAK





Azalpenak

Probaren iraupena: **ordubete**

Erantzun sei ariketa hauetako bosti.

(Ariketa bakoitzak 2 puntu balio du).

1.- Farmazia-kooperatiba batek produktu bat banatzen du hiru formatutan: A, B eta C. A motako kaxek 250 gramoko pisua dute, eta kaxak 0,6 €-ko prezioa du; B motakoek 500 gramoko pisua dute, eta kaxak 1,08 € balio du; azkenik, C motakoek kilogramo bat pisatzen dute, eta kaxak 1,98 € balio du. Farmazia bati 5 kaxaz osatutako sorta bat bidali zaio; guztira, 2,5 kilogramoko pisua du, eta 5,34 € balio du. Mota bakoitzeko zenbat kaxa erosi du farmaziak?

2.- $[0,2]$ tartean, bi magnitude (v eta x) funtzio honen bidez erlazionatuta daude:
 $v(x) = (2 - x) \cdot e^x$

Kalkula ezazu tarte horretako zer puntutan iristen den bere balio maximora eta zein den balio maximo hori. Kalkula ezazu, orobat, zein tartetan hazten eta beheratzen den $v(x)$ funtzioa x -rekiko. Zero izan da tarte horretako balioren batean?

3.- Kalkula ezazu hiru ekuazioen grafikoen mugatutako esparruaren azalera:

$$y = \frac{(x-2)^2}{9} - 1; y = \frac{2}{5}(x+1); x = 4$$

Marratzu ezazu esparru hori.

4.- Kalkula itzazu a , b , c eta d , honako funtzio honek

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

ukitzaile horizontaleko bi puntu izan ditzan $(0,0)$ eta $(1,-4)$ puntuetan.



5.- 30 pertsonako talde bati minutuko bihotz-taupadak neurtu zaizkio (bihotz-erritmoa), eta emaitza datu multzo hau izan da:

87	85	61	51	64	76	72	73	63	65
75	80	70	69	82	67	71	88	76	68
80	79	82	74	90	73	70	76	71	86

- Kalkulatu datu horien batezbesteko aritmetikoa eta desbideratze tipikoa.
- Adieraz ezazu grafikoki banaketa hori, datuak 6 luzerako tartetan multzokatuz, lehenengoa 50 eta azkena 92 izanik.
- Kalkula itzazu, datuak multzokatu ondoren, batezbestekoa eta desbideratze tipikoa, eta konpara itzazu lehen atalean lortutako balioekin.

6.- Ebatz itzazu ekuazio hauek:

a) $3^{1-x^2} = 1/27$

b) $\sqrt{2x-3} + \sqrt{x+7} = 4$



**EBAZPENA: MATEMATIKA
(2012ko maiatza)**

Azalpenak

Probaren iraupena: **ordubete**

Erantzun sei ariketa hauetako bosti.

(Ariketa bakoitzak 2 puntu balio du).

1.- Farmazia-kooperatiba batek produktu bat banatzen du hiru formatutan: A, B eta C. A motako kaxek 250 gramoko pisua dute, eta kaxak 0,6 €-ko prezioa du; B motakoek 500 gramoko pisua dute, eta kaxak 1,08 € balio du; azkenik, C motakoek kilogramo bat pisatzen dute, eta kaxak 1,98 € balio du. Farmazia bati 5 kaxaz osatutako sorta bat bidali zaio; guztira, 2,5 kilogramoko pisua du, eta 5,34 € balio du. Mota bakoitzeko zenbat kaxa erosi du farmaziak?

Erantzuna:

A, B eta C motako kaxen kopuruak x , y , eta z izendatzen baditugu hurrenez hurren, ekuazio-sistema hau idatz dezakegu:

$$x + y + z = 5$$

$$0,25x + 0,5y + z = 2,50$$

$$0,6x + 1,08y + 1,98z = 5,35$$

Sistema ebatzita, emaitza hau lortzen da: $x = 2$, $y = 2$, $z = 1$.

2.- [0,2] tartean, bi magnitude (v eta x) funtzio honen bidez erlazionatuta daude: $v(x) = (2 - x) \cdot e^x$

Kalkula ezazu tarte horretako zer puntutan iristen den bere balio maximora eta zein den balio maximo hori. Kalkula ezazu, orobat, zein tartetan hazten eta beheratzen den $v(x)$ funtzioa x -rekiko. Zero izan da tarte horretako balioaren batean?

