



# GRADO EN MATEMÁTICAS

## GUÍA PARA EL ALUMNADO DE 3<sup>er</sup> CURSO (GRUPO 01 - CASTELLANO)

**CURSO ACADÉMICO 2023 - 2024**

## Tabla de contenido

|  |          |
|--|----------|
| <b>1.- Información del Grado en Matemáticas.....</b>               | <b>3</b> |
| Presentación.....  | 3        |
| Competencias de la titulación .....                                | 3        |
| Estructura de los estudios de grado.....                           | 3        |
| Las asignaturas del tercer curso en el contexto del grado .....    | 4        |
| Tipos de actividades a realizar.....                               | 4        |
| Trabajo Fin de Grado (TFG).....                                    | 4        |
| Movilidad.....   | 5        |
| Prácticas académicas externas .....                                | 5        |
| Tutorías académicas.....   | 5        |
| Plan de Acción Tutorial (PAT).....                                 | 5        |
| Biblioteca del Departamento de Matemáticas.....                    | 6        |
| Coordinación.....  | 6        |
| Otra información de interés.....                                   | 6        |
| <b>2.- Información específica del curso .....</b>                  | <b>7</b> |
| Asignación de estudiantes a grupos docentes .....                  | 7        |
| Calendario, horario y exámenes.....                                | 7        |
| Profesorado .....  | 7        |
| <b>3.- Información sobre las asignaturas de tercer curso .....</b> | <b>7</b> |

---

# 1.- Información del Grado en Matemáticas

---

## Presentación

Con las enseñanzas de Grado en Matemáticas se pretende conseguir una formación general en matemáticas como disciplina científica, orientada a la preparación para el ejercicio de actividades de carácter profesional y con capacidad para aplicar las destrezas adquiridas en distintos ámbitos, ya sean científicos (en su doble vertiente docente e investigadora) como sus aplicaciones en los niveles superiores de la industria, la empresa y la administración.

Por tanto, el Título de Graduado o Graduada en Matemáticas se dirige a capacitar para la formulación matemática, análisis, resolución y, en su caso, tratamiento informático de problemas en diversos campos de las ciencias básicas, ciencias sociales y de la vida, ingeniería, finanzas, consultoría, etc.

## Competencias de la titulación

---

La formación de Graduado o Graduada en Matemáticas capacita para:

- T1. Conocer la finalidad, métodos y utilidad de las distintas áreas de las matemáticas y saber cuáles son sus conceptos básicos y resultados fundamentales.
- T2. Conocer demostraciones rigurosas de algunos teoremas clásicos en distintas áreas de las matemáticas.
- T3. Saber abstraer las propiedades estructurales (de objetos matemáticos, de la realidad observada, y de otros ámbitos) distinguiéndolas de aquellas puramente ocasionales y saber utilizar el razonamiento matemático en dicho contexto abstracto.
- T4. Resolver problemas de matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y otras, planificando su resolución en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.
- T5. Aplicar tanto los conocimientos como la capacidad de análisis y de abstracción adquiridos en la definición y planteamiento de problemas y en la búsqueda de sus soluciones tanto en contextos académicos como profesionales.
- T6. Recabar e interpretar datos, información o resultados relevantes en problemas científicos, tecnológicos o de otros ámbitos que requieran el uso de herramientas matemáticas.
- T7. Saber utilizar aplicaciones informáticas y desarrollar programas para experimentar y resolver problemas matemáticos en el entorno computacional adecuado para cada caso.
- T8. Comprender y utilizar el lenguaje matemático. Comunicar, tanto por escrito como de forma oral, conocimientos, procedimientos, resultados e ideas matemáticas.
- T9. Desarrollar aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios posteriores con un alto grado de autonomía.
- T10. Utilizar herramientas de búsqueda de recursos bibliográficos en matemáticas.

## Estructura de los estudios de grado

---

El ECTS o crédito europeo mide el volumen o carga total del trabajo de aprendizaje de cada estudiante para alcanzar los objetivos previstos en el Plan de Estudios. Cada ECTS corresponde a una carga de trabajo del alumnado de 25 horas, de las cuales 10 son presenciales (sea mediante clase magistral, práctica de aula, práctica de ordenador o seminario) y el resto corresponde a trabajo personal a realizar por el alumnado para completar las tareas y actividades programadas en cada asignatura. El Grado en Matemáticas consta de 8 cuatrimestres de 30 ECTS cada uno. Por tanto, el alumnado debe completar los 240 ECTS de los cuatro cursos del grado para finalizar sus estudios.

El Grado en Matemáticas está organizado sobre asignaturas anuales o cuatrimestrales. La distribución temporal de las mismas se resume en la tabla 1:

**Tabla 1: Estructura del Grado en Matemáticas**

|                                       | Primer cuatrimestre   | Segundo cuatrimestre                              |
|---------------------------------------|---|---|
| 1º (60 ECTS de materias básicas)      | Álgebra Lineal y Geometría I (12 ECTS)  |   |
|                                       | Cálculo Diferencial e Integral I (12 ECTS)  |   |
|                                       | Física General (12 ECTS)  |   |
|                                       | Introducción a la Computación (6 ECTS)  | Estadística Descriptiva (6 ECTS)                  |
|                                       | Matemáticas Básicas (6 ECTS)  | Fundamentos de Programación (6 ECTS)              |
| 2º (60 ECTS de materias obligatorias) | Cálculo Diferencial e Integral II (15 ECTS)   |   |
|                                       | Álgebra Lineal y Geometría II (6 ECTS)  | Cálculo de Probabilidades (6 ECTS)                |
|                                       | Matemática Discreta (6 ECTS)  | Curvas y Superficies (9 ECTS)                     |
|                                       | Métodos Numéricos I (6 ECTS)  | Estructuras Algebraicas (6 ECTS)                  |
|                                       | Topología (6 ECTS)  |   |
| 3º (60 ECTS de materias obligatorias) | Ecuaciones Diferenciales (12 ECTS)  |   |
|                                       | Álgebra Conmutativa (6 ECTS)  | Ecuaciones Algebraicas (6 ECTS)                   |
|                                       | Análisis Complejo (6 ECTS)  | Geometría Global de Curvas y Superficies (6 ECTS) |
|                                       | Inferencia Estadística (6 ECTS)   | Métodos Numéricos II (6 ECTS)                     |
|                                       | Medida e Integración (6 ECTS)   | Modelización Matemática (6 ECTS)                  |
| 4º                                    | 8 Asignaturas optativas y un Trabajo Fin de Grado. Se pueden obtener dos especialidades: "Matemática Pura" y "Matemática Aplicada, Estadística y Computación" |   |

Más información en:

<https://www.ehu.eus/es/web/zientzia-teknologia-fakultatea/grado-matematicas>.

## Las asignaturas del tercer curso en el contexto del grado

Al igual que en el segundo curso, todas las asignaturas son específicas para el Grado en Matemáticas. Algunas de ellas constituyen una continuación natural de las desarrolladas en el segundo curso y el resto permiten seguir profundizando en el estudio de las diferentes ramas de las matemáticas: Álgebra, Análisis Matemático, Estadística e Investigación Operativa, Geometría y Topología y Matemática Aplicada.

## Tipos de actividades a realizar

El proceso de aprendizaje en el aula se desarrolla en diferentes modalidades docentes: clases magistrales, grupos de prácticas de aula, prácticas de ordenador y seminarios, según el grado de participación activa del alumnado.

A lo largo del curso en todas las asignaturas están programadas diferentes actividades que el alumnado debe realizar como parte de su aprendizaje. Estas actividades vienen recogidas de forma genérica en las guías de cada asignatura y serán concretadas por los equipos docentes en el desarrollo de cada asignatura.

## Trabajo Fin de Grado (TFG)

El Trabajo Fin de Grado (TFG) supone la realización por parte de cada estudiante y de forma individual de un proyecto, memoria o estudio original bajo la supervisión de uno o más directores o directoras, en el que se integren y desarrollen los contenidos formativos recibidos, capacidades, competencias y habilidades adquiridas durante el periodo de docencia del grado.

En la Normativa sobre la elaboración y defensa del TFG de la ZTF-FCT se detallan las fases del TFG y los requisitos a cumplir para que cada estudiante comience a elaborar su TFG. Las fechas importantes para el curso 2023-2024 son las siguientes:

**Preinscripción (12-14 de julio de 2023, ambos inclusive):** preinscripción mediante formulario online: [https://www.ehu.eus/es/web/zientzia-teknologia-fakultatea/tfg\\_aurreinskripzioa](https://www.ehu.eus/es/web/zientzia-teknologia-fakultatea/tfg_aurreinskripzioa).

**Inscripción:** para poder inscribir el TFG, el máximo número de créditos pendientes para finalizar el grado es de 72 (60 créditos de cuarto curso más 12 pendientes de segundo o tercer curso). Dos vías:

- **1-8 de septiembre de 2023** (ambos inclusive): las profesoras y profesores inscriben los **trabajos acordados** con el alumnado, a la vez que registran la **oferta de trabajos no acordados** para su posterior selección por el alumnado.
- **20-22 de septiembre de 2023** (ambos inclusive): selección en GAUR de temas por el alumnado que **no** haya **acordado** previamente un trabajo. Se elegirán por orden de preferencia.

**Adjudicación (25-29 de septiembre de 2023, ambos inclusive):** los temas de TFG son definitivamente adjudicados, tras lo cual, a cada estudiante le llega un correo electrónico.

**Matriculación, entrega de la memoria y defensa:** la matrícula dará derecho a dos convocatorias oficiales de defensa en cada curso académico. Para la matriculación, se deben tener superados todos los créditos del Grado a excepción del TFG. Las fechas de matriculación y defensa para el curso 2023/24 serán:

| Convocatoria | Matrícula y Entrega memoria | Defensa                   |
|--------------|-----------------------------|---------------------------|
| Febrero      | 12-15 de febrero de 2024    | 4-8 de marzo de 2024      |
| Junio        | 19-21 de junio de 2024      | 10-12 de julio de 2024    |
| Agosto       | 19-23 de julio de 2024      | 4-6 de septiembre de 2024 |

**Más información sobre el TFG:** <https://www.ehu.es/es/web/zientzia-teknologia-fakultatea/trabajos-fin-grado>.

**Normativa específica del Grado en Matemáticas:**

[https://www.ehu.es/documents/19559/1482414/MAT\\_TFG\\_es.pdf/22df5dd9-e9f1-4973-0085-e831d70042fa?t=1653386379614](https://www.ehu.es/documents/19559/1482414/MAT_TFG_es.pdf/22df5dd9-e9f1-4973-0085-e831d70042fa?t=1653386379614).

## Movilidad

Es posible cursar un cuatrimestre o un curso académico en otra universidad en el marco de uno de los programas de intercambio en los que participa la Facultad. Los requisitos a cumplir y otra información de interés pueden consultarse en <https://www.ehu.es/es/web/zientzia-teknologia-fakultatea/programas-intercambio-alumnado>.

## Prácticas académicas externas

La realización de prácticas en entidades externas facilita la incorporación del alumnado al mundo laboral, proporcionando, además de conocimientos y competencias de contenido práctico, experiencia profesional. En el Grado en Matemáticas es posible realizar prácticas académicas externas extracurriculares, es decir, de carácter voluntario. Para poder realizarlas, se deberán haber superado 120 ECTS. Más información en: <https://www.ehu.es/es/web/zientzia-teknologia-fakultatea/insersion-laboral>.

## Tutorías académicas

La tutoría académica es un proceso que consiste básicamente en brindar asesoría y orientación académica a las y los estudiantes a través de un profesor o una profesora. Esta asesoría está encaminada a apoyar al alumnado en las materias que está cursando. Al comienzo de cada cuatrimestre cada docente dará a conocer su horario de tutorías.

## Plan de Acción Tutorial (PAT)

El Plan de Acción Tutorial (PAT) ofrece a las y los estudiantes la oportunidad de disponer de un profesor tutor o de una profesora tutora que favorecerá su integración en la vida universitaria y les orientará durante toda su trayectoria académica.

Las profesoras tutoras y los profesores tutores pretenden:

- Apoyar y orientar a las y los estudiantes en su proceso de formación integral, en su aspecto tanto académico como personal y profesional.
- Favorecer la integración de las y los estudiantes en la actividad académica de la Facultad.
- Informar a las y los estudiantes sobre los servicios y actividades que tienen a su disposición en el ámbito universitario.
- Identificar las dificultades que pueden aparecer durante el desarrollo de los estudios y facilitar el desarrollo de habilidades y estrategias de aprendizaje.
- Asesorar en la toma de decisiones, especialmente en la elección del itinerario curricular.
- Transmitir información que pueda resultar de interés para el desarrollo académico y profesional de las y los estudiantes.

La asignación de tutor o tutora a cada estudiante del Grado en Matemáticas se realiza al inicio del primer curso. Esa asignación permanecerá vigente hasta la obtención del grado.

## Biblioteca del Departamento de Matemáticas

El Departamento de Matemáticas dispone de una colección de libros de divulgación matemática y de problemas de lógica a disposición de cualquier persona interesada. En el enlace:

<https://www.ehu.es/es/web/departamento-matematicas/biblioteca>

se puede encontrar la relación de libros disponibles y la forma de solicitar el préstamo de los mismos.

## Coordinación

La coordinación del grado recae en la Comisión de Estudios de Grado (CEG). Esta realiza funciones de apoyo al desarrollo curricular, seguimiento, revisión y mejora del grado. A la hora de redactar esta guía, la CEG del Grado en Matemáticas está formada por:

| Tipo                     | Coordinador/a   | Datos de contacto   |
|--------------------------|---|---|
| Grado PAT                | <b>Ana María Valle Martín</b><br>Departamento de Matemáticas              | <a href="mailto:anamaria.valle@ehu.es">anamaria.valle@ehu.es</a><br>946015467<br>E.P0.19      |
| 1 <sup>er</sup> curso    | <b>Aingeru Fernández Bertolín</b><br>Departamento de Matemáticas          | <a href="mailto:aingeru.fernandez@ehu.es">aingeru.fernandez@ehu.es</a><br>946012659<br>E.P0.9 |
| 2 <sup>o</sup> curso     | <b>Leticia Hernando Rodríguez</b><br>Departamento de Matemáticas          | <a href="mailto:leticia.hernando@ehu.es">leticia.hernando@ehu.es</a><br>946015459<br>E.P1.17  |
| 3 <sup>er</sup> curso    | <b>Txomin Ramírez Alzola</b><br>Departamento de Matemáticas               | <a href="mailto:txomin.ramirez@ehu.es">txomin.ramirez@ehu.es</a><br>946015463<br>E.P1.5       |
| 4 <sup>o</sup> curso TFG | <b>Miren Agurtzane Amparan Larrabaster</b><br>Departamento de Matemáticas | <a href="mailto:agurtzane.amparan@ehu.es">agurtzane.amparan@ehu.es</a><br>946015466<br>E.S1.4 |

Se puede consultar información actualizada de la CEG del Grado en Matemáticas en el siguiente enlace: <https://www.ehu.es/es/web/zientzia-teknologia-fakultatea/comisiones-grado#ComisionesdeEstudios8>.

Además, para cada asignatura del grado se ha nombrado un coordinador o coordinadora de asignatura que se encarga de coordinar el equipo docente que la imparte. La relación de coordinadores o coordinadoras de asignaturas del Grado en Matemáticas puede consultarse en el siguiente enlace:

<https://www.ehu.es/es/web/zientzia-teknologia-fakultatea/coordinacion-asignaturas-mat>.

## Otra información de interés

En algunas asignaturas del grado, el equipo docente utiliza un aula virtual de apoyo a la docencia presencial. Estas aulas están en eGela (<https://egela.ehu.es>). Para acceder a eGela hay que introducir el Nombre de usuario y la Contraseña LDAP, que se asigna a cada estudiante al realizar la matrícula como alumnado de nuevo ingreso. También se utiliza el Nombre de usuario y la Contraseña LDAP para acceder a GAUR, herramienta informática para la realización de trámites administrativos y la consulta de datos relativos a la vida académica del alumnado.

Cada estudiante matriculado en el Grado en Matemáticas dispone de una cuenta de correo electrónico corporativa, cuya dirección y contraseña le fueron entregadas al realizar la matrícula como alumnado de nuevo ingreso. A esta cuenta de correo se remiten todos los mensajes del profesorado, de eGela, del equipo decanal u otros estamentos universitarios. Es posible redirigir los mensajes que llegan a esta cuenta al correo personal. Más información en: [https://www.ehu.es/es/web/zientzia-teknologia-fakultatea/bbc\\_alumnado](https://www.ehu.es/es/web/zientzia-teknologia-fakultatea/bbc_alumnado). También dispone de un servicio de albergue de disco (<https://www.ehu.es/es/group/ikt-tic/bildu>).

Ante cualquier duda o problema en la utilización del correo corporativo o en general de los servicios informáticos de la UPV/EHU, se recomienda contactar con CAU (Centro de Atención a Usuarios) vía web <http://lagun.ehu.es>, utilizando el Nombre de usuario y Contraseña LDAP. Para más información sobre el CAU visitar: <http://www.ehu.es/cau>.

El Servicio de Asesoramiento del Estudiante de la Facultad de Ciencia y Tecnología (SAECYT) asesora al alumnado y realiza los trámites necesarios para poder realizar prácticas en empresa o participar en un programa de intercambio. Se encuentra ubicado en la Secretaría de la Facultad. Más información sobre el SAECYT en <http://www.ehu.es/es/web/zientzia-teknologia-fakultatea/atencion-estudiantes>.

**Más Información sobre el Grado en Matemáticas:**

<https://www.ehu.eus/es/web/zientzia-teknologia-fakultatea/grado-matematicas>.

**Página web de la Facultad:**

<https://www.ehu.eus/es/web/zientzia-teknologia-fakultatea>.

---

## 2.- Información específica del curso

---

En el tercer curso del Grado en Matemáticas, el alumnado matriculado en este grupo – curso puede optar por cursar las asignaturas “Álgebra Conmutativa”, “Análisis Complejo”, “Ecuaciones Algebraicas”, “Geometría Global de Curvas y Superficies”, “Inferencia estadística” y “Medida e Integración” en castellano o en inglés. El horario de estas asignaturas en ambas lenguas es el mismo. Se recomienda un nivel B2 o superior en inglés para el adecuado aprovechamiento de la asignatura, en caso de elegir este idioma para cursarla.

### Asignación de estudiantes a grupos docentes

---

Durante las primeras semanas de cada cuatrimestre se informará de la asignación de cada estudiante a los grupos docentes en las diferentes modalidades docentes para las que haya más de un grupo programado.

### Calendario, horario y exámenes

---

El calendario lectivo del centro puede consultarse en la página web:

<https://www.ehu.eus/es/web/zientzia-teknologia-fakultatea/calendario>.

El horario, con la correspondiente información sobre las aulas donde se impartirá cada actividad, así como el calendario oficial de exámenes, se publica y actualiza en la web de la Facultad. Pueden consultarse en: <https://www.ehu.eus/es/web/zientzia-teknologia-fakultatea/egutegia-ordutegiak>. Además, en el enlace anterior también pueden consultarse los tribunales de 5ª y 6ª convocatoria nombrados para las asignaturas del grado.

### Profesorado

---

La información sobre el profesorado (datos de contacto, horas de tutoría) que imparte las asignaturas de este grupo puede consultarse en la web institucional del grado:

<https://www.ehu.eus/es/web/guest/grado-matematicas/profesorado>.

Para acceder a la información de un profesor o profesora en el enlace anterior, basta con pinchar en su nombre.

---

## 3.- Información sobre las asignaturas de tercer curso

---

Cada guía aparece en el idioma en el que se imparte la asignatura. Están ordenadas alfabéticamente.

**GUÍA DOCENTE** 2023/24

**Centro** 310 - Facultad de Ciencia y Tecnología

**Ciclo** Indiferente

**Plan** GMATEM31 - Grado en Matemáticas

**Curso** 3er curso

## ASIGNATURA

26685 - Álgebra Conmutativa

**Créditos ECTS :** 6

## DESCRIPCIÓN Y CONTEXTUALIZACIÓN DE LA ASIGNATURA

En esta asignatura se estudia la estructura algebraica de anillo conmutativo, junto con otras derivadas de ella, a saber, las álgebras y los módulos. Se verán las propiedades principales de dichas estructuras, centrándose principalmente en los temas relativos a la factorización. Así, se dará una importancia especial a los dominios de factorización única y, en particular, a los anillos de polinomios sobre un cuerpo. Por otro lado, también se verán aplicaciones en otras áreas del álgebra, especialmente en el caso de los módulos sobre dominios de ideales principales.

Esta asignatura forma un módulo junto con las asignaturas "Estructuras Algebraicas" y "Ecuaciones Algebraicas". En este módulo se desarrollan los fundamentos del álgebra abstracta y sus principales aplicaciones. El estudiante adquirirá las técnicas básicas de esta área que le capacitarán para su utilización en otros campos de las matemáticas y le permitirán, si lo desea, afrontar un estudio más profundo del álgebra a través de las asignaturas optativas de cuarto curso.

## COMPETENCIAS / RESULTADOS DE APRENDIZAJE DE LA ASIGNATURA

### COMPETENCIAS ESPECÍFICAS

M01CM04 Conocer los conceptos básicos de la teoría de anillos y cuerpos (subanillos, ideales, cocientes, homomorfismos, característica, cuerpo de cocientes,...).

M01CM05 Conocer las propiedades de divisibilidad de los polinomios en una y varias indeterminadas y, en particular, saber aplicar los principales criterios de irreducibilidad.

M01CM06 Saber construir bases de Gröbner de ideales de polinomios en varias indeterminadas y cómo se aplican, por ejemplo, para decidir si un polinomio pertenece a un ideal o para eliminar variables en sistemas de ecuaciones polinómicas.

M01CM07 Conocer los tipos de anillos conmutativos más importantes (íntegros, de factorización única, euclídeos y principales) y la relación entre ellos.

M01CM08 Conocer los conceptos básicos de la teoría de módulos sobre anillos.

M01CM09 Conocer el teorema de estructura para módulos finitamente generados sobre anillos principales y sus aplicaciones (forma canónica de Jordan y forma de Smith).

### RESULTADOS DE APRENDIZAJE

Conocer los conceptos básicos de la teoría de anillos y, en particular, de los anillos de polinomios en una y varias indeterminadas.

Conocer el teorema de estructura para módulos finitamente generados sobre dominios de ideales principales y sus aplicaciones (forma normal de Smith, grupos abelianos finitamente generados, formas canónicas de endomorfismos).

## CONTENIDOS TEÓRICO-PRÁCTICOS

1. GENERALIDADES SOBRE ANILLOS: Anillos y subanillos. Ideales y anillos cociente. Homomorfismos e isomorfismos.
2. DIVISIBILIDAD Y FACTORIZACIÓN EN ANILLOS: Dominios de factorización única. Dominios de ideales principales. Dominios euclídeos. Aplicaciones: algunos teoremas clásicos de aritmética.
3. POLINOMIOS EN VARIAS INDETERMINADAS: Lema de Gauss. Factorización en los anillos de polinomios. Criterios de irreducibilidad.
4. BASES DE GRÖBNER: Órdenes monomiales en el anillo de polinomios y el algoritmo división. Teorema de la base de Hilbert. Propiedades básicas de las bases de Gröbner. Algoritmo de Buchberger. Aplicaciones.
5. MÓDULOS: Módulos, primeras propiedades y ejemplos. Submódulos, módulos cociente. Homomorfismos de módulos. Sumas directas. Módulos libres.

6. MÓDULOS SOBRE DOMINIOS DE IDEALES PRINCIPALES: Módulos sobre dominios de ideales principales: anuladores y descomposición primaria. El teorema de estructura para módulos finitamente generados sobre dominios de ideales principales. Matrices sobre dominios de ideales principales: forma normal de Smith. Aplicaciones: sistemas de ecuaciones lineales diofánticas, grupos abelianos finitamente generados y formas canónicas racional y de Jordan.

#### METODOLOGÍA

El contenido teórico se expondrá en clases magistrales siguiendo referencias básicas que figuran en la bibliografía y el material de uso obligatorio. Estas clases magistrales se complementarán con clases de problemas (prácticas de aula) en las que se propondrá a los alumnos resolver cuestiones con el propósito de aplicar los conocimientos adquiridos en las clases teóricas. En los seminarios se desarrollarán cuestiones y ejemplos representativos del contenido de la asignatura, que habrán sido facilitados con anterioridad a los alumnos para que puedan trabajarlos con tiempo suficiente. El día del seminario se fomentará la reflexión y discusión sobre las soluciones propuestas. Además, se propondrán problemas en grupo para promover el trabajo en equipo. Las soluciones de estos problemas se entregarán por escrito, para su evaluación por parte del profesor.

Una parte importante del trabajo del alumno es de carácter personal. Los profesores orientarán en todo momento ese trabajo y estimularán que se haga con regularidad y dedicación. Se animará igualmente a que utilicen las tutorías personales, donde pueden aclarar cualquier duda o dificultad que se les presente en la asignatura.

#### TIPOS DE DOCENCIA

| Tipo de Docencia                              | M  | S | GA | GL | GO | GCL | TA | TI | GCA |
|---|----|---|----|----|----|-----|----|----|-----|
| Horas de Docencia Presencial                  | 36 | 6 | 18 |    |    |     |    |    |     |
| Horas de Actividad No Presencial del Alumno/a | 54 | 9 | 27 |    |    |     |    |    |     |

**Legenda:** M: Magistral  
 S: Seminario  
 GA: P. de Aula  
 GL: P. Laboratorio  
 GO: P. Ordenador  
 GCL: P. Clínicas  
 TA: Taller  
 TI: Taller Ind.  
 GCA: P. de Campo

#### SISTEMAS DE EVALUACIÓN

- Sistema de evaluación continua
- Sistema de evaluación final

#### HERRAMIENTAS Y PORCENTAJES DE CALIFICACIÓN

- Ver ORIENTACIONES 100%

#### CONVOCATORIA ORDINARIA: ORIENTACIONES Y RENUNCIA

##### CONVOCATORIA ORDINARIA

La nota final se obtendrá realizando la media ponderada de las siguientes calificaciones:

- O1. Examen escrito final: 70-100%
- O2. Examen escrito parcial: 0-10%
- O3. Problemas o trabajos individuales (incluyendo la participación en los seminarios): 0-10%
- O4. Problemas o trabajos en equipo: 0-10%

La nota mínima que es necesario obtener en el examen escrito final para poder aprobar la asignatura es de 4,5 puntos sobre 10.

La evaluación final consistirá en un examen de toda la asignatura. Peso 100%.

La asistencia a los seminarios es obligatoria, salvo causa justificada, que se deberá demostrar con el correspondiente documento.

#### CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA: ORIENTACIONES Y RENUNCIA

##### CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA

Para el cómputo de la calificación, se distinguen dos casos:

CASO A. Si la nota media no ponderada de los apartados O2, O3 y O4 en la convocatoria ordinaria es mayor o igual que 5.

CASO B. En caso contrario.

Para estudiantes que se encuentren en el caso A, la nota en la convocatoria extraordinaria será la media ponderada de las siguientes calificaciones:

Examen escrito de la convocatoria extraordinaria: 70%

Apartados O2, O3 y O4 de la convocatoria ordinaria: 10% en cada apartado

En este caso, será necesario obtener al menos 4,5 puntos en el examen escrito de la convocatoria extraordinaria.

Por otro lado, para estudiantes que se encuentren en el caso B, el 100% de la nota de la convocatoria extraordinaria corresponderá al examen escrito. Por lo tanto, será necesario obtener al menos 5 puntos en dicho examen.

#### **MATERIALES DE USO OBLIGATORIO**

Apuntes de clase. Relaciones de ejercicios y problemas propuestos.

#### **BIBLIOGRAFÍA**

##### **Bibliografía básica**

- M.F. ATIYAH, I.G. MACDONALD. Introducción al Álgebra Conmutativa. Reverté, 1973.
- P. CAMERON. Introduction to algebra. Oxford University Press, segunda edición, 2008.
- D. COX, J. LITTLE, D. O'SHEA. Ideals, Varieties and Algorithms. Springer, segunda edición, 1997.
- G. NAVARRO. Un Curso de Algebra. Universidad de Valencia, 2002.

##### **Bibliografía de profundización**

- N. JACOBSON. Basic Algebra. W.H. Freeman and Company, 1985.
- S. LANG. Undergraduate algebra. Springer, tercera edición, 2005.
- M. REID. Undergraduate Commutative Algebra. Cambridge University Press, 1996.
- A. VERA. Introducción al Álgebra. (2 volúmenes). AVL, 1986.

##### **Revistas**

##### **Direcciones de internet de interés**

#### **OBSERVACIONES**

...

**COURSE GUIDE**

2023/24

**Faculty** 310 - Faculty of Science and Technology**Cycle** .**Degree** GMATEM31 - Bachelor's Degree in Mathematics**Year** Third year**COURSE**

26686 - Algebraic Equations

**Credits, ECTS:** 6**COURSE DESCRIPTION**

The main goal of this course is the study of finite Galois field extensions in order to know the concept of Galois group of a polynomial, how to calculate it in simple cases, and to understand the relation of this group with the solvability by radicals of the polynomial. Before that, we introduce the basic theory of fields, algebraic extensions of fields and the splitting field of a polynomial over a field.

A level of B2 or higher is recommended to attend courses taught in English. This course belongs to the module Algebraic Structures (2nd year) + Commutative Algebra (3rd year) + Algebraic Equations (3rd year), which is devoted to developing the fundamentals of abstract algebra and its main applications. The student will learn the basic techniques in this area that will allow him to use these concepts in other areas of mathematics, as well as to embark on a deeper study of algebra in the optional courses of the 4th year, if he/she wishes to do so.

**COMPETENCIES/LEARNING RESULTS FOR THE SUBJECT**

## SPECIFIC COMPETENCES:

M01CM10: To know how to operate in easy field extensions.

M01CM11: To know the concepts of normal and Galois field extensions and to know how to calculate the Galois group of easy Galois extensions.

M01CM12: To know how to apply the fundamental theorem of Galois theory in order to calculate the intermediate fields of easy Galois extensions.

M01Cm13: To know how to characterize the algebraic equations which are soluble by radicals.

## LEARNING RESULTS:

To know the Galois group of a polynomial and how to calculate it in easy cases. To understand the relation of this group with the solvability of a polynomial by radicals.

**CONTENIDOS TEÓRICO-PRÁCTICOS**

1. THE PROBLEM OF THE SOLVABILITY OF ALGEBRAIC EQUATIONS: What is to solve an algebraic equation? Solvability by radicals of the equations of degree at most 4. Review of polynomial rings: divisibility and irreducibility criteria. Fields, generalities. Structure of the additive and the multiplicative group of a field. Characteristic of a field and prime subfield.
2. FIELD EXTENSIONS: Field extensions. Algebraic and transcendental elements. Simple extensions, algebraic extensions, and finite extensions. Splitting field of a polynomial: existence and unicity.
3. NORMAL EXTENSIONS AND SEPARABLE EXTENSIONS: Normal extensions. Characterization of finite normal extensions. Finite separable extensions: the primitive element theorem.
4. GALOIS EXTENSIONS: Field automorphisms. Galois extensions and the Galois group. The fundamental theorem of Galois theory. Applications (finite fields, the Fundamental Theorem of Algebra).
5. SOLVABILITY OF ALGEBRAIC EQUATIONS: Solvable groups. Galois' theorem on the solvability of algebraic equations by radicals.

**TEACHING METHODS**

The theoretical contents will be presented in master classes following basic references in the bibliography. These lectures will be complemented with problem classes (classroom practice), in which students will apply the knowledge acquired in the theoretical lectures in order to solve problems. In the seminar sessions, exercises and representative examples will be considered. These will have been give to the students in advance, for them to have enough time to work out the solutions. Students must participate actively in the seminar sessions, and discussion of the solutions will be encouraged.

**TYPES OF TEACHING**

| Types of teaching                             | M  | S | GA | GL | GO | GCL | TA | TI | GCA |
|---|----|---|----|----|----|-----|----|----|-----|
| Hours of face-to-face teaching                | 36 | 6 | 18 |    |    |     |    |    |     |
| Horas de Actividad No Presencial del Alumno/a | 54 | 9 | 27 |    |    |     |    |    |     |

**Legend:** M: Lecture-based S: Seminar GA: Applied classroom-based groups  
 GL: Applied laboratory-based groups GO: Applied computer-based groups GCL: Applied clinical-based groups  
 TA: Workshop TI: Industrial workshop GCA: Applied fieldwork groups

### Evaluation methods

- Continuous evaluation
- End-of-course evaluation

### Evaluation tools and percentages of final mark

- See ORIENTATIONS 100%

### ORDINARY EXAMINATION PERIOD: GUIDELINES AND OPTING OUT

There will be two written exams, one after two thirds of the course have been covered, and another one at the end of the course. The final mark will be the weighted average of the following activities, with the indicated weights:

- 50-80%, the final exam, which could be fully a written exam or a written exam for the exercises and an oral test for the theory.
- 20-50%, the partial written exam, other types of exercises, either individual or in groups, and written or with oral exposition.

The interest and willingness of the student will also be taken into account. In order to pass the course, it is necessary to obtain at least 4,5 points out of 10 in the final written exam.

The final evaluation will consist of an exam of the entire subject. 100% weight.

### EXTRAORDINARY EXAMINATION PERIOD: GUIDELINES AND OPTING OUT

The final mark will be that which is obtained in the written exam corresponding to this call.

### MANDATORY MATERIALS

### BIBLIOGRAFÍA

#### Basic bibliography

- 1.- CLARK, A. Elementos de Algebra Abstracta. Alhambra, Madrid, 1979.
- 2.- De VIOLA-PRIOLI, A.M.; VIOLA-PRIOLI, J.E. Teoría de Cuerpos y Teoría de Galois. Reverté, Barcelona, 2006.
- 3.- NAVARRO, G. Un curso de Algebra. Universidad de Valencia, 2002.
- 4.- STEWART, I. Galois Theory. Chapman & Hall, 2nd ed., London, 1989.
- 5.- VERA LÓPEZ, A. Introducción al Algebra, II. Ellacuría, Bilbao, 1986.
- 6.- VERA, A.; VERA, J. Problemas de Algebra, I: Teorías de Grupos y de Cuerpos. AVL, 1995.

#### Detailed bibliography

- 1.-GARLING, D. J. H. A course in Galois Theory. Cambridge University Press, Cambridge, 1986.
- 2.-HUNGERFORD, T.W. Algebra. Springer-Verlag, New York, 1984.
- 3.-LANG, S. Algebra. 3rd. ed. Springer, 2005.
- 4.-MORANDI, P. Field and Galois Theory, Springer, New York, 1996.
- 5.-VERA, A.; ARREGI, J.M. Problemas de Algebra, II: Teorías de Grupos, Cuerpos y Anillos. AVL, 1989.

#### Journals

#### Web sites of interest

- <http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Biographies/Galois.html>
- <http://mathworld.wolfram.com/topics/AlgebraicEquations.html>

### OBSERVATIONS

**GUÍA DOCENTE**

2023/24

**Centro** 310 - Facultad de Ciencia y Tecnología**Ciclo** Indiferente**Plan** GMATEM31 - Grado en Matemáticas**Curso** 3er curso**ASIGNATURA**

26683 - Análisis Complejo

**Créditos ECTS :** 6**DESCRIPCIÓN Y CONTEXTUALIZACIÓN DE LA ASIGNATURA**

En esta asignatura se estudia la teoría de funciones de una variable compleja. A diferencia del caso de las funciones de una o varias variables reales (vistas en las asignaturas Cálculo Diferencial e Integral I y II), todo el interés se centra en el caso derivable, pues las funciones complejas derivables tienen propiedades mucho más ricas. Se estudian algunas de estas propiedades y sus aplicaciones a diferentes ámbitos del análisis real y complejo.

El Análisis Complejo junto con Cálculo Diferencial e Integral I y II forma un módulo. Las tres asignaturas anteriores presentan conjuntamente de forma sistemática los conceptos, técnicas y aplicaciones básicas del cálculo diferencial e integral de una variable, tanto real como compleja, o varias variables reales. Con este módulo se pretende que el estudiante adquiera un conocimiento suficiente que le permita comprender los temas enseñados y aplicarlos en campos diversos.

Para poder seguir la asignatura, es esencial conocer el concepto general de diferenciabilidad enseñado en Cálculo Diferencial e Integral I y II. No es absolutamente esencial, pero sí muy útil, conocer la integración sobre curvas que se enseña en la asignatura Cálculo Diferencial e Integral II.

**COMPETENCIAS / RESULTADOS DE APRENDIZAJE DE LA ASIGNATURA**

## COMPETENCIAS ESPECÍFICAS:

M15CM18: Conocer las principales propiedades de las funciones de variable compleja. Reconocer las funciones analíticas, las funciones armónicas y las funciones elementales.

M15CM19: Asimilar los enunciados y las aplicaciones de los distintos teoremas integrales de Cauchy.

M15CM20: Desarrollar funciones en series de Taylor y Laurent.

M15CM21: Conocer las principales aplicaciones y consecuencias del teorema de los residuos.

M15CM22: Calcular integrales por el método de los residuos. Aplicarlo al cálculo de integrales impropias.

M15CM23: Conocer las propiedades básicas de las transformaciones conformes y sus propiedades geométricas.

## RESULTADOS DE APRENDIZAJE DE LA ASIGNATURA:

Conocer las principales funciones de variable compleja, calcular los residuos y las integrales sobre recintos del campo complejo.

**CONTENIDOS TEÓRICO-PRÁCTICOS**

1. EL CUERPO DE LOS NÚMEROS COMPLEJOS: operaciones con complejos, módulo y argumento, representación polar y forma exponencial, raíces, proyección estereográfica.
2. FUNCIONES ANALÍTICAS: límites y continuidad, derivación, ecuaciones de Cauchy-Riemann, funciones analíticas, funciones armónicas y armónicas conjugadas, extensión analítica.
3. FUNCIONES ELEMENTALES: función exponencial, logaritmos y ramas de la función logaritmo, exponenciales complejas, funciones trigonométricas, hiperbólicas y sus inversas.
4. INTEGRACIÓN COMPLEJA Y TEOREMAS DE CAUCHY: integrales sobre curvas, funciones primitivas, teorema integral de Cauchy, fórmula integral de Cauchy y fórmula generalizada, integral de tipo Cauchy, teorema de Morera, teorema de Liouville. Principio del módulo máximo.
5. SERIES DE TAYLOR Y LAURENT. PUNTOS SINGULARES: sucesiones de funciones y series de funciones, series de potencias, series de Taylor, series de Laurent, clasificación de puntos singulares aislados y su caracterización.
6. RESIDUOS Y SUS APLICACIONES: residuos, teorema de Cauchy de los residuos, cálculo de integrales impropias sobre la recta real, principio del argumento, teorema de Rouché.
7. TRANSFORMACIONES CONFORMES: significado geométrico del módulo y del argumento de la derivada, transformaciones conformes, estudio geométrico de algunas transformaciones.

**METODOLOGÍA**

Clases magistrales: se expondrán los temas teóricos, siguiendo la bibliografía recomendada.

Prácticas de aula: se resolverán en clase problemas y ejercicios propuestos al alumnado, para comprender y elaborar los temas de las clases magistrales.

Seminarios: el profesor o profesora propondrá al alumnado trabajos relacionados con los temas de la asignatura. Las y

los estudiantes mostrarán en el seminario el trabajo realizado, exponiéndolo y argumentando lo realizado.

#### TIPOS DE DOCENCIA

| Tipo de Docencia                              | M  | S | GA | GL | GO | GCL | TA | TI | GCA |
|---|----|---|----|----|----|-----|----|----|-----|
| Horas de Docencia Presencial                  | 36 | 6 | 18 |    |    |     |    |    |     |
| Horas de Actividad No Presencial del Alumno/a | 54 | 9 | 27 |    |    |     |    |    |     |

**Leyenda:** M: Magistral S: Seminario GA: P. de Aula  
GL: P. Laboratorio GO: P. Ordenador GCL: P. Clínicas  
TA: Taller TI: Taller Ind. GCA: P. de Campo

#### SISTEMAS DE EVALUACIÓN

- Sistema de evaluación continua
- Sistema de evaluación final

#### HERRAMIENTAS Y PORCENTAJES DE CALIFICACIÓN

- Ver ORIENTACIONES 100%

#### CONVOCATORIA ORDINARIA: ORIENTACIONES Y RENUNCIA

1.- Examen escrito de teoría y problemas: al menos el 80% de la nota final. En este examen habrá que conseguir al menos 4 puntos sobre 10.

Criterios de evaluación:

- Precisión en los razonamientos y en las definiciones.
- Corrección del lenguaje matemático.
- Métodos de argumentación claros y ordenados, explicando los pasos.
- Exactitud en los resultados de los ejercicios.

2.- Participación en seminarios, trabajos individuales o en grupo, presentaciones, controles periódicos (no necesariamente todas las posibilidades): no más del 20% de la nota final.

Criterios de evaluación:

- Respuestas correctas y buena utilización del lenguaje matemático.
- Claridad en los razonamientos.
- En las explicaciones orales y escritas, orden y precisión.
- Asistencia.

La renuncia a la evaluación continua se podrá realizar hasta la semana 9 del curso, mediante escrito al profesor o profesora de la asignatura.

La evaluación final consistirá en un examen de toda la asignatura. Peso 100%.

#### CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA: ORIENTACIONES Y RENUNCIA

- Examen escrito de teoría y problemas: 100% de la nota final.

Criterios de evaluación:

- Precisión en los razonamientos y en las definiciones.
- Corrección del lenguaje matemático.
- Métodos de argumentación claros y ordenados, explicando los pasos.
- Exactitud en los resultados de los ejercicios.

#### MATERIALES DE USO OBLIGATORIO

Material distribuido a través de la plataforma eGela:

- \* Problemas

- \* Seminarios
- \* Notas del curso

## BIBLIOGRAFÍA

### Bibliografía básica

- AGARWAL R. P., PERERA K., PINELAS S. An Introduction to Complex Analysis. Springer, 2011.  
APARICIO E. Teoría de funciones de variable compleja. UPV-EHU, 1998.  
BROWN J.W., CHURCHILL R.V. Variable compleja y aplicaciones, 7a ed. McGraw-Hill, 2007.  
CONWAY J. B., Functions of One Complex Variable. Springer-Verlag, 1986.  
DUOANDIKOETXEA, J., RIVAS, J. Análisi Konplexua, EHUKo Argitalpen Zerbitzua, 2017.  
PALKA, B.P. An introduction to Complex Function Theory. Springer-Verlag, 1991.  
STEIN, E.M., SHAKARCHI, R. Complex Analysis. Princeton University Press, 2003.  
VOLKOVYSKI I, LUNTS G, ARAMANOVICH I. Problemas de la teoría de funciones de Variable Compleja. MIR, 1972.

### Bibliografía de profundización

- AHLFORS L. V., Complex Variables. McGraw-Hill, 1978.  
LANG S. Complex Analysis. Springer, 1999.  
LEVINSON N., REDHEFFER R. M., Curso de variable compleja. Reverté, 1990.  
MARSDEN J. E., HOFFMANN M. J., Basic Complex Analysis. W.H. Freeman and Co. USA, 1987.  
RUDIN W., Análisis real y complejo. McGraw-Hill / Interamericana de España, 1987.  
SHAKARCHI R. Problems and Solutions for Complex Analysis. Springer, 1999.

### Revistas

### Direcciones de internet de interés

- Unos apuntes muy adecuados de Martín Rivas (UPV/EHU):  
<http://tp.lc.ehu.es/documents/problemas.pdf>.  
Un curso online en:  
<http://math.fullerton.edu/mathews/complex.html>.  
Se pueden encontrar muchos cursos escritos, en formato pdf. Por ejemplo: el de George Cain (<http://people.math.gatech.edu/~cain/winter99/complex.html>), en inglés, y el de B. Cuartero y F. Ruiz ([http://www.unizar.es/analisis\\_matematico/varcompleja/prg\\_varcompleja.html](http://www.unizar.es/analisis_matematico/varcompleja/prg_varcompleja.html)), en castellano.  
Un curso de Terry Tao:  
<http://www.math.ucla.edu/~tao/resource/general/132.1.00w/>.  
Un resumen de los contenidos en Physics Forums:  
<https://www.physicsforums.com/insights/an-overview-of-complex-differentiation-and-integration/>  
La página Mathematics Stack Exchange:  
<https://math.stackexchange.com>.

## OBSERVACIONES

**COURSE GUIDE**

2023/24

**Faculty**

310 - Faculty of Science and Technology

**Cycle**

.

**Degree**

GMATEM31 - Bachelor's Degree in Mathematics

**Year**

Third year

**COURSE**

26685 - Commutative Algebra

**Credits, ECTS:** 6**COURSE DESCRIPTION**

In this course, the algebraic structures of commutative ring, algebra and module are studied. The main properties of these structures will be studied, mainly concentrating in factorization properties. Thus, special importance will be given to unique factorization domains and, in particular, to rings of polynomials over a field. On the other hand, applications to different parts of algebra will be seen, especially in the case of modules over principal ideal domains.

This course, together with "Algebraic Structures" and "Algebraic Equations", forms a module in which the fundamentals of abstract algebras and its main applications are developed. The student will obtain the basic techniques of this area, which can be used in other areas of mathematics, and, if they wish, they will be able to continue a deeper study of algebra via the optative fourth-year courses.

**COMPETENCIES/LEARNING RESULTS FOR THE SUBJECT**

## SPECIFIC LEARNING RESULTS

M01CM04 Understand the basic concepts of ring and field (subrings, ideals, quotients, homomorphisms, characteristic, field of fractions ...)

M01CM05 Understand the divisibility properties of polynomials in one or more variables and, in particular, learn of apply the main criteria of irreducibility.

M01CM06 Know how to construct and how to use Gröbner bases of ideals of polynomials in several variables to, for example, decide if a polynomial is in an ideal or to delete variables in polynomial systems of equations.

M01CM07 Know the main types of commutative rings (integers, unique factorization domains, Euclidean domains and PIDs) and the relations among them.

M01CM08 Know the basic concepts of module theory over rings.

M01CM09 Understand the structure theorem of finitely generated modules over PIDs and its applications (Jordan canonical form and Smith normal form).

## GENERAL LEARNING RESULTS

Understand the basic concepts of ring theory and, in particular, the theory of polynomial rings in one or more variables.

Understand the structure theorem of finitely generated modules over PIDs and its applications (Jordan canonical form and Smith normal form).

**CONTENIDOS TEÓRICO-PRÁCTICOS**

1. GENERALITIES FOR RINGS: Rings and subrings. Ideals and quotient rings. Homomorphisms and isomorphisms.

2. DIVISIBILITY AND FACTORIZATION: Unique factorization domains. Principal ideals domains (PIDs). Euclidean domains. Applications: some classical arithmetical theorems.

3. POLYNOMIALS IN SEVERAL VARIABLES: Gauss Lemma. Factorization in polynomial rings. Irreducibility criteria.

4. GRÖBNER BASES: Monomial orders in the polynomial ring and division algorithm. Hilbert basis theorem. Basic properties of Gröbner bases. Buchberger algorithm. Applications.

5. MODULES: Modules, first properties and examples. Submodules, quotient modules. Module homomorphisms. Direct sum. Free modules.

6. MODULES OVER PIDs: Annihilators and primary decomposition. Structure theorem for modules over PIDs. Matrices over PIDs: Smith's normal form. Applications: diofantiquee linear equations, finitely generated abelian groups and Jordan canonical form.

**TEACHING METHODS**

The theoretical content will be exposed in theory classes following the basic references and the compulsory material appearing in the bibliography. These theory classes will be complemented by problem sessions, in which the students will be asked to solve problems to apply the knowledge obtained in the theory classes. In the seminars, relevant questions and examples will be discussed directly by the students through exercises, which will be assigned in advance. On the day of the seminar the proposed solutions will be discussed in a critical manner. Additionally, group problems will be proposed to improve teamwork. The solutions to these problems (both seminars and group problems) will be handed in, to be evaluated by the teacher.

An important part of the student's work is individual. Throughout the course, the teachers will guide this individual work and they will stimulate its regularity and the student's dedication. At the same time, the importance of personal tutoring session will be underlined.

## TYPES OF TEACHING

| Types of teaching                             | M  | S | GA | GL | GO | GCL | TA | TI | GCA |
|---|----|---|----|----|----|-----|----|----|-----|
| Hours of face-to-face teaching                | 36 | 6 | 18 |    |    |     |    |    |     |
| Horas de Actividad No Presencial del Alumno/a | 54 | 9 | 27 |    |    |     |    |    |     |

**Legend:** M: Lecture-based S: Seminar GA: Applied classroom-based groups  
GL: Applied laboratory-based groups GO: Applied computer-based groups GCL: Applied clinical-based groups  
TA: Workshop TI: Industrial workshop GCA: Applied fieldwork groups

## Evaluation methods

- Continuous evaluation
- End-of-course evaluation

## Evaluation tools and percentages of final mark

- Ver ORIENTACIONES 100%

## ORDINARY EXAMINATION PERIOD: GUIDELINES AND OPTING OUT

### ORDINARY CALL

The final grade will be obtained via arithmetical mean of the following grades:

- O1. Final written exam: 70%-100%
- O2. Partial written exam: 0%-10%
- O3. Individual problems and/or works (including seminars attendance): 0%-10%
- O4. Group problems: 0%-10%

To pass the course, the minimum mark in the final written exam has to be greater than 4,5 out of 10.

The attendance to seminars of compulsory, unless properly justified by a proper supporting document.

In the case that sanitary conditions would obstruct the evaluation activities above specified, for all or part of enrolled students, the corresponding directives of the Rector will be followed.

## EXTRAORDINARY EXAMINATION PERIOD: GUIDELINES AND OPTING OUT

### EXTRAORDINARY CALL

Written exam of the extraordinary call: 100%

For the corresponding students, the totality of the grade will be determined by the written exam of the extraordinary call. Therefore, a mark of 5 in said exam will be necessary to pass the course.

In the case that sanitary conditions would obstruct the evaluation activities above specified, for all or part of enrolled students, the corresponding directives of the Rector will be followed.

## MANDATORY MATERIALS

Class notes. Proposed problems and exercises.

## BIBLIOGRAFÍA

### Basic bibliography

- M.F. ATIYAH, I.G. MACDONALD. Introducción al Álgebra Conmutativa. Reverté, 1973.
- P. CAMERON. Introduction to algebra. Oxford University Press, segunda edición, 2008.
- D. COX, J. LITTLE, D. O'SHEA. Ideals, Varieties and Algorithms. Springer, segunda edición, 1997.
- G. NAVARRO. Un Curso de Algebra. Universidad de Valencia, 2002.

### Detailed bibliography

- N. JACOBSON. Basic Algebra. W.H. Freeman and Company, 1985.
- S. LANG. Undergraduate algebra. Springer, tercera edición, 2005.
- M. REID. Undergraduate Commutative Algebra. Cambridge University Press, 1996.
- A. VERA. Introducción al Álgebra. (2 volúmenes). AVL, 1986.

### Journals

**Web sites of interest**

**OBSERVATIONS**

...

**COURSE GUIDE**

2023/24

**Faculty**

310 - Faculty of Science and Technology

**Cycle**

.

**Degree**

GMATEM31 - Bachelor's Degree in Mathematics

**Year**

Third year

**COURSE**

26683 - Complex Analysis

**Credits, ECTS:**

6

**COURSE DESCRIPTION**

In this subject the theory of functions of one complex variable is studied. Unlike the case of the functions of one or several real variables (seen in the subjects Differential and Integral Calculus I and II), in this subject all interest is centered on the differentiable case, since complex differentiable functions have much richer properties. Some of these properties and their applications to different fields of real and complex analysis are studied.

Complex Analysis, together with Differential and Integral Calculus I and II form a module. These three subjects present together in a systematic way the basic concepts, techniques and applications of single variable differential calculus, both real and complex, or several real variables. With this module it is intended that the students acquire sufficient knowledge to enable them to understand the topics taught and apply them in various fields.

In order to follow the subject, it is essential to know the general concept of differentiability taught in Differential and Integral Calculus I and II. It is not absolutely essential, but very useful, to know line integration along curves taught in Differential and Integral Calculus II.

**COMPETENCIES/LEARNING RESULTS FOR THE SUBJECT**

## SPECIFIC COMPETENCIES

M15CM18: Know the main properties of functions of complex variables. Recognize analytic functions, harmonic functions and elementary functions.

M15CM19: Assimilate the statements and applications of the different Cauchy integral theorems.

M15CM20: Expand functions in Taylor and Laurent series.

M15CM21: Know the main applications and consequences of the Residue Theorem.

M15CM22: Calculate complex integrals by the method of residues. Apply it to the calculation of improper real integrals.

M15CM23: Know the basic properties of conformal mappings and their geometric properties.

## LEARNING OUTCOMES

Know the main functions of one complex variable, calculate the residues and the integrals over domains of the complex plane.

**CONTENIDOS TEÓRICO-PRÁCTICOS**

1. THE FIELD OF COMPLEX NUMBERS: operations with complexes, modulus and argument, polar and exponential form, roots, stereographic projection.

2. ANALYTIC FUNCTIONS: limits and continuity, derivation, Cauchy-Riemann equations, analytic functions, harmonic and conjugate harmonic functions, analytic extension.

3. ELEMENTARY FUNCTIONS: exponential function, logarithms and branches of the logarithm function, complex exponentiations, trigonometric functions, hyperbolic functions and their inverses.

4. COMPLEX INTEGRATION AND CAUCHY'S THEOREMS: contour integrals along curves, primitive functions, Cauchy Integral Theorem, Cauchy Integral Formula and Generalized Cauchy Integral Formula, Cauchy-type integrals, Morera's Theorem, Liouville's Theorem. Maximum Modulus Principle.

5. TAYLOR AND LAURENT SERIES: sequences of functions and series of functions, power series, Taylor series, Laurent series, classification of isolated singular points and their characterization.

6. RESIDUES AND APPLICATIONS: residues, Cauchy's Residue Theorem, calculation of improper integrals along the real line, Argument Principle, Rouché's Theorem.

7. CONFORMAL MAPPINGS: geometric meaning of the modulus and the argument of the derivative, conformal mappings, geometric study of some mappings.

## TEACHING METHODS

Lectures: theoretical topics will be presented, following the recommended bibliography.

Classroom practices: problems and exercises proposed to the students will be solved in class, to understand, develop and work with the topics of the lectures.

Seminars: the lecturer will propose works related to the topics of the subject to the students. The students will show the work carried out in the seminar, presenting it and arguing what has been done.

## TYPES OF TEACHING

| Types of teaching                             | M  | S | GA | GL | GO | GCL | TA | TI | GCA |
|---|----|---|----|----|----|-----|----|----|-----|
| Hours of face-to-face teaching                | 36 | 6 | 18 |    |    |     |    |    |     |
| Horas de Actividad No Presencial del Alumno/a | 54 | 9 | 27 |    |    |     |    |    |     |

**Legend:** M: Lecture-based S: Seminar GA: Applied classroom-based groups  
GL: Applied laboratory-based groups GO: Applied computer-based groups GCL: Applied clinical-based groups  
TA: Workshop TI: Industrial workshop GCA: Applied fieldwork groups

## Evaluation methods

- Continuous evaluation
- End-of-course evaluation

## Evaluation tools and percentages of final mark

- See the guidelines below 100%

## ORDINARY EXAMINATION PERIOD: GUIDELINES AND OPTING OUT

1.- Written exam covering theory and problems: at least 80% of the final mark. In this exam at least 4 points out of 10 are required.

Evaluation criteria:

- Precision in the reasonings and definitions.
- Correctness of mathematical language.
- Clear and correctly ordered argumentation methods, explaining the steps.
- Accuracy in the results of the exercises.

2.- Participation in seminars, individual or group works, presentations, periodic tests or exams (not necessarily all possibilities): no more than 20% of the final mark.

Evaluation criteria:

- Correct answers and proper use of mathematical language.
- Clarity in reasoning.
- In oral and written explanations, order and precision.
- Attendance.

Withdrawal of continuous evaluation can be requested up to week 9 of the academic year, by writing to the lecturer of the subject.

The final evaluation will consist of a comprehensive exam covering the whole subject. Weight 100%.

## EXTRAORDINARY EXAMINATION PERIOD: GUIDELINES AND OPTING OUT

- Written exam covering theory and problems: 100% of the final mark.

Evaluation criteria:

- Precision in the reasonings and definitions.
- Correctness of mathematical language.
- Clear and correctly ordered argumentation methods, explaining the steps.
- Accuracy in the results of the exercises.

## MANDATORY MATERIALS

Material distributed through the eGela platform:

- \* Problems
- \* Seminars
- \* Course notes

## BIBLIOGRAFÍA

### Basic bibliography

- AGARWAL R. P., PERERA K., PINELAS S. An Introduction to Complex Analysis. Springer, 2011.  
APARICIO E. Teoría de funciones de variable compleja. UPV-EHU, 1998.  
BROWN J.W., CHURCHILL R.V. Variable compleja y aplicaciones, 7a ed. McGraw-Hill, 2007.  
CONWAY J. B., Functions of One Complex Variable. Springer-Verlag, 1986.  
DUOANDIKOETXEA, J., RIVAS, J. Análisi Konplexua, EHUko Argitalpen Zerbitzua, 2017.  
PALKA, B.P. An introduction to Complex Function Theory. Springer-Verlag ,1991.  
STEIN, E.M., SHAKARCHI, R. Complex Analysis. Princeton University Press, 2003.  
VOLKOVYSKI I, LUNTS G, ARAMANOVICH I. Problemas de la teoría de funciones de Variable Compleja. MIR, 1972.

### Detailed bibliography

- AHLFORS L. V., Complex Variables. McGraw-Hill, 1978.  
LANG S. Complex Analysis. Springer, 1999.  
LEVINSON N., REDHEFFER R. M., Curso de variable compleja. Reverté, 1990.  
MARSDEN J. E., HOFFMANN M. J., Basic Complex Analysis. W.H. Freeman and Co. USA, 1987.  
RUDIN W., Análisis real y complejo. McGraw-Hill / Interamericana de España, 1987.  
SHAKARCHI R. Problems and Solutions for Complex Analysis. Springer, 1999.

### Journals

### Web sites of interest

Some very appropriate notes by Martín Rivas (UPV/EHU):

<http://tp.lc.ehu.es/documents/problemas.pdf>.

An online course at:

<http://math.fullerton.edu/mathews/complex.html>.

There are many written courses in pdf format to be found. For example: George Cain's (<http://people.math.gatech.edu/~cain/winter99/complex.html>), in English, and that of B. Cuartero and F. Ruiz ([http://www.unizar.es/analisis\\_matematico/varcompleja/prg\\_varcompleja.html](http://www.unizar.es/analisis_matematico/varcompleja/prg_varcompleja.html)), in Spanish.

A course by Terry Tao:

<http://www.math.ucla.edu/~tao/resource/general/132.1.00w/>.

A summary of the contents on the web page Physics Forums:

<https://www.physicsforums.com/insights/an-overview-of-complex-differentiation-and-integration/>.

The Mathematics Stack Exchange page:

<https://math.stackexchange.com>.

## OBSERVATIONS

**GUÍA DOCENTE**

2023/24

**Centro** 310 - Facultad de Ciencia y Tecnología**Ciclo** Indiferente**Plan** GMATEM31 - Grado en Matemáticas**Curso** 3er curso**ASIGNATURA**

26686 - Ecuaciones Algebraicas

**Créditos ECTS :** 6**DESCRIPCIÓN Y CONTEXTUALIZACIÓN DE LA ASIGNATURA**

El objetivo fundamental de este curso es el estudio de las extensiones finitas de cuerpos que son de Galois para conocer qué es el grupo de Galois de un polinomio, saber calcularlo en casos sencillos y entender la relación de este grupo con la resolubilidad, o no, por radicales del polinomio. Previamente se introduce la teoría básica de cuerpos, las extensiones algebraicas de cuerpos y los cuerpos de escisión de un polinomio sobre un cuerpo.

Esta asignatura pertenece al módulo Estructuras algebraicas (2º)+Álgebra conmutativa(3º)+Ecuaciones Algebraicas (3º) que desarrolla los fundamentos del álgebra abstracta y sus principales aplicaciones. El estudiante adquirirá las técnicas básicas de esta área que le capacitarán para su utilización en otros campos de las matemáticas y le permitirán, si lo desea, afrontar un estudio más profundo del álgebra a través de las asignaturas optativas de cuarto curso.

**COMPETENCIAS / RESULTADOS DE APRENDIZAJE DE LA ASIGNATURA****COMPETENCIAS ESPECÍFICAS:**

M01CM10: Saber operar en extensiones de cuerpos sencillas.

M01CM11: Conocer las propiedades de las extensiones normales y de Galois y saber calcular el grupo de Galois de extensiones sencillas.

M01CM12: Saber aplicar el teorema fundamental de la teoría de Galois para calcular los subcuerpos intermedios de extensiones sencillas.

M01CM13: Saber caracterizar las ecuaciones algebraicas resolubles por radicales.

**RESULTADOS DE APRENDIZAJE:**

Conocer qué es el grupo de Galois de un polinomio y saber calcularlo en casos sencillos. Entender la relación de este grupo con la resolubilidad, o no, por radicales del polinomio.

**CONTENIDOS TEÓRICO-PRÁCTICOS**

1. EL PROBLEMA DE LA RESOLUBILIDAD DE LAS ECUACIONES ALGEBRAICAS: Qué es resolver una ecuación algebraica. Resolución por radicales de las ecuaciones de grado menor o igual que 4. Repaso de Anillos de polinomios: divisibilidad y criterios de irreducibilidad. Cuerpos, generalidades. Estructura del Grupo aditivo y del grupo multiplicativo de un cuerpo. Característica de un cuerpo y subcuerpo primo.

2. EXTENSIONES DE CUERPOS: Extensiones de cuerpos. Elementos algebraicos y trascendentes. Extensiones simples, extensiones algebraicas y extensiones finitas. Cuerpo de escisión de un polinomio: existencia y unicidad.

3. EXTENSIONES NORMALES Y EXTENSIONES SEPARABLES: Extensiones normales. Caracterización de las extensiones finitas normales. Extensiones finitas separables: el teorema del elemento primitivo.

4. EXTENSIONES DE GALOIS: Automorfismos de un cuerpo. Extensiones de Galois y grupo de Galois. El teorema fundamental de la teoría de Galois. Aplicaciones (cuerpos finitos, el Teorema Fundamental del Álgebra).

5. RESOLUBILIDAD DE LAS ECUACIONES ALGEBRAICAS: Grupos resolubles. El teorema de Galois sobre la resolubilidad por radicales de las ecuaciones algebraicas.

**METODOLOGÍA**

El contenido teórico se expondrá en clases magistrales siguiendo referencias básicas que figuran en la Bibliografía y el material de uso obligatorio. Estas clases magistrales se complementarán con clases de problemas (prácticas de aula) en los que se propondrá a los alumnos resolver cuestiones en las que se aplicarán los conocimientos adquiridos en las clases teóricas. En los seminarios se desarrollarán cuestiones y ejemplos representativos del contenido de la asignatura, que generalmente habrán sido facilitados con anterioridad a los alumnos para trabajarlos y motiven la posterior reflexión y discusión en la sesión dedicada a ello.

Los alumnos deben participar activamente en clase resolviendo los problemas planteados.

## TIPOS DE DOCENCIA

| Tipo de Docencia                              | M  | S | GA | GL | GO | GCL | TA | TI | GCA |
|---|----|---|----|----|----|-----|----|----|-----|
| Horas de Docencia Presencial                  | 36 | 6 | 18 |    |    |     |    |    |     |
| Horas de Actividad No Presencial del Alumno/a | 54 | 9 | 27 |    |    |     |    |    |     |

**Leyenda:** M: Magistral

S: Seminario

GA: P. de Aula

GL: P. Laboratorio

GO: P. Ordenador

GCL: P. Clínicas

TA: Taller

TI: Taller Ind.

GCA: P. de Campo

## SISTEMAS DE EVALUACIÓN

- Sistema de evaluación continua
- Sistema de evaluación final

## HERRAMIENTAS Y PORCENTAJES DE CALIFICACIÓN

- Ver ORIENTACIONES 100%

## CONVOCATORIA ORDINARIA: ORIENTACIONES Y RENUNCIA

Habrán dos pruebas escritas, una parcial y otra final. En la nota final se tendrá en cuenta el interés y disposición de cada alumno/a para el aprendizaje. La nota final de la asignatura es una suma ponderada de todas las actividades realizadas, como sigue:

- 50-80% examen final, que podrá ser un examen completamente escrito, o un examen escrito para los ejercicios y oral para la teoría.
  - 20-50% examen parcial escrito, otro tipo de ejercicios (individual o en grupo) con exposición oral o escrita.
- Para superar la asignatura, es necesario obtener al menos 4,5 puntos sobre 10 en el examen escrito final.

La evaluación final consistirá en un examen de toda la asignatura. Peso 100%.

## CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA: ORIENTACIONES Y RENUNCIA

En la convocatoria extraordinaria (julio) la calificación de los alumnos dependerá únicamente del examen escrito.

## MATERIALES DE USO OBLIGATORIO

## BIBLIOGRAFÍA

### Bibliografía básica

- 1.- CLARK, A. Elementos de Álgebra Abstracta. Alhambra, Madrid, 1979.
- 2.- De VIOLA-PRIOLI, A.M.; VIOLA-PRIOLI, J.E. Teoría de Cuerpos y Teoría de Galois. Reverté, Barcelona, 2006.
- 3.- NAVARRO, G. Un curso de Álgebra. Universidad de Valencia, 2002.
- 4.- STEWART, I. Galois Theory. Chapman & Hall, 2nd ed., London, 1989.
- 5.- VERA LÓPEZ, A. Introducción al Álgebra, II. Ellacuría, Bilbao, 1986.
- 6.- VERA, A.; VERA, J. Problemas de Álgebra, I: Teorías de Grupos y de Cuerpos. AVL, 1995.

### Bibliografía de profundización

- 1.- GARLING, D. J. H. A course in Galois Theory. Cambridge University Press, Cambridge, 1986.
- 2.- HUNGERFORD, T.W. Algebra. Springer-Verlag, New York, 1984.
- 3.- LANG, S. Algebra. 3rd. ed. Springer, 2005.
- 4.- MORANDI, P. Field and Galois Theory, Springer, New York, 1996.
- 5.- VERA, A.; ARREGI, J.M. Problemas de Álgebra, II: Teorías de Grupos, Cuerpos y Anillos. AVL, 1989.

### Revistas

### Direcciones de internet de interés

- <http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Biographies/Galois.html>
- <http://mathworld.wolfram.com/topics/AlgebraicEquations.html>

## OBSERVACIONES

**GUÍA DOCENTE**

2023/24

**Centro** 310 - Facultad de Ciencia y Tecnología**Ciclo** Indiferente**Plan** GMATEM31 - Grado en Matemáticas**Curso** 3er curso**ASIGNATURA**

26690 - Ecuaciones Diferenciales

**Créditos ECTS :** 12**DESCRIPCIÓN Y CONTEXTUALIZACIÓN DE LA ASIGNATURA****DESCRIPCIÓN**

En esta asignatura se presentan los métodos elementales (analíticos y cualitativos) para la resolución de las ecuaciones diferenciales ordinarias (EDO) de primer orden. Se realiza un estudio exhaustivo de las ecuaciones diferenciales lineales de orden superior así como de los sistemas diferenciales lineales. Se analiza el problema de existencia y unicidad de soluciones del problema de Cauchy. Se estudian los sistemas autónomos. Se analiza el problema de contorno de Sturm-Liouville. Se tratan las ecuaciones en derivadas parciales (EDP) de primer y segundo orden mediante el método de las características y el de separación de variables.

**CONTEXTUALIZACIÓN**

La asignatura de Ecuaciones diferenciales se interrelaciona con la de Ecuaciones en derivadas parciales. En la primera parte de la asignatura de Ecuaciones diferenciales se desarrollan los resultados y técnicas relativas a las ecuaciones diferenciales ordinarias; en la segunda parte y en la asignatura de Ecuaciones en derivadas parciales se desarrollan los conceptos y las técnicas específicas de resolución de ecuaciones en derivadas parciales, así como las aplicaciones más importantes en la Geometría y en la Física.

**COMPETENCIAS / RESULTADOS DE APRENDIZAJE DE LA ASIGNATURA****COMPETENCIAS**

M04CM01 - Aplicar los principales métodos para resolver ecuaciones diferenciales ordinarias.

M04CM02 - Asimilar y enunciar con precisión los conceptos básicos y los resultados fundamentales de la teoría de existencia y unicidad de soluciones para ecuaciones diferenciales, utilizando conceptos previos de análisis matemático. También resultados sobre dependencia respecto de las condiciones iniciales.

M04CM03 - Conocer demostraciones rigurosas de resultados sobre ecuaciones diferenciales e idear nuevas demostraciones de resultados propuestos.

M04CM04 - Utilizar métodos analíticos, gráficos y computacionales para la resolución de ecuaciones diferenciales concretas.

M04CM05 - Resolver sistemas lineales de ecuaciones diferenciales ordinarias.

M04CM06 - Relacionar distintos problemas de la Geometría, la Física y el mundo real con las ecuaciones diferenciales.

M04CM07 - Extraer información cualitativa sobre las soluciones de una ecuación diferencial ordinaria, sin necesidad de resolverla.

M04CM08 - Resolver ecuaciones diferenciales y transmitir los métodos de resolución de manera escrita y oral con el lenguaje matemático adecuado.

M04CM10 - Traducir problemas reales en términos de ecuaciones diferenciales ordinarias y ecuaciones en derivadas parciales.

M04CM11 - Entender el comportamiento de las ecuaciones diferenciales en entornos de puntos regulares o singulares y la noción de estabilidad en los puntos de equilibrio.

**RESULTADOS DE APRENDIZAJE.**

Aplicar los métodos principales en la resolución de las ecuaciones diferenciales tanto ordinarias como en derivadas parciales.

Resolver sistemas lineales de ecuaciones diferenciales ordinarias.

Interpretar algunos problemas reales en términos de ecuaciones diferenciales.

Obtener información cualitativa sobre las soluciones de ecuaciones diferenciales.

**CONTENIDOS TEÓRICO-PRÁCTICOS**

1. ECUACIONES DIFERENCIALES. Clasificación de ecuaciones diferenciales. Concepto de solución de ecuaciones diferenciales. Familias de curvas y trayectorias ortogonales. Problemas de origen científico-tecnológico.
2. METODOS ELEMENTALES DE RESOLUCIÓN. Métodos analíticos de resolución de ecuaciones diferenciales de primer orden: ecuaciones de variables separadas, ecuaciones homogéneas, ecuaciones exactas y factores integrantes, ecuaciones diferenciales lineales, ecuaciones de Bernoulli, ecuaciones de Riccati, ecuaciones diferenciales implícitas. Algunos métodos de resolución de ecuaciones de segundo orden. Métodos cualitativos para la resolución de ecuaciones de primer orden.
3. ECUACIONES DIFERENCIALES LINEALES. Ecuaciones diferenciales lineales homogéneas: fórmula de Liouville, método de reducción de orden. Ecuaciones diferenciales no homogéneas: método de reducción de orden y método de variación de las constantes o de Lagrange. Ecuaciones diferenciales lineales de coeficientes constantes. Ecuaciones diferenciales de Euler. Ecuaciones diferenciales lineales de segundo orden: propiedades cualitativas de las soluciones.
4. RESOLUCIÓN DE ECUACIONES DIFERENCIALES MEDIANTE SERIES DE POTENCIAS. Series de potencias y

funciones analíticas. Resolución de ecuaciones diferenciales de primer orden mediante series de potencias. Ecuaciones diferenciales de segundo orden: puntos regulares y puntos singulares regulares. Ecuación indicial y series de Frobenius. Ecuación de Bessel. Desarrollos en torno al infinito.

5. SISTEMAS DIFERENCIALES LINEALES. Sistemas diferenciales lineales homogéneos: matriz fundamental y fórmula de Jacobi. Sistemas diferenciales lineales no homogéneos. Sistemas lineales homogéneos de coeficientes constantes: el método de los vectores propios y la función exponencial matricial.

6. EL PROBLEMA DE VALORES INICIALES. TEORIA DE EXISTENCIA. El problema de Cauchy: el problema diferencial y el problema integral. Condición de Lipschitz. Aproximaciones de Picard. Soluciones globales del problema de Cauchy. Soluciones locales del problema de Cauchy. Prolongación de soluciones y soluciones maximales. Dependencia de las soluciones con respecto a los valores iniciales.

7. SISTEMAS AUTÓNOMOS. Sistemas autónomos planos: el plano de fases, órbitas. Puntos críticos de sistemas autónomos y su estabilidad. Estabilidad y clasificación de puntos críticos de sistemas autónomos lineales. Sistemas no lineales: linealización y método directo de Liapunov.

8. PROBLEMAS DE STURM-LIOUVILLE. Problemas regulares homogéneos de Sturm-Liouville: valores propios y funciones propias. Ortogonalidad de las funciones propias y series de Fourier con respecto a funciones propias de problemas de Sturm-Liouville. Problemas periódicos de Sturm-Liouville. Problemas regulares no homogéneos de Sturm-Liouville: resolución mediante funciones propias, función de Green.

9. ECUACIONES EN DERIVADAS PARCIALES. MÉTODO DE LAS CARACTERÍSTICAS. Ecuaciones en derivadas parciales de orden uno. Existencia de solución. Método de las características. Ecuaciones en derivadas parciales de orden dos de coeficientes constantes. Clasificación. Reducción a la forma canónica mediante el método de las características. Resolución de la ecuación de ondas en un semiplano, en un cuadrante.

10. ECUACIONES EN DERIVADAS PARCIALES. MÉTODO DE SEPARACIÓN DE VARIABLES. Resolución del problema de la distribución de temperaturas en una barra finita. Resolución del problema de la cuerda vibrante. Resolución de la ecuación de Laplace en un rectángulo y en un recinto circular.

## METODOLOGÍA

### METODOLOGÍA

El contenido teórico se expondrá en clases magistrales siguiendo referencias básicas que figuran en la Bibliografía y el material de uso obligatorio. Estas clases magistrales se complementarán con clases de problemas (prácticas de aula) en los que se propondrá al alumnado resolver cuestiones en las que se aplicarán los conocimientos adquiridos en las clases teóricas.

En los seminarios se desarrollarán cuestiones y ejemplos representativos del contenido de la asignatura, que generalmente habrán sido facilitados con anterioridad al alumnado para trabajarlos y que motiven la posterior reflexión y discusión en la sesión dedicada a ello.

Se propondrán a los y las estudiantes trabajos individuales o en grupo sobre teoría y problemas, para cuya realización y exposición dispondrán del apoyo del profesor o profesora. Parte importante del trabajo del alumnado es de carácter personal. Los profesores orientarán en los trabajos propuestos. El alumnado dispondrá de tutorías personales donde podrá aclarar cualquier duda o dificultad que se le presente en la asignatura.

## TIPOS DE DOCENCIA

| Tipo de Docencia                              | M   | S  | GA | GL | GO | GCL | TA | TI | GCA |
|---|-----|----|----|----|----|-----|----|----|-----|
| Horas de Docencia Presencial                  | 72  | 12 | 36 |    |    |     |    |    |     |
| Horas de Actividad No Presencial del Alumno/a | 108 | 18 | 54 |    |    |     |    |    |     |

**Leyenda:** M: Magistral S: Seminario GA: P. de Aula  
 GL: P. Laboratorio GO: P. Ordenador GCL: P. Clínicas  
 TA: Taller TI: Taller Ind. GCA: P. de Campo

## SISTEMAS DE EVALUACIÓN

- Sistema de evaluación continua
- Sistema de evaluación final

## HERRAMIENTAS Y PORCENTAJES DE CALIFICACIÓN

- Ver ORIENTACIONES Y RENUNCIA 100%

## CONVOCATORIA ORDINARIA: ORIENTACIONES Y RENUNCIA

Exámenes escritos tanto de teoría como de ejercicios.

Peso: 80%-100% (será necesario obtener una nota mínima de 4 sobre 10 en los exámenes para tener en cuenta la nota de los seminarios)

Criterios:

- Precisión en los razonamientos y en las definiciones.
- Corrección del lenguaje matemático.
- Métodos de argumentación claros y ordenados, explicando los pasos.
- Exactitud en los resultados de los ejercicios.

Trabajos de los seminarios (escritos y orales).

Peso: 0%-20% (será necesario obtener una nota mínima de 4 en los exámenes para tener en cuenta la nota de los seminarios)

Criterios:

- Respuestas correctas y buena utilización del lenguaje matemático
- Claridad en los razonamientos
- En las explicaciones orales orden y precisión
- Orden y precisión en la resolución de problemas
- Asistencia

La renuncia a la evaluación continua se podrá realizar hasta la semana 18 del curso, mediante escrito al profesor o profesora de la asignatura.

La evaluación final consistirá en un examen de toda la asignatura. Peso 100%.

### **CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA: ORIENTACIONES Y RENUNCIA**

Examen escrito. Peso 100%.

### **MATERIALES DE USO OBLIGATORIO**

Plataforma eGela, si estuviera disponible.

### **BIBLIOGRAFÍA**

#### **Bibliografía básica**

##### **BIBLIOGRAFÍA**

- \*N. ARRIZABALAGA, J. RIVAS, Ekuazio diferentzialak, Servicio Editorial de la UPV/EHU, 2020.
- \*W.E. BOYCE, R.C. DIPRIMA, Ecuaciones diferenciales y problemas con valores en la frontera, Limusa, 2016.
- \* O. CIAURRI, Instantáneas diferenciales, Servicio de Publicaciones de la Universidad de La Rioja, 2013.
- \*A. DOU, Ecuaciones en derivadas parciales, Dossat, 1970.
- \*A. KISELIOV, M. KRASNOW Y G. MAKARENKO, Problemas de ecuaciones diferenciales ordinarias, MIR, 1984.
- \*R. K. NAGGLE, E. B. SAFF, Fundamentos de Ecuaciones Diferenciales, 2ª edición, Addison-Wesley Iberoamericana, 1992.
- \*I. PERAL ALONSO, Primer curso de ecuaciones en derivadas parciales, Addison-Wesley/Universidad Autónoma de Madrid, 1995.
- \*F. SIMMONS, Ecuaciones Diferenciales con Aplicaciones y Notas Históricas, McGraw Hill, 1977.
- \*D.G. ZILL, W.S. WRIGHT, Ecuaciones diferenciales con problemas con valores en la frontera, Cengage Learning, 2015

#### **Bibliografía de profundización**

- \*M. BRAUN, Differential Equations and Their Applications, Springer Verlag, New York 1978.
- \*M. W. HIRSCH, S. SMALE, Ecuaciones diferenciales, sistemas dinámicos y álgebra lineal, Alianza Editorial, Alianza Universidad, Textos nº 61, 1983.

#### **Revistas**

#### **Direcciones de internet de interés**

[http://www.ehu.eus/izaballa/Ecu\\_Dif/ecu\\_dif.htm](http://www.ehu.eus/izaballa/Ecu_Dif/ecu_dif.htm)

### **OBSERVACIONES**

**GUÍA DOCENTE**

2023/24

**Centro** 310 - Facultad de Ciencia y Tecnología**Ciclo** Indiferente**Plan** GMATEM31 - Grado en Matemáticas**Curso** 3er curso**ASIGNATURA**

26688 - Geometría Global de Curvas y Superficies

**Créditos ECTS :** 6**DESCRIPCIÓN Y CONTEXTUALIZACIÓN DE LA ASIGNATURA**

Esta asignatura forma parte del módulo "Topología y Geometría Diferencial" junto con las de "Curvas y Superficies" y "Topología". La asignatura pretende introducir los conceptos suficientes para pasar de la "geometría local" desarrollada en la asignatura "Curvas y Superficies" a la "geometría global", en la que influye de manera importante la Topología.

**COMPETENCIAS / RESULTADOS DE APRENDIZAJE DE LA ASIGNATURA**

## COMPETENCIAS

M02CM03 - Conocer los principales teoremas de la teoría local de curvas y superficies, y ser capaz de utilizarlos para resolver cuestiones geométricas.

M02CM04 - Distinguir entre conceptos locales y globales, intrínsecos y extrínsecos.

M02CM16 - Establecer las relaciones entre la teoría local y las propiedades globales de las curvas y superficies en  $R^3$ .

M02CM17 - Asimilar las propiedades y teoremas más destacados de la geometría diferencial global de curvas y superficies.

M02CM18 - Usar el cálculo diferencial e integral y la topología para el estudio de las propiedades globales de las curvas y superficies.

M02CM19 - Aplicar las ecuaciones diferenciales y las integrales de línea y de superficie para determinar propiedades globales de curvas y superficies.

## RESULTADOS DE APRENDIZAJE DE LA ASIGNATURA

Usar el Cálculo diferencial e integral y la Topología para el estudio de las propiedades globales de las curvas y superficies.

Aplicar las ecuaciones diferenciales y las integrales de línea y de superficie para determinar propiedades globales de curvas y superficies.

Calcular índices de rotación sobre curvas planas.

Reconocer las curvas convexas a partir de su curvatura.

Conocer el problema de la orientabilidad en superficies.

Conocer el problema de rigidez de la esfera.

Trabajar con integrales de curvaturas de curvas y superficies.

Saber aplicar las formulas de Gauss-Green en superficies.

Saber clasificar las superficies compactas.

Calcular la característica de Euler-Poincaré.

Trabajar con la propiedad minimizante de las curvas geodésicas.

**CONTENIDOS TEÓRICO-PRÁCTICOS**

1. GEOMETRÍA GLOBAL DE CURVAS PLANAS Y ALABEADAS: Teorema de la curva de Jordan. Desigualdad isoperimétrica. Teorema de los cuatro vértices. Fórmula de Cauchy-Crofton. Teorema de rotación de las tangentes. Teorema de Fenchel. Teorema de Fary-Milnor.

2. UNA CARACTERIZACIÓN DE LAS SUPERFICIES COMPACTAS ORIENTABLES: Entornos tubulares. Caracterización de las superficies compactas orientables.

3. EL TEOREMA DE GAUSS-BONNET: Teorema de Gauss-Bonnet local. Característica de Euler-Poincaré. Teorema de Gauss-Bonnet global y aplicaciones.

4. LA RIGIDEZ DE LA ESFERA: Teorema de Liebmann. Fórmulas de Minkowski y Herglotz. Teorema de Cohn-Vossen.

5. SUPERFICIES COMPLETAS: Completitud geodésica y completitud métrica. Teorema de Hopf-Rinow.

6. TÉCNICAS VARIACIONALES Y APLICACIONES GEOMÉTRICAS: Primera variación de la longitud de arco, geodésicas. Segunda variación de la longitud de arco, teorema de Bonnet. Campos de Jacobi y puntos conjugados. Superficies con curvatura gaussiana no positiva.

**METODOLOGÍA**

El contenido teórico se expondrá en clases magistrales siguiendo referencias básicas que figuran en la Bibliografía. Estas clases magistrales se complementarán con clases de problemas (prácticas de aula) en los que se propondrá a los alumnos resolver cuestiones en las que se aplicarán los conocimientos adquiridos en las clases teóricas. En los

seminarios se desarrollaran cuestiones y ejemplos representativos del contenido de la asignatura, que generalmente habrán sido facilitados con anterioridad a los alumnos para trabajarlos y motiven la posterior reflexión y discusión en la sesión dedicada a ello.

#### TIPOS DE DOCENCIA

| Tipo de Docencia                              | M  | S | GA | GL | GO | GCL | TA | TI | GCA |
|---|----|---|----|----|----|-----|----|----|-----|
| Horas de Docencia Presencial                  | 36 | 6 | 18 |    |    |     |    |    |     |
| Horas de Actividad No Presencial del Alumno/a | 54 | 9 | 27 |    |    |     |    |    |     |

**Leyenda:** M: Magistral  
 S: Seminario  
 GA: P. de Aula  
 GL: P. Laboratorio  
 GO: P. Ordenador  
 GCL: P. Clínicas  
 TA: Taller  
 TI: Taller Ind.  
 GCA: P. de Campo

#### SISTEMAS DE EVALUACIÓN

- Sistema de evaluación final

#### HERRAMIENTAS Y PORCENTAJES DE CALIFICACIÓN

- Prueba escrita a desarrollar 100%

#### CONVOCATORIA ORDINARIA: ORIENTACIONES Y RENUNCIA

Prueba escrita con teoría y ejercicios: 100%

#### CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA: ORIENTACIONES Y RENUNCIA

Prueba escrita con teoría y ejercicios: 100%

#### MATERIALES DE USO OBLIGATORIO

#### BIBLIOGRAFÍA

##### Bibliografía básica

- M. P. DO CARMO, Geometría diferencial de curvas y superficies, Alianza Universidad Textos 135, Alianza Editorial, 1990.
- L.A. CORDERO, M. FERNÁNDEZ y A. GRAY, Geometría diferencial de curvas y superficies con Matemática©, Addison-Wesley Iberoamericana, 1995.
- S. MONTIEL y A. ROS, Curvas y superficies, Proyecto Sur, 1998.
- M. ABATE, F. TOVENA, Curves and Surfaces, Springer Verlag, 2012.
- A.F. COSTA, M. GAMBOA y A.M. PORTO, Notas de Geometría diferencial de curvas y superficies, Sanz y Torres, 1996.
- A.S. FEDENKO, Problemas de geometría diferencial, Editorial MIR, 1991.
- R. S. MILLMAN y G. D. PARKER, Elements of Differential Geometry, Prentice Hall Inc., 1977.
- A. PRESSLEY, Elementary Differential Geometry, Springer Verlag, 2001.

##### Bibliografía de profundización

- S. S. CHERN, Curves and Surfaces in Euclidean Spaces, Studies in Global Geometry and Analysis, MAA Studies in Math., The Mathematical Association of America, 1967.
- W. KLINGENBERG, Curso de Geometría diferencial, Alhambra, 1978.

##### Revistas

##### Direcciones de internet de interés

#### OBSERVACIONES

Se deben haber cursado previamente con aprovechamiento las siguientes asignaturas:

- Álgebra Lineal y Geometría I
- Cálculo diferencial e integral I y II
- Curvas y Superficies
- Ecuaciones Diferenciales
- Topología

**COURSE GUIDE**

2023/24

**Faculty**

310 - Faculty of Science and Technology

**Cycle**

.

**Degree**

GMATEM31 - Bachelor's Degree in Mathematics

**Year**

Third year

**COURSE**

26688 - Global Geometry of Curves and Surfaces

**Credits, ECTS:** 6**COURSE DESCRIPTION**

This course is located in the field "Differential Geometry and Topology", that also includes the courses "Curves and Surfaces" and Topology. The course aims to introduce the concepts enough to go from the "local geometry" developed in the course "Curves and Surfaces" to the "global geometry", where strongly influences the topology.

**COMPETENCIES/LEARNING RESULTS FOR THE SUBJECT**

## SPECIFIC COMPETENCES

M02CM03 - Knowing the main theorems of the local theory of curves and surfaces and being able to apply them in order to solve geometric problems.

M02CM04 - Differentiate between local and global, intrinsic and extrinsic concepts.

M02CM16 - Set up relationships between local theory and global properties of curves and surfaces in  $R^3$ .

M02CM17 - Assimilate the most outstanding properties and theorems of the global differential geometry of curves and surfaces.

M02CM18 - Use differential and integral calculus and topology to study the global properties of curves and surfaces.

M02CM19 - Apply differential equations and line and surface integrals to shape global properties of curves and surfaces.

## LEARNING OUTCOMES

Use differential and integral calculus and topology to study the global properties of curves and surfaces.

Apply differential equations and line and surface integrals to shape global properties of curves and surfaces.

Calculate rotation indices on flat curves.

Characterize convex curves in terms of curvature.

Work with curve and surface curvature integrals.

Know the orientability problem on surfaces.

Know the rigidity problem of the sphere.

Know how to apply Gauss-Green formulas on surfaces.

Know how to classify compact surfaces.

Calculate the Euler-Poincaré characteristic.

Work with the minimizing property of geodesic curves.

**CONTENIDOS TEÓRICO-PRÁCTICOS**

1. GLOBAL GEOMETRY OF PLANAR AND SPACE CURVES: Jordan Curve Theorem. Isoperimetric inequality. Four Vertex Theorem. Cauchy-Crofton Formula. The Turning Tangent Theorem. Fenchel's Theorem. Fary-Milnor Theorem.

2. A CHARACTERIZATION OF COMPACT ORIENTABLE SURFACES: Tubular neighborhoods. Characterization of compact orientable surfaces.

3. THE GAUSS-BONNET THEOREM: The local Gauss-Bonnet theorem. The Euler-Poincaré characteristic. The global Gauss-Bonnet theorem and applications.

4. RIGIDITY OF THE SPHERE: Theorem of Liebmann. Formulas of Minkowski and Herglotz. Theorem of Cohn-Vossen.

5. COMPLETE SURFACES: Geodesic completeness and metric completeness. The Hopf-Rinow theorem.

6. VARIATIONAL TECHNIQUES AND GEOMETRIC APPLICATIONS: First variation of the arc-length, geodesics. Second variation of the arc-length, Bonnet's theorem. Jacobi vector fields and conjugate points. Surfaces with non-positive Gaussian curvature.

**TEACHING METHODS**

The theoretical content will be presented in lectures following basic references in the Bibliography. These lectures will be complemented with problems classes (classroom practices) in which students will apply the knowledge acquired in lectures to resolve issues. In the seminars, issues and examples representative of course content content will be developed, which generally have been provided in advance to the students, to work on them and encourage subsequent reflection and discussion in the session dedicated to it.

## TYPES OF TEACHING

| Types of teaching                             | M  | S | GA | GL | GO | GCL | TA | TI | GCA |
|---|----|---|----|----|----|-----|----|----|-----|
| Hours of face-to-face teaching                | 36 | 6 | 18 |    |    |     |    |    |     |
| Horas de Actividad No Presencial del Alumno/a | 54 | 9 | 27 |    |    |     |    |    |     |

**Legend:** M: Lecture-based S: Seminar GA: Applied classroom-based groups  
GL: Applied laboratory-based groups GO: Applied computer-based groups GCL: Applied clinical-based groups  
TA: Workshop TI: Industrial workshop GCA: Applied fieldwork groups

## Evaluation methods

- End-of-course evaluation

## Evaluation tools and percentages of final mark

- Written test, open questions 100%

## ORDINARY EXAMINATION PERIOD: GUIDELINES AND OPTING OUT

Written exam with questions and problems: 100%

## EXTRAORDINARY EXAMINATION PERIOD: GUIDELINES AND OPTING OUT

Written exam with questions and problems: 100%

## MANDATORY MATERIALS

## BIBLIOGRAFÍA

### Basic bibliography

M. P. DO CARMO, Geometría diferencial de curvas y superficies, Alianza Universidad Textos 135, Alianza Editorial, 1990.  
L.A. CORDERO, M. FERNÁNDEZ y A. GRAY, Geometría diferencial de curvas y superficies con Matemática©, Addison-Wesley Iberoamericana, 1995.  
S. MONTIEL y A. ROS, Curvas y superficies, Proyecto Sur, 1998.  
M. ABATE, F. TOVENA, Curves and Surfaces, Springer Verlag, 2012.  
A.F. COSTA, M. GAMBOA y A.M. PORTO, Notas de Geometría diferencial de curvas y superficies, Sanz y Torres, 1996.  
A.S. FEDENKO, Problemas de geometría diferencial, Editorial MIR, 1991.  
R. S. MILLMAN y G. D. PARKER, Elements of Differential Geometry, Prentice Hall Inc., 1977.  
A. PRESSLEY, Elementary Differential Geometry, Springer Verlag, 2001.

### Detailed bibliography

S. S. CHERN, Curves and Surfaces in Euclidean Spaces, Studies in Global Geometry and Analysis, MAA Studies in Math., The Mathematical Association of America, 1967.  
W. KLINGENBERG, Curso de Geometría diferencial, Alhambra, 1978.

### Journals

### Web sites of interest

## OBSERVATIONS

-----  
A level of B2 or higher is recommended to attend courses taught in English  
-----

It is necessary to have previously taken the following courses:

- Algebra and Geometry I
- Differential and Integral Calculus I and II
- Curves and Surfaces
- Differential Equations
- Topology

**GUÍA DOCENTE**

2023/24

**Centro** 310 - Facultad de Ciencia y Tecnología**Ciclo** Indiferente**Plan** GMATEM31 - Grado en Matemáticas**Curso** 3er curso**ASIGNATURA**

26692 - Inferencia Estadística

**Créditos ECTS :** 6**DESCRIPCIÓN Y CONTEXTUALIZACIÓN DE LA ASIGNATURA****DESCRIPCIÓN**

En la asignatura de Inferencia Estadística se exponen las diferentes técnicas estadísticas, tanto de estimación como de contraste de hipótesis, que nos permitan extender los resultados obtenidos a partir de muestras aleatorias para el conjunto de la población. Se enseña la aplicación de estas técnicas de estimación y contraste de hipótesis a diferentes bases de datos mediante la utilización de los recursos informáticos apropiados

**CONTEXTUALIZACIÓN**

La asignatura de Inferencia Estadística es la tercera del módulo de Probabilidad y Estadística. Para estudiar esta asignatura es conveniente haber estudiado con cierto aprovechamiento la Estadística Descriptiva y el Cálculo de Probabilidades.

**COMPETENCIAS / RESULTADOS DE APRENDIZAJE DE LA ASIGNATURA****COMPETENCIAS ESPECÍFICAS**

- M03CM02: Estar familiarizado con las principales distribuciones de probabilidad y las técnicas usuales de análisis de datos e inferencia estadística.
- M03CM03: Usar correctamente la terminología relacionada con los fenómenos aleatorios y el análisis de datos.
- M03CM04: Modelizar correctamente situaciones típicas relativas a fenómenos aleatorios y el tratamiento de datos.
- M03CM05: Estar familiarizado con recursos informáticos apropiados para el tratamiento de las situaciones mencionadas y manejar correctamente algunos de ellos.
- M03CM06: Seleccionar correctamente la técnica de análisis estadístico adecuada, en función del objetivo que se persigue en el estudio de esas situaciones.
- M03CM07: Realizar correctamente los cálculos y/o visualizaciones gráficas que requieran tales situaciones, utilizando los recursos teóricos y/o computacionales apropiados.
- M03CM08: Interpretar con sentido crítico los resultados de los análisis realizados.

**RESULTADOS**

- Saber hacer estimaciones y contrastes de hipótesis a partir de muestras.
- Saber interpretar los resultados de los análisis estadísticos realizados.
- Saber hacer estimaciones de cantidades significativas (probabilidades, medias, etc.) cuando su cálculo exacto no sea practicable.
- Saber elegir razonadamente el método más apropiado para hacer estimaciones y contrastes de hipótesis a partir de muestras.
- Utilizar correctamente recursos informáticos apropiados para los cálculos o visualizaciones gráficas que requiera el análisis de un conjunto de datos estadísticos.

**CONTENIDOS TEÓRICO-PRÁCTICOS****CONTENIDOS TEÓRICOS****1. MUESTREO Y ESTIMACIÓN**

- Introducción al muestreo
- Estimación puntual. Métodos para obtener estimadores. Propiedades de los estimadores.
- Estimación por intervalos. Definición de intervalo de confianza. Intervalos de confianza clásicos para una población. Intervalos de confianza clásicos para dos poblaciones.

**2. CONTRASTE DE HIPÓTESIS**

- Introducción y fundamentos de los contrastes de hipótesis. Clasificación de los contrastes. Probabilidades de errores de tipo I y de tipo II. Nivel de significación. p-valor.
- Contrastes uniformemente más potentes (UMP). Lema de Neyman-Pearson.
- Control de las probabilidades de error y el tamaño de la muestra.
- Test de la razón de verosimilitud.
- Contrastes clásicos para una y dos poblaciones.

**3. ANÁLISIS DE LA VARIANZA**

- Introducción.
- Análisis de la varianza para una clasificación simple o de un único factor (ANOVA).
- Comparaciones múltiples.

**4. CONTRASTES NO PARAMÉTRICOS**

- Introducción.

- Contrastes de bondad de ajuste.
- Contrastes de independencia y de homogeneidad.
- Contraste de localización para una, dos o más muestras.

#### CONTENIDOS PRÁCTICOS

Análisis de datos con el Software R

- Lectura y manejo de datos
- Comandos de Cálculo de Probabilidades e Inferencia estadística
- Interpretación de resultados.

#### METODOLOGÍA

A principio de curso se publicarán en la plataforma eGela los apuntes de la asignatura, junto a las tablas de distribuciones que se utilizarán a lo largo del curso. También se pondrá a disposición del alumnado un guión de ayuda para las prácticas de ordenador y se publicarán las relaciones de problemas que se irán resolviendo, en parte, en las prácticas de aula.

El contenido teórico se expondrá en clases magistrales siguiendo referencias básicas que figuran en la Bibliografía y el material de uso obligatorio. Estas clases magistrales se complementarán con clases de problemas (prácticas de aula) en los que se propondrá al alumnado resolver cuestiones en las que se aplicarán los conocimientos adquiridos en las clases teóricas. En los seminarios se desarrollarán cuestiones y ejemplos representativos del contenido de la asignatura, que generalmente habrán sido facilitados con anterioridad al alumnado para trabajarlos y motiven la posterior reflexión y discusión en la sesión dedicada a ello. En las prácticas de ordenador se utilizarán recursos informáticos para la aplicación de las diferentes técnicas de inferencia estadística que se desarrollan en el temario a un fichero de datos concreto. Los resultados obtenidos permitirán al alumnado responder a las cuestiones planteadas por el/la profesora en relación a las técnicas aplicadas en cada sesión.

Se propondrá al alumnado realizar trabajos individuales y en grupo sobre teoría y problemas, para cuya realización y exposición dispondrán del apoyo de la profesora en el aula, el aula virtual y las tutorías.

La profesora orientará en todo momento el trabajo del alumnado y estimulará que se haga con regularidad y dedicación. Se les animará igualmente a que utilicen las tutorías personales donde pueden aclarar cualquier duda o dificultad que se les presente en la asignatura.

#### TIPOS DE DOCENCIA

| Tipo de Docencia                              | M  | S | GA | GL | GO | GCL | TA | TI | GCA |
|---|----|---|----|----|----|-----|----|----|-----|
| Horas de Docencia Presencial                  | 30 | 6 | 12 |    | 12 |     |    |    |     |
| Horas de Actividad No Presencial del Alumno/a | 45 | 9 | 18 |    | 18 |     |    |    |     |

**Leyenda:** M: Magistral  
 S: Seminario  
 GA: P. de Aula  
 GL: P. Laboratorio  
 GO: P. Ordenador  
 GCL: P. Clínicas  
 TA: Taller  
 TI: Taller Ind.  
 GCA: P. de Campo

#### SISTEMAS DE EVALUACIÓN

- Sistema de evaluación continua
- Sistema de evaluación final

#### HERRAMIENTAS Y PORCENTAJES DE CALIFICACIÓN

- Ver orientaciones 100%

#### CONVOCATORIA ORDINARIA: ORIENTACIONES Y RENUNCIA

CRITERIOS DE EVALUACIÓN:

Examen escrito: 65%.

Realización de prácticas de ordenador: 15%

Seminarios: 5%.

Trabajos en grupo: entrega de problemas, trabajos o elaboración de un informe estadístico: 15%

Para superar la asignatura, el/la alumno/a deberá alcanzar una nota mínima de 4 (sobre 10) en cada uno de los apartados de la evaluación.

Si el o la estudiante renuncia a la evaluación continua, eligiendo el método de evaluación final, debe comunicárselo a la profesora por escrito entre la primera semana del cuatrimestre y la semana 9. Aun así, renunciar a la evaluación continua, no exime al alumnado de demostrar la capacidad y conocimientos para realizar las actividades que han sido evaluadas de esta forma, por lo que, en la evaluación final se propondrá una prueba que garantice la evaluación de dichos conocimientos y compute para la nota final en la misma proporción que en la evaluación continua. La prueba puede ser una exposición oral, una demostración ante un ordenador o una descripción escrita de los conocimientos

prácticos abordados en las actividades complementarias.

#### RENUNCIA:

El alumnado que haya realizado las actividades a lo largo del curso, pero no se presente a la convocatoria ordinaria, será calificado como No presentado/a.

### CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA: ORIENTACIONES Y RENUNCIA

Los criterios de evaluación serán los mismos que en la convocatoria ordinaria.

En caso de que las condiciones sanitarias así lo requieran, se activará una evaluación no presencial y se informará al alumnado de sus características a través de eGela.

La evaluación de las actividades realizadas a lo largo del curso (prácticas, ejercicios, seminarios) será válida para las dos convocatorias del curso. Por lo tanto, quienes tengan superada esta evaluación, solo deberán realizar el examen escrito en la convocatoria extraordinaria.

No haber superado las actividades evaluadas mediante evaluación continua a lo largo del curso no exime al alumnado de demostrar la capacidad y conocimientos para realizar esas actividades, por lo que, en la convocatoria extraordinaria también se propondrá una prueba que garantice la evaluación de dichos conocimientos y compute para la nota final en la misma proporción que en la convocatoria ordinaria. La prueba puede ser una exposición oral, una demostración ante un ordenador o una descripción escrita de los conocimientos prácticos abordados en las actividades complementarias.

### MATERIALES DE USO OBLIGATORIO

Apuntes y materiales publicados en la plataforma eGela.

### BIBLIOGRAFÍA

#### Bibliografía básica

Bibliografía Básica (en orden alfabético):

- Casella G, Berger RL. (2008). Statistical Inference. Duxbury Press. Belmont, California.
- Kerns GJ. (2018). Introduction to Probability and Statistics Using R. Third Edition. Libre distribución. Disponible en: <https://cran.r-project.org/web/packages/IPSUR/vignettes/IPSUR.pdf>.
- Peña Sánchez de Rivera D. (1992). Estadística. Modelos y Métodos. Fundamentos. Alianza Universidad. Madrid.
- Rohatgi VK. (2003). Statistical Inference. John Wiley & Sons. New York.
- Zuur AF, Ieno EN, Meesters EHWG. (2009). A Beginner's Guide to R. Springer Science+Business Media LLC. New York.

#### Bibliografía de profundización

Bibliografía complementaria (en orden alfabético):

- Chihara LM, Hesterberg TC. (2018). Mathematical Statistics with Resampling and R, 2nd Edition. John Wiley & Sons. New York.
- Kickinson J y Chakaborti S. (1992). Non Parametric Statistical Inference. Dekker Inc.
- Lehman EL. (1983). Theory of point Estimation. John Wiley & Sons. New York.
- Lehman EL. (1986). Testing Statistical Hypothesis. 2nd Edition. John Wiley & Sons. New York.
- Rohatgi VK. (2000). An Introduction to Probability Theory and Mathematical Statistics. John Wiley & Sons. New York.
- Walpole RE, Myers RH, Myers SL, Ye K. (2012). Probabilidad y Estadística para Ingeniería y Ciencias. Pearson Educación, México.

#### Revistas

#### Direcciones de internet de interés

- Software libre R-project: <http://www.r-project.org>
- Entorno de desarrollo integrado RStudio: <https://www.rstudio.com/products/rstudio/>
- Antonio J. Arriaza et al. Estadística básica con R y R commander. UCA, 2008. <http://knuth.uca.es/moodle/course/view.php?id=37>
- Latex: <http://www.slideshare.net/digna/1-introduccion-a-latex>
- Cursos online: <https://www.coursera.org/>

### OBSERVACIONES

...

**COURSE GUIDE**

2023/24

**Faculty**

310 - Faculty of Science and Technology

**Cycle**

.

**Degree**

GMATEM31 - Bachelor's Degree in Mathematics

**Year**

Third year

**COURSE**

26680 - Measure and Integration

**Credits, ECTS:** 6**COURSE DESCRIPTION**

This course gives the Theory of Lebesgue Integration and its properties, and also introduces the Theory of Hilbert and Banach Spaces. All these contents constitute the foundations of modern Mathematical Analysis.

The course, together with 'Functional Analysis', is part of the Module 'Extended Mathematical Analysis'. The main objective of this module is to give the student a solid background that allows her to understand and apply the acquired knowledge and techniques in different but related directions.

It is highly recommended that the students have passed the courses 'Differential and Integral Calculus I' and 'II', as well as to have at least a B2, or equivalent, English level.

**COMPETENCIES/LEARNING RESULTS FOR THE SUBJECT****COMPETENCIES**

M08CM01: To know the basic concepts and techniques of Lebesgue Measure and Integration Theory.

M08CM02: To be able to relate the concept of measure with the concept of integration.

M08CM03: To know and employ the Theorems of Monotone and Dominated Convergence, Fatou's Lemma, Fubini's Theorem and the Theorem of Change of Variables.

M08CM04: To know the definition Banach and Hilbert spaces, and to be able to classify of the most useful typical examples in Functional Analysis, particularly, the spaces of sequences and of functions.

M08CM05: To use with precision the specific techniques of the theory of operators in normed spaces and Hilbert spaces.

M08CM07: To be able to develop rigorously the fundamental results of the theory.

**LEARNING RESULTS**

- To understand the fundamental concepts of Measure Theory and its application in the definition of the Lebesgue Integral.

- To apply the fundamental theorems of convergence to be able to recognize integrable functions.

- To know the basic examples of spaces of integrable functions and their metric properties.

- To know the fundamental properties of norm spaces and the linear transformations between them.

- To understand the concepts of scalar product and of Hilbert Space and their fundamental properties.

**CONTENIDOS TEÓRICO-PRÁCTICOS**

1. MEASURE OF SETS IN  $\mathbb{R}^n$ . MEASURE SPACES: The Riemann Integral and its limitations, content, exterior measure, Lebesgue measure, properties. No measurable sets, sigma-algebras, measures and measure spaces: basic properties and examples.

2. LEBESGUE INTEGRAL AND ITS PROPERTIES: integration of simple functions, measurable functions, integration of positive functions and of no definite sign, integrable functions, convergence theorems for integrals. Differentiation under the integral sign.

3. FUBINI'S THEOREM AND CHANGE OF VARIABLES: Integrals of functions of several variables, Tonelli's and Fubini's Theorems, change of variables.

4. INTRODUCTION TO HILBERT SPACES: scalar product, Cauchy-Schwartz inequality. Hilbert spaces. orthogonality and projections. Linear functionals: representation theorem. Orthogonal systems and bases.

5. INTRODUCTION TO BANACH AND  $L^p$  SPACES: norm spaces,  $L^p$  spaces, Hölder and Minkowski inequalities. Completeness of  $L^p$ . Linear operators: continuity and boundedness.

Problems and practical questions related to each lesson will be developed.

**TEACHING METHODS**

The theoretical contents will be presented in master classes following the basic bibliography. These classes will be complemented with problem classes and seminar sessions in which the students will solve proposed problems and will

present complementary material related to their learning outcomes.

Moreover, depending on the characteristics of the group, ERAGIN type methods might be implemented (see 'ORIENTATIONS' below).

#### TYPES OF TEACHING

| Types of teaching                             | M  | S | GA | GL | GO | GCL | TA | TI | GCA |
|---|----|---|----|----|----|-----|----|----|-----|
| Hours of face-to-face teaching                | 36 | 6 | 18 |    |    |     |    |    |     |
| Horas de Actividad No Presencial del Alumno/a | 54 | 9 | 27 |    |    |     |    |    |     |

**Legend:** M: Lecture-based S: Seminar GA: Applied classroom-based groups  
GL: Applied laboratory-based groups GO: Applied computer-based groups GCL: Applied clinical-based groups  
TA: Workshop TI: Industrial workshop GCA: Applied fieldwork groups

#### Evaluation methods

- Continuous evaluation
- End-of-course evaluation

#### Evaluation tools and percentages of final mark

- See orientations 100%

#### ORDINARY EXAMINATION PERIOD: GUIDELINES AND OPTING OUT

Written exam: Between 65% and 100% of the final mark. The student has to obtain a minimum of four points over ten in order to pass and in order that the other tasks are taken into consideration.

Evaluation of the tasks proposed and participation in the seminars: up to 35%.

In case of resignation to continuous evaluation, the evaluation will be given by the result of the final written exam, up to ten points.

ORIENTATIONS: in case of setting up ERAGIN type methods, the professor will explain the value that each task has in the final mark.

#### EXTRAORDINARY EXAMINATION PERIOD: GUIDELINES AND OPTING OUT

Extraordinary examination: A written exam about all the lessons. The value is a 100% of the mark, no consideration will be given to the tasks performed previously by the students.

#### MANDATORY MATERIALS

Virtual E-gela platform.

#### BIBLIOGRAFÍA

##### Basic bibliography

- J. A. Facenda y F. J. Freniche, Integración de funciones de varias variables, Pirámide, Madrid, 2002.  
A. García y M<sup>a</sup> J. Muñoz Bouzo, Espacios de Hilbert y Análisis de Fourier: los primeros pasos, Ed. Sanz y Torres, Madrid, 2012.  
M. De Guzman y R. Rubio, Integración: teoría y técnicas, Alhambra, Madrid, 1979.  
R. Wheeden y A. Zygmund, Measure and integral, Marcel Dekker, 1977.

##### Detailed bibliography

- H. Brezis, Análisis Funcional, Alianza, Madrid, 1984.  
G. B. Folland, Real Analysis, John-Wiley-Interscience, New York, 1984.  
H. L. Royden, Real Analysis, Macmillan, New York, 1963.  
W. Rudin, Análisis real y complejo, Alhambra, Madrid, 1979.  
T. Tao, An introduction to Measure Theory, American Mathematical Society, 2011.

##### Journals

##### Web sites of interest

- <https://terrytao.wordpress.com/category/teaching/245a-real-analysis/>  
<http://ocw.mit.edu/courses/mathematics/18-125-measure-and-integration-fall-2003/>

#### OBSERVATIONS

In case the ERAGIN methodology is implemented, the student's guide will be distributed on the first day of class. It will be specified in it the different activities to be carried out and their value in the continuous evaluation, always respecting the

regulations of evaluation for the academic year 2023/2024.

**GUÍA DOCENTE**

2023/24

**Centro** 310 - Facultad de Ciencia y Tecnología**Ciclo** Indiferente**Plan** GMATEM31 - Grado en Matemáticas**Curso** 3er curso**ASIGNATURA**

26680 - Medida e Integración

**Créditos ECTS :** 6**DESCRIPCIÓN Y CONTEXTUALIZACIÓN DE LA ASIGNATURA**

En esta asignatura se presenta la teoría de la integración de Lebesgue y sus propiedades, además de una introducción a los espacios de Hilbert y Banach, lo que constituye la base del Análisis Matemático moderno.

Junto con la asignatura de Análisis Funcional, optativa de cuarto curso, componen el módulo denominado "Ampliación de Análisis Matemático", con el que se pretende que el o la estudiante adquiera una formación básica y horizontal de estas materias que le permitan comprender y aplicar tales conocimientos y habilidades en múltiples direcciones interrelacionadas.

Como conocimientos previos, se recomienda haber cursado las asignaturas de Cálculo Diferencial e Integral I y II.

**COMPETENCIAS / RESULTADOS DE APRENDIZAJE DE LA ASIGNATURA****COMPETENCIAS**

M08CM01: Conocer los fundamentos y técnicas básicas de la teoría de la medida y de la integración de Lebesgue.

M08CM02: Relacionar la noción de medida con la de integración.

M08CM03: Conocer y utilizar los teoremas de la convergencia monótona, convergencia dominada, el lema de Fatou, el teorema de Fubini y el teorema del cambio de variable.

M08CM04: Conocer los espacios de Banach y de Hilbert, y clasificar los ejemplos característicos más útiles en el análisis funcional, en particular los espacios de sucesiones y de funciones.

M08CM05: Utilizar con precisión las técnicas específicas de la teoría de operadores en espacios normados y de Hilbert.

M08CM07: Desarrollar con el rigor necesario los resultados fundamentales de la teoría.

**RESULTADOS DE APRENDIZAJE**

- Comprender los conceptos fundamentales de la teoría de la medida y su aplicación en la definición de la integral de Lebesgue.
- Aplicar los teoremas fundamentales de convergencia para reconocer funciones integrables.
- Conocer los ejemplos básicos de espacios de funciones integrables y sus propiedades métricas.
- Reconocer las características fundamentales de los espacios normados y las transformaciones entre ellos.
- Comprender las nociones de producto escalar y espacio de Hilbert y sus propiedades fundamentales.

**CONTENIDOS TEÓRICO-PRÁCTICOS**

1. MEDIDA DE LEBESGUE EN  $\mathbb{R}^n$ . ESPACIOS DE MEDIDA: La integral de Riemann y sus limitaciones. Medida de conjuntos de  $\mathbb{R}^n$ : medida exterior y medida de Lebesgue. Conjuntos no medibles. Sigma-álgebras, medidas y espacios de medida: propiedades elementales y ejemplos.

2. LA INTEGRAL DE LEBESGUE Y SUS PROPIEDADES: Integración de funciones simples. Funciones medibles. Integración de funciones positivas y de funciones con signo arbitrario. Teoremas de convergencia para integrales. Diferenciación bajo el signo integral.

3. TEOREMA DE FUBINI Y CAMBIO DE VARIABLE: Integrales de funciones de varias variables. Teoremas de Tonelli y Fubini. Cambio de variable.

4. TEORÍA ELEMENTAL DE LOS ESPACIOS DE HILBERT: Producto escalar. Desigualdad de Cauchy-Schwarz. Espacios de Hilbert. Ortogonalidad y proyecciones. Funcionales lineales: teorema de representación. Sistemas y bases ortonormales.

5. ESPACIOS DE BANACH Y ESPACIOS  $L_p$ : Espacio normado. Espacios  $L_p$ . Desigualdades de Hölder y Minkowski. Completitud de  $L_p$ . Operadores lineales: continuidad y acotación.

Para cada uno de los temas expuestos, se desarrollan los correspondientes problemas y cuestiones prácticas asociados a los contenidos teóricos.

**METODOLOGÍA**

El contenido teórico se expondrá en clases magistrales siguiendo referencias básicas que figuran en la Bibliografía. Estas clases magistrales se complementarán con clases de problemas (prácticas de aula) en los que se propondrá al alumnado resolver cuestiones en las que se aplicarán los conocimientos adquiridos en las clases teóricas.

En los seminarios se desarrollaran cuestiones y ejemplos representativos del contenido de la asignatura, que generalmente habrán sido facilitados con anterioridad al alumnado para trabajarlos y motiven la posterior reflexión y discusión en la sesión dedicada a ello. Este proceso puede ser individual o grupal.

Además, dependiendo de las características del grupo, se implantará la metodología ERAGIN (Ver orientaciones).

#### TIPOS DE DOCENCIA

| Tipo de Docencia                              | M  | S | GA | GL | GO | GCL | TA | TI | GCA |
|---|----|---|----|----|----|-----|----|----|-----|
| Horas de Docencia Presencial                  | 36 | 6 | 18 |    |    |     |    |    |     |
| Horas de Actividad No Presencial del Alumno/a | 54 | 9 | 27 |    |    |     |    |    |     |

**Leyenda:** M: Magistral  
 S: Seminario  
 GA: P. de Aula  
 GL: P. Laboratorio  
 GO: P. Ordenador  
 GCL: P. Clínicas  
 TA: Taller  
 TI: Taller Ind.  
 GCA: P. de Campo

#### SISTEMAS DE EVALUACIÓN

- Sistema de evaluación continua
- Sistema de evaluación final

#### HERRAMIENTAS Y PORCENTAJES DE CALIFICACIÓN

- Ver orientaciones 100%

#### CONVOCATORIA ORDINARIA: ORIENTACIONES Y RENUNCIA

Examen escrito: Entre el 65% y el 100% de la nota; hay que conseguir al menos 4 puntos sobre 10 para tener en cuenta la nota obtenida en las otras actividades.

Evaluación de trabajos y participación en los seminarios: hasta el 35%.

En caso de renuncia a la evaluación continua, la evaluación de la convocatoria ordinaria se realizará mediante examen valorado en diez puntos.

ORIENTACIONES: En el caso de implantarse metodologías activas de tipo ERAGIN, el profesor o profesora indicará en la guía del estudiante el valor de la misma en la nota final para cada actividad de evaluación.

#### CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA: ORIENTACIONES Y RENUNCIA

Convocatoria extraordinaria: examen escrito el que se preguntará sobre todo el temario de la asignatura. Se puntuará sobre 10 puntos y no se tendrán en cuenta para la nota los trabajos realizados a lo largo del curso.

#### MATERIALES DE USO OBLIGATORIO

Aula virtual de la plataforma E-gela para el curso.

#### BIBLIOGRAFÍA

##### Bibliografía básica

- J. A. Facenda y F. J. Freniche, Integración de funciones de varias variables, Pirámide, Madrid, 2002.
- A. García y M<sup>a</sup> J. Muñoz Bouzo, Espacios de Hilbert y Análisis de Fourier: los primeros pasos, Ed. Sanz y Torres, Madrid, 2012.
- M. De Guzman y R. Rubio, Integración: teoría y técnicas, Alhambra, Madrid, 1979.
- R. Wheeden y A. Zygmund, Measure and integral, Marcel Dekker, 1977.

##### Bibliografía de profundización

- H. Brezis, Análisis Funcional, Alianza, Madrid, 1984.
- G. B. Folland, Real Analysis, John-Wiley-Interscience, New York, 1984.
- H. L. Royden, Real Analysis, Macmillan, New York, 1963.
- W. Rudin, Análisis real y complejo, Alhambra, Madrid, 1979.
- T. Tao, An introduction to Measure Theory, American Mathematical Society, 2011.

##### Revistas

##### Direcciones de internet de interés

- <https://terrytao.wordpress.com/category/teaching/245a-real-analysis/>
- <http://ocw.mit.edu/courses/mathematics/18-125-measure-and-integration-fall-2003/>

#### **OBSERVACIONES**

En caso de implantarse la metodología Eragin, el primer día de clase se repartirá la guía del estudiante, en la cual se especificará las diferentes actividades a realizar y su valor en la evaluación continua, siempre respetando la normativa de evaluación para el curso 2023/2024.

**GUÍA DOCENTE**

2023/24

**Centro** 310 - Facultad de Ciencia y Tecnología**Ciclo** Indiferente**Plan** GMATEM31 - Grado en Matemáticas**Curso** 3er curso**ASIGNATURA**

26682 - Métodos Numéricos II

**Créditos ECTS :** 6**DESCRIPCIÓN Y CONTEXTUALIZACIÓN DE LA ASIGNATURA**

El objetivo fundamental es ofrecer una presentación sistemática de algunos de los métodos y técnicas más importantes y básicas del análisis numérico, relacionados con la resolución numérica de ecuaciones diferenciales ordinarias. Será requisito imprescindible la realización de prácticas de ordenador en algún lenguaje de programación científica o mediante la utilización de paquetes en los que se manejen y apliquen algunos de los métodos estudiados. Esta asignatura mantiene relación con la asignatura Métodos Numéricos I de segundo curso y con las asignaturas de Ecuaciones Diferenciales y de Modelización Matemática de tercer curso.

**COMPETENCIAS / RESULTADOS DE APRENDIZAJE DE LA ASIGNATURA**

## COMPETENCIAS

M05CM01 - Conocer las técnicas básicas del cálculo numérico y su traducción en algoritmos o métodos constructivos de solución de problemas.

M05CM02 - Programar en ordenador métodos numéricos estudiados en lenguaje estructurado y aplicarlos de manera efectiva.

M05CM03 - Utilizar paquetes en los que se manejen y apliquen algunos de los métodos estudiados, y que sirvan como herramienta de apoyo a programas propios.

M05CM04 - Analizar la conveniencia de uno u otro método numérico para un problema concreto en base al análisis de errores, coste computacional y otras características.

M05CM05 - Evaluar los resultados obtenidos y obtener conclusiones después de un proceso de cómputo y saber comunicar todo ello verbalmente y por escrito.

## RESULTADOS DE APRENDIZAJE

Conocer y saber utilizar los métodos más importantes para resolver numéricamente problemas de valores iniciales de sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias.

**CONTENIDOS TEÓRICO-PRÁCTICOS**

## 1. INTRODUCCIÓN A LA INTERPOLACIÓN NUMÉRICA:

Interpolación polinomial. Interpolación de Lagrange. Interpolación de Hermite. Interpolación racional.

## 2. MÉTODOS DE INTEGRACIÓN Y DERIVACIÓN NUMÉRICA:

Fórmulas de Newton Cotes. Extrapolación de Richardson. Integración de Romberg. Fórmulas de integración general. Cuadratura Gaussiana.

## RESOLUCIÓN NUMÉRICA DE ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS

## 3. INTRODUCCION:

Reducción de ecuaciones de orden elevado. Ecuaciones en diferencias lineales. El método de Euler.

## 4. MÉTODOS DE UN PASO:

Métodos Runge-Kutta. Estabilidad de los métodos Runge-Kutta.

## 5. MÉTODOS LINEALES MULTIPASO:

Estabilidad de los métodos lineales multipaso. Métodos Predictor-Corrector. Estabilidad de los métodos Predictor-Corrector.

## 6. MÉTODOS EN DIFERENCIAS REGRESIVAS:

Métodos Adams en diferencias regresivas. La fórmula BDF.

## 7. SISTEMAS STIFF:

Interpretación del concepto. Definiciones de estabilidad para sistemas Stiff. Aproximaciones de Padé de la exponencial. Métodos para sistemas Stiff.

## PROGRAMA DE PRACTICAS:

Se realizan varias prácticas de ordenador en las que se implementan y aplican los diversos algoritmos estudiados y descritos en la parte teórica de la asignatura.

**METODOLOGÍA**

El contenido teórico se expondrá en clases magistrales siguiendo referencias básicas que figuran en la bibliografía y el

material de uso obligatorio. Estas clases magistrales se complementarán con clases de problemas (prácticas de aula) en las que se propondrá al alumnado resolver cuestiones en las que se aplicarán los conocimientos adquiridos en las clases teóricas. En los seminarios se desarrollarán cuestiones y ejemplos representativos del contenido de la asignatura, que generalmente habrán sido facilitados con anterioridad a los alumnos para trabajarlos y que motiven la posterior reflexión y discusión en la sesión dedicada a ello. Además, se realizarán prácticas de ordenador orientadas a la consecución de las competencias de la asignatura.

#### TIPOS DE DOCENCIA

| Tipo de Docencia                              | M  | S | GA   | GL | GO   | GCL | TA | TI | GCA |
|---|----|---|------|----|------|-----|----|----|-----|
| Horas de Docencia Presencial                  | 30 | 6 | 9    |    | 15   |     |    |    |     |
| Horas de Actividad No Presencial del Alumno/a | 45 | 9 | 13,5 |    | 22,5 |     |    |    |     |

**Leyenda:** M: Magistral  
 S: Seminario  
 GA: P. de Aula  
 GL: P. Laboratorio  
 GO: P. Ordenador  
 GCL: P. Clínicas  
 TA: Taller  
 TI: Taller Ind.  
 GCA: P. de Campo

#### SISTEMAS DE EVALUACIÓN

- Sistema de evaluación continua
- Sistema de evaluación final

#### HERRAMIENTAS Y PORCENTAJES DE CALIFICACIÓN

- Prueba escrita a desarrollar 60%
- Realización de prácticas (ejercicios, casos o problemas) 20%
- Trabajos individuales 20%

#### CONVOCATORIA ORDINARIA: ORIENTACIONES Y RENUNCIA

Examen escrito (60% de la nota)  
 Prácticas de ordenador (20% de la nota)  
 Problemas y trabajos (20% de la Nota)

Se exigirá una calificación mínima de 4 en el examen escrito y en las prácticas de ordenador para aplicar los porcentajes anteriores.

Las prácticas de ordenador se realizarán individualmente o en grupos de dos estudiantes. Cada grupo elaborará sus prácticas de manera autónoma, es decir, sin compartir su contenido con otros grupos. En caso de detectar partes sustanciales de código con estructura análoga en distintos grupos, dichas prácticas automáticamente serán invalidadas. La entrega de las prácticas es obligatoria para tener derecho a una defensa o examen individual de dichas prácticas que asegure la adquisición de las competencias correspondientes y que servirá para determinar la nota.

Los estudiantes que lo soliciten a lo largo de las 9 primeras semanas desde el comienzo de las clases del segundo cuatrimestre del curso, podrán renunciar a la evaluación continua, siendo sustituida por una "evaluación única" que se asegurará de la adquisición de las competencias de la asignatura. Esta evaluación podrá constar de una o varias pruebas como un examen escrito, una presentación oral de materiales relacionados con el contenido y competencias de la asignatura o un examen práctico de programación. Los estudiantes deberán solicitar la modalidad de "evaluación única" al coordinador de la asignatura por escrito en documento firmado.

En el caso del alumnado que no se presente en la fecha oficial del examen de cada convocatoria, automáticamente se considerará que ha renunciado a dicha convocatoria y así será registrado por el profesorado de la asignatura.

Durante el desarrollo de las pruebas de evaluación, siempre y cuando no haya sido autorizado explícitamente por escrito por el profesorado de la asignatura, quedará prohibida la utilización de libros, notas o apuntes, así como de aparatos o dispositivos telefónicos, electrónicos, informáticos, o de otro tipo, por parte del alumnado. En las pruebas de carácter individual quedan prohibidos todo tipo de colaboración e intercambio de material académico entre personas. Ante la detección de cualquier irregularidad o casos de prácticas deshonestas o fraudulentas se procederá aplicando lo dispuesto en el protocolo sobre ética académica y prevención de las prácticas deshonestas o fraudulentas en las pruebas de evaluación y en los trabajos académicos en la UPV/EHU. Dicha normativa se puede consultar en el enlace:

<https://www.ehu.eus/es/web/graduak/normativa>

En el mencionado protocolo se alude al régimen sancionador, "Decreto de 8 de septiembre de 1954 por el que se aprueba el Reglamento de disciplina académica de los Centros oficiales de Enseñanza Superior y de Enseñanza Técnica dependientes del Ministerio de Educación Nacional, que recoge las acciones consideradas infracciones, y las posibles sanciones a imponer tras su comisión", donde en el artículo 5.4, se declaran como "falta grave" prácticas como "La suplantación de personalidad en actos de la vida docente y la falsificación de documentos".

Las pruebas de evaluación se realizarán de forma presencial, siempre que las circunstancias lo permitan y no haya órdenes por parte de las autoridades competentes que lo impidan.

### **CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA: ORIENTACIONES Y RENUNCIA**

En la convocatoria extraordinaria se usará el mismo criterio que en la ordinaria. El hecho de no haber superado las actividades evaluables complementarias al examen escrito no exime al alumnado de demostrar la capacidad y conocimientos para realizar esas actividades, con lo que se podrá proponer una prueba que garantice la evaluación de dichos conocimientos y compute para la nota final en la misma proporción que en la convocatoria ordinaria. La prueba puede ser una exposición oral, una demostración ante un ordenador, la entrega de un trabajo o una descripción escrita de los conocimientos prácticos abordados en las actividades complementarias.

### **MATERIALES DE USO OBLIGATORIO**

Material facilitado al alumno en el aula virtual eGela.

### **BIBLIOGRAFÍA**

#### **Bibliografía básica**

- D.F. Griffiths and D.J. Higham: Numerical Methods for O.D.E. Initial Values Problems, Springer, 2010.
- E. Hairer and S.P. Nørsett, and G. Wanner: Solving Ordinary Differential Equations I. Non-Stiff Problems. Springer, 1987.
- M.H. Holmes: Introduction to Scientific Computing and Data Analysis, Springer, 2016.
- S.D. Lambert: Numerical Methods for Ordinary Differential Systems. John Wiley & Sons, 1991.
- C.D. Moler: Numerical Computing with MATALB. SIAM 2004.
- J. Stoer, R. Bulirsch: Introduction to Numerical Analysis. Springer, 1983.
- L.F. Shampine and I. Gladwell and S, Thompson: Solving O.D.E. with MATLAB. Cambridge, 2003.

#### **Bibliografía de profundización**

- J.C. Butcher: The Numerical Analysis of Ordinary Differential Equations. John Wiley & Sons, 1987
- E. Hairer, S.P. Nørsett, G. Wanner: Solving Ordinary Differential Equations II. Stiff and Differential-Algebraic Problems. Springer, 1996
- L.N. Trefethen and A. Birkisson and T.A. Driscoll: Exploring ODEs. SIAM 2018.

#### **Revistas**

#### **Direcciones de internet de interés**

- Octave: <https://www.gnu.org/software/octave/index>
- Python: <https://www.scipy.org/>
- C & C++ (GNU): <https://www.gnu.org/software/gsl/>
- netlib: <http://www.netlib.org/>

### **OBSERVACIONES**

**GUÍA DOCENTE**

2023/24

**Centro** 310 - Facultad de Ciencia y Tecnología**Ciclo** Indiferente**Plan** GMATEM31 - Grado en Matemáticas**Curso** 3er curso**ASIGNATURA**

26681 - Modelización Matemática

**Créditos ECTS :** 6**DESCRIPCIÓN Y CONTEXTUALIZACIÓN DE LA ASIGNATURA**

El objetivo general del curso es promover una reflexión sobre la modelación matemática, sobre las aplicaciones y usos actuales de las matemáticas, y modelizar, construir modelos matemáticos. En esta asignatura se estudiarán modelos matemáticos de la física y de la biología y aplicaciones de las matemáticas en la actual sociedad de la información y de la imagen. La asignatura también tendrá una vertiente práctica, se propondrán distintas situaciones que habrá que traducir a lenguaje matemático, que habrá que modelizar y luego resolver para obtener una solución. Se entremezclan, pues, cuestiones de carácter general sobre la modelación matemática y el estudio de modelos operativos, con la construcción y análisis de modelos. Se insistirá en que los modelos se justifican por su adecuación con los datos experimentales del fenómeno que describen o por su validez práctica de acuerdo con la necesidad que pretende satisfacer.

También se prestará una especial importancia a los aspectos históricos de la formulación de los distintos modelos matemáticos.

En esta asignatura se presentan modelos matemáticos aplicados a problemas cuya solución o aproximación a ésta se puede buscar mediante técnicas estudiadas específicamente en las asignaturas de Métodos Numéricos I y II, Ecuaciones Diferenciales, Códigos y Criptografía, Ampliación de Métodos Numéricos y Programación Matemática.

**COMPETENCIAS / RESULTADOS DE APRENDIZAJE DE LA ASIGNATURA**

M07CM01 - Adquirir una visión sobre la capacidad y potencia de las matemáticas para resolver problemas prácticos, sobre sus aplicaciones en ámbitos muy variados.

M07CM02 - Desarrollar la capacidad de dar soluciones, de tomar decisiones, de proponer métodos operativos a las otras ciencias e ingenierías.

M07CM03 - Proporcionar capacidad para usar las matemáticas. Las matemáticas también son una herramienta que hay que aprender a utilizar.

- Conocer interacciones de distintas partes de las matemáticas para un objetivo común.

- Conocer situaciones reales, problemas prácticos y su modelización matemática.

- Conocer modelos de modelización, incluyendo su origen y su propia historia.

- Adquirir experiencia en la toma de decisiones a la hora de enfocar una situación práctica y de aceptar el modelo.

**CONTENIDOS TEÓRICO-PRÁCTICOS**

1. INTRODUCCIÓN A LA MODELIZACIÓN MATEMÁTICA.

2. MATEMÁTICAS EN LA ACTUAL SOCIEDAD DE LA INFORMACIÓN Y DE LA IMAGEN.

Matemáticas de Google. Compresión de imágenes. Digitalizar. Códigos correctores. Información segura. Firma digital.

3. MODELOS EN BIOLOGÍA.

Modelos de crecimiento de una población. Modelos de interacción entre especies. Modelos referentes a la salud.

4. MODELOS EN LA FÍSICA.

Deformaciones de un medio continuo. Leyes de conservación. Introducción a la mecánica de fluidos.

5. PRÁCTICAS.

PROGRAMA DE PRACTICAS:

Se realizan varias prácticas de ordenador en las que se implementan y aplican los diversos algoritmos estudiados y descritos en la parte teórica de la asignatura.

**METODOLOGÍA**

El contenido teórico se expondrá en clases magistrales siguiendo referencias básicas que figuran en la Bibliografía y el material de uso obligatorio. Estas clases magistrales se complementarán con clases de problemas (prácticas de aula) en los que se propondrá a los alumnos resolver cuestiones en las que se aplicarán los conocimientos adquiridos en las clases teóricas. En los seminarios se desarrollarán cuestiones y ejemplos representativos del contenido de la asignatura, que generalmente habrán sido facilitados con anterioridad a los alumnos para trabajarlos y motiven la posterior reflexión y discusión en la sesión dedicada a ello. Además, se realizarán prácticas de ordenador orientadas a la consecución de las competencias de la asignatura.

Se propondrán a los estudiantes trabajos individuales sobre teoría y problemas, para cuya realización y exposición dispondrán del apoyo del profesor en seminarios periódicos.

Parte importante del trabajo del alumno es de carácter personal. Los profesores orientarán en todo momento ese trabajo y estimularán que se haga con regularidad y dedicación. Se animará igualmente a que utilicen las tutorías personales donde pueden aclarar cualquier duda o dificultad que se les presente en las asignaturas.

#### TIPOS DE DOCENCIA

| Tipo de Docencia                              | M  | S | GA   | GL | GO   | GCL | TA | TI | GCA |
|---|----|---|------|----|------|-----|----|----|-----|
| Horas de Docencia Presencial                  | 30 | 6 | 9    |    | 15   |     |    |    |     |
| Horas de Actividad No Presencial del Alumno/a | 45 | 9 | 13,5 |    | 22,5 |     |    |    |     |

**Leyenda:** M: Magistral  
GL: P. Laboratorio  
TA: Taller  
S: Seminario  
GO: P. Ordenador  
TI: Taller Ind.  
GA: P. de Aula  
GCL: P. Clínicas  
GCA: P. de Campo

#### SISTEMAS DE EVALUACIÓN

- Sistema de evaluación continua
- Sistema de evaluación final

#### HERRAMIENTAS Y PORCENTAJES DE CALIFICACIÓN

- ver orientaciones 100%

#### CONVOCATORIA ORDINARIA: ORIENTACIONES Y RENUNCIA

##### CRITERIOS DE LA EVALUACIÓN CONTINUA

Exámenes 65%: Consistirá en una o varias pruebas escritas a realizar individualmente con papel y bolígrafo o mediante el ordenador. Se medirán las competencias teórico-prácticas y las competencias computacionales.

Metodologías activas: 35%. Consistirá en una o varias de las siguientes actividades: rendimiento en las prácticas de ordenador, rendimiento en los seminarios, rendimiento en las prácticas de aula, cuestionarios de e-gela, trabajos a realizar fuera de clase, exposiciones orales o debates con el profesor. Estas actividades podrán ser individuales o en grupo.

Se informará de los detalles concretos el primer día de clase.

Para aprobar la asignatura tanto la nota de exámenes correspondiente a la parte teórica-práctica como la media ponderada de los exámenes deberá de ser un 4.5 sobre 10.

##### CRITERIOS DE LA EVALUACIÓN FINAL

El alumnado que no quiera participar en la evaluación continua, podrá renunciar a ella oficialmente mediante un escrito dirigido al profesorado responsable, que deberá entregar en un plazo máximo de 9 semanas desde el comienzo del cuatrimestre. Dicha evaluación consistirá en una o varias pruebas escritas a realizar individualmente con papel y bolígrafo o mediante el ordenador. Para aprobar la asignatura tanto la nota de exámenes correspondiente a la parte teórica-práctica como la media ponderada de los exámenes deberá de ser un 4.5 sobre 10. Asimismo, se le podrá exigir que entregue un trabajo o realice una exposición oral durante el periodo de exámenes para evaluarle de las competencias trabajadas mediante las metodologías activas.

#### CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA: ORIENTACIONES Y RENUNCIA

Los criterios de evaluación serán los mismos que los criterios de evaluación final en la convocatoria ordinaria.

#### MATERIALES DE USO OBLIGATORIO

- Material facilitado al alumno en el curso virtual e-gela.
- Recursos obtenidos desde internet
- Software científico: Microsoft Excel, Wolfram Mathematica, Matlab y Python entre otros.

## BIBLIOGRAFÍA

### Bibliografía básica

- F. BRAUER Y C. CASTILLO-CHÁVEZ: Mathematical Models in Population, Biology and Epidemiology, Text in Applied Mathematics, Springer, 2001
- M. BRAUN: Differential Equations and Their Applications: An Introduction to Applied Mathematics, 4th ed, Springer, 1992.
- J. M. CORON, Control and Nonlinearity, American Mathematical Society, 2007 (disponible en <https://www.ljll.math.upmc.fr/coron/Documents/Coron-book.pdf>)
- L. EDELSTEIN-KESHET: Mathematical Models in Biology, SIAM, 2005.
- R. HABERMAN: Mathematical Models: Mechanical Vibrations, Population Dynamics, and Traffic Flow, SIAM, 1998.
- K. P. HADELER, Topics in Mathematical Biology, Springer, 2017
- P.C. HANSEN, J.G. NAGY Y D.P. OLEARY: Deblurring Images: Matrices, Spectra, and Filtering, SIAM, 2006.
- E. KALNAY: Atmospheric Modelling, Data Assimilation and Predictability, Cambridge University Press, 2004.
- M. MARTICHEVA, An Introduction to Mathematical Epidemiology, Springer, 2015
- J.D. MURRAY: Mathematical Biology, Springer-Verlag, 1989
- O. PAPINI Y J. WOLFMAN: Algèbre discrète et codes correcteurs, Springer-Verlag, 1995.
- C. ROBINSON. Dynamical systems: stability, symbolic dynamics, and chaos. CRC press, 1998.
- S. SHALEV-SCHWARTZ y S. BEN-DAVID, Understanding Machine Learning. From theory to algorithms. Cambridge University Press, 2014 (disponible en <https://www.cs.huji.ac.il/w~shais/UnderstandingMachineLearning/> )
- E. TRÉLAT, Contrôle optimal: théorie & applications, Vuibert, Collection "Mathématiques Concrètes", 2005 (disponible en <https://www.ljll.math.upmc.fr/trelat/fichiers/livreopt2.pdf>)

### Bibliografía de profundización

[http://calvino.polito.it/fismat/poli/pdf/lecture\\_notes/BnDeDm-LNs.pdf](http://calvino.polito.it/fismat/poli/pdf/lecture_notes/BnDeDm-LNs.pdf)

### Revistas

### Direcciones de internet de interés

Programa "dfield" para representación de soluciones de EDO:  
<http://www.cs.unm.edu/%7Ejoel/dfield/dfield.jar>

Software "ESL" para la simulación de sistemas dinámicos:  
<http://www.isimsimulation.com/products/esl/>

## OBSERVACIONES

**COURSE GUIDE**

2023/24

**Faculty** 310 - Faculty of Science and Technology**Cycle** .**Degree** GMATEM31 - Bachelor's Degree in Mathematics**Year** Third year**COURSE**

26692 - Statistical Inference

**Credits, ECTS:** 6**COURSE DESCRIPTION****DESCRIPTION**

In the Statistical Inference course, different statistical techniques which allow us to extend the results obtained from random samples to the whole population are explained, both for estimation and for hypothesis contrast. The application of these techniques of estimation and hypothesis contrast to different databases is shown through the use of appropriate computer resources.

**CONTEXTUALISATION**

The course on Statistical Inference is the third course integrated in the Probability and Statistics module. It is convenient to have passed to two previous courses on Descriptive Statistics and Probability-Calculus before enrolment to this course

**COMPETENCIES/LEARNING RESULTS FOR THE SUBJECT****COMPETENCIES**

- M03CM02: Be familiar with the main probability distributions and the usual data analysis and statistical inference techniques.
- M03CM03: Correct use of terminology related to random phenomena and data analysis.
- M03CM04: Correct modeling of typical situations related to random phenomena and data processing.
- M03CM05: To be familiar with appropriate computer resources for the treatment of the above situations and to handle correctly some of them.
- M03CM06: Select the appropriate statistical analysis technique, depending on the objective defined in the study.
- M03CM07: Correct performance of the calculations and / or graphical visualizations that require such situations, using the appropriate theoretical and/or computational resources.
- M03CM08: Critical interpretation of the results of the performed analyses.

**LEARNING RESULTS**

- Knowledge of how to perform estimation and hypothesis contrasts from samples.
- Knowledge of how to interpret the results of the performed statistical analyses.
- Knowledge of how to make estimates of significant quantities (probabilities, means, etc.) when their exact calculation is not feasible.
- Knowledge of how to make a reasoned choice of the most appropriate method to perform estimation and hypothesis contrasts from samples.
- Correct use of appropriate computer resources for the calculations or graphical visualizations required by the statistical analysis of a project.

**CONTENIDOS TEÓRICO-PRÁCTICOS****THEORETICAL CONTENTS****1. SAMPLING AND ESTIMATION**

- Introduction to Sampling
- Point estimation. Different methods to obtain estimators. Properties of estimators.
- Interval estimation. Definition of confidence interval. Classical confidence intervals for one population. Classical confidence intervals for two populations.

**2. HYPOTHESIS TESTING**

- Introduction and fundamentals of hypothesis testing. Classification of the tests. Probability of error of type I and type II. Significance level. p-value.
- Uniformly more powerful contrasts (UMP). Neyman-Pearson's lemma.
- Control of error probabilities and sample size.
- Likelihood ratio test.
- Classical hypothesis tests for one and two populations.

**3. ANALYSIS OF VARIANCE**

- Introduction
- Analysis of variance for a single classification or a single factor (ANOVA).
- Multiple comparisons.

**4. NON-PARAMETRIC TESTS**

- Introduction
- Goodness-of-fit tests.
- Independence and homogeneity tests.
- Location test for one, two or more samples.

## PRACTICAL CONTENTS

Data analysis with R Software

- Reading and manipulation of data.
- Script code for Probability-Calculus and Statistical Inference.
- Interpretation of results.

## TEACHING METHODS

The notes of the course will be published in the eGela platform at the beginning of the term, along with the distribution tables that will be used throughout the course. The students will also be provided with a manual to help them with the computer labs and the list of problems that will be solved, at least in part, in practical classes.

The theoretical contents will be presented in lecture form, following the basic references that appear in the Bibliography and the compulsory material. These lectures will be complemented with problem classes (classroom practices) in which students will be asked to solve questions in which the previously acquired theoretical knowledge will be applied. The seminars will be dedicated to examples based on significant questions related to the contents. In general, an assignment will be proposed by the lecturer to the students and the session will be devoted to reflection and open discussion. Computer labs will be for the application of the different statistical inference techniques that have been studied to a specific dataset using computer resources. This will allow the students to answer the questions posed by the professor using the appropriate technique.

Students will have individual and group assignments on theory and problems, for which they will have the support of the professor in the classroom, the online platform and tutorials.

The lecturer will guide the students' work and will stimulate that it is done with regularity and dedication. They will also be encouraged to use personal tutorials where they can clarify any doubts or difficulties that may arise in the course.

## TYPES OF TEACHING

| Types of teaching                             | M  | S | GA | GL | GO | GCL | TA | TI | GCA |
|---|----|---|----|----|----|-----|----|----|-----|
| Hours of face-to-face teaching                | 30 | 6 | 12 |    | 12 |     |    |    |     |
| Horas de Actividad No Presencial del Alumno/a | 45 | 9 | 18 |    | 18 |     |    |    |     |

**Legend:** M: Lecture-based S: Seminar GA: Applied classroom-based groups  
GL: Applied laboratory-based groups GO: Applied computer-based groups GCL: Applied clinical-based groups  
TA: Workshop TI: Industrial workshop GCA: Applied fieldwork groups

## Evaluation methods

- Continuous evaluation
- End-of-course evaluation

## Evaluation tools and percentages of final mark

- See guidelines 100%

## ORDINARY EXAMINATION PERIOD: GUIDELINES AND OPTING OUT

### EVALUATION CRITERIA

Written exam: 65%.

Computer exercises: 15%

Seminars: 5%.

Group assignments: homework, exercises or statistical report: 15%

A minimum grade of 4 (out of 10) in each of the evaluation sections is required in order to pass the course.

If the student declines the continuous evaluation, choosing the final evaluation method, he or she must notify the lecturer in writing form between the first and the 9th week of the term. Even so, giving up the continuous evaluation does not exempt the student from demonstrating the ability and knowledge to carry out the activities that have been graded on that form. Therefore, the final evaluation will include a part that will ensure the evaluation of these contents and it will be considered for the final grade in the same proportion as in continuous evaluation. The test can be an oral presentation, a computer exercise or a written description of the subject knowledge addressed in the supplementary activities.

### WITHDRAWAL:

The students that have carried out the activities throughout the course, but do not attend the ordinary call, will be qualified as Not Presented.

## EXTRAORDINARY EXAMINATION PERIOD: GUIDELINES AND OPTING OUT

The evaluation criteria will be the same as in the ordinary call.

If the health conditions require it, a non-presential evaluation will be activated and students will be informed of its characteristics through eGela.

The evaluation of the activities carried out during the course (practices, exercises, seminars) will be valid for both course convocations. Therefore, those who have passed this evaluation will only have to take the written examination in the extraordinary call.

Giving up the continuous evaluation does not exempt the student from demonstrating the ability and knowledge to carry out the activities that have been graded on that form. Therefore, the final evaluation in the extraordinary call will also include a part that will ensure the evaluation of these contents and it will be considered for the final grade in the same proportion as in continuous evaluation. The test can be an oral