Erantzuna:

v funtzioaren hazkundera eta beheratzea eta maximoa aztertzea eskatu digute. Horregatik erabiltzen dugu deribatua, badakigulako deribatua positiboa denean funtzioa hazi egiten dela eta negatiboa denean beheratu egiten dela.

Hau da deribatua:

$v'(x) = -1 \cdot e^x + e^x \cdot (2 - x) = -e^x + 2e^x - x \cdot e^x = e^x - x \cdot e^x$; e^x faktore komuna ateraz, hau lortzen da: $v'(x) = (1 - x)e^x$



Zerora berdinduz, $(1 - x)e^x = 0$ ateratzen da, eta, hortik: $1 - x = 0$. Beraz, $x = 1$ (zeren eta e^x ezin baita inoiz zero izan).
 v aztertuko dugu 1 balioaren inguruetan:

$$\frac{v'}{v} + \frac{1}{\text{hazi}} - \frac{2}{\text{beheratu}}$$

Beraz, $x = 1$ balioan maximoa dago, eta funtzioa hazi egiten da 0tik 1era, eta beheratu egiten da 1etik 2ra. Ikus ditzagun balioak puntu horretan eta muturrean:

$$v(x) = (2 - x)e^x$$

$$v(1) = (2 - 1)e = e \text{ (hemen dago maximoa, lehen adierazi dugun moduan)}$$

$$v(0) = (2 - 0) \cdot 1 = 2$$

$$v(2) = (2 - 2) \cdot 1 = 0$$

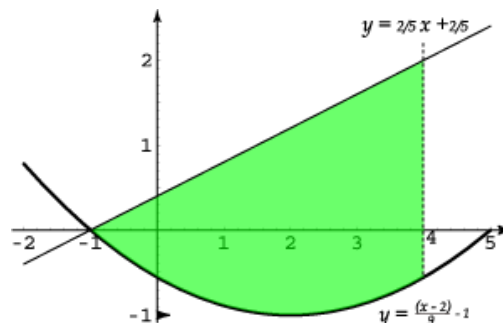
3.- Kalkula ezazu hiru ekuazioen grafikoek mugatutako esparruaren azalera:

$$y = \frac{(x-2)^2}{9} - 1; y = \frac{2}{5}(x+1); x = 4$$

Marratzu ezazu esparru hori.

Erantzuna:

Hau da esparrua:



Lehen bi grafikoek elkar ebakitzen dute $(-1,0)$ puntuan. Barrow-en erregela aplikatuz, eskatutako azalera kalkulatu dugu. Honenbestez:



$$A = \int_{-1}^4 \left[\frac{2}{5}x + \frac{2}{5} - \frac{(x-2)^2}{9} + 1 \right] dx$$

Integrala kalkulaturik, haren balioa 235/27 unitate karratu da.

4.- Kalkula itzazu a , b , c eta d , honako funtzio honek

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

ukitzaile horizontaleko bi puntu izan ditzan (0,0) eta (1,-4) puntuetan.

Erantzuna:

Deribatuz eta zerora berdinduz $x = 0$ eta $x = 1$ puntuetan, bi baldintza lortuko ditugu. Horretaz gainera, funtzioak (0,0) eta (1,-4) puntuak dauzkanez, beste bi baldintza lortuko ditugu, eta, guztiekin, eskatutako balioak kalkulatu ahal izango ditugu.

Gure kasuan, hau ematen du: $a = 8$, $b = -12$, $c = 0$ eta $d = 0$, eta eskatutako funtzioa, beraz, hau izango da: $f(x) = 8x^3 - 12x^2$

5.- 30 pertsonako talde bati minutuko bihotz-taupadak neurtu zaizkio (bihotz-erritmoa), eta emaitza datu multzo hau izan da:

87	85	61	51	64
75	80	70	69	82
80	79	82	74	90
76	72	73	63	65
67	71	88	76	68
73	70	76	71	86

a) Kalkulatu datu horien batezbesteko aritmetikoa eta desbideratze tipikoa.

b) Adieraz ezazu grafikoki banaketa hori, datuak 6ko luzerako tartetan multzokatuz, lehenengoa 50 eta azkena 92 izanik.

c) Kalkula itzazu, datuak multzokatu ondoren, batezbestekoa eta desbideratze tipikoa, eta konpara itzazu lehen atalean lortutako balioekin.

Erantzuna:

a) Batezbestekoa = 74,13; Desbideratze tipikoa = 8,7

b) Hau da datu multzokatuen taula:



Tarteak	Mai zta s una k
[50, 56)	1
[56, 62)	1
[62, 68)	4
[68, 74)	9
[74, 80)	6
[80, 86)	5
[86, 92)	4
GUZTIRA	30

c) Kasu honetan, batezbestekoa 74,8 ateratzen da; desbideratze tipikoa, 8,9.

6.- Ebatz itzazu ekuazio hauek:

a) $3^{1-x^2} = 1/27$

b) $\sqrt{2x-3} + \sqrt{x+7} = 4$

Erantzuna:

a) Garbi dago $1 - x^2 = -3$ dela. Hori ebatzita, bi soluzio posible daude: $x = 2$ eta $x = -2$.

b) Erroetako bat bereizi eta karratura jasotzean, beste ekuazio irrazional bat lortzen da; eta ekuazio hori karratura jaso beharko dugu. Orduan, ekuazio hau aterako da:

$x^2 - 116x + 228 = 0$ eta bi erro lortuko dira: $x = 2$ (baliozkoa) eta $x = 114$ (ez da jatorrizko ekuazioaren soluzioa).



EBALUAZIO-IRIZPIDE OROKORRAK

1. Azterketari emango zaion puntuazioa 0 eta 10 puntu artekoa izango da.
2. Problema guztiek balio bera dute: gehienez 2 puntu.
3. Planteamendu zuzenari emango zaio balioa, bai globalari, bai atal bakoitzari (atalik balego).
4. Zenbakizko erroreak, kalkulu-erroreak eta abar ez dira kontuan hartuko, baldin eta kontzeptualak ez badira.
5. Problema eta problemaren soluzioa hobeto bistaratzen laguntzen duten ideia, grafiko, aurkezpen, eskema eta abarri balio positiboa emango zaie.
6. Aurkezpen egokiari balioa emango zaio.

PROBLEMA BAKOITZERAKO IRIZPIDEAK

1. problema (2 puntu)

Probleman puntuak lortzeko, kontuan hartuko da:

- Problemaren planteamendu egokia. (1 puntu).
- Problema ebaztea: hari lotutako kalkuluak. (1 puntu).

2. problema (2 puntu)

- Deribatua eta maximoa kalkulatzeko. (1 puntu).
- Funtzioaren hazkunde- eta beheratze-zonak kalkulatzeko. (1 puntu).

3. problema (2 puntu)

- Barrowen teorema aplikatzeko. (0,75 puntu).
- Kalkuluen zehaztasuna. (1,25 puntu).

4. problema (2 puntu)

Probleman puntuak lortzeko, kontuan hartuko da:

- Baldintzak sistema baten bidez adieraztea. (1 puntu).
- Problema zuzen ebaztea. (1 puntu).

5. problema (2 puntu)

Probleman puntuak lortzeko, kontuan hartuko da:

- Batezbestekoa eta desbideratze tipikoa kalkulatzeko (0,50 puntu)
- Tartekako histograma zuzen marraztea (0,75 puntu).
- Tartekako batezbestekoa eta desbideratze tipikoa kalkulatzeko (0,75 puntu)

6. problema (2 puntu)

Probleman puntuak lortzeko, kontuan hartuko da:

- Atal bakoitzak puntu bat balio du.



Universidad del País Vasco Euskal Herriko Unibertsitatea

UNIBERTSITATERA SARTZEKO
HAUTAPROBAK 25 URTETIK
GORAKOAK

2012ko MAIATZA
MATEMATIKA

PRUEBAS DE ACCESO A LA
UNIVERSIDAD PARA MAYORES
DE 25 AÑOS

MAYO 2012
MATEMÁTICAS

**PROBAKO GALDEREN ETA EZAGUTZA-ADIERAZLEEN ARTEKO
ERLAZIOA**

GALDERA	EZAGUTZA-ADIERAZLEA
1	1.5 , 1.6 eta 1.9
2	2.6, 2.9, 2.10 eta 2.11
3	2.12 eta 2.13
4	2.9, 2.19 eta 2.11
5	4.1 eta 4.2
6	1.2, 1.3 eta 1.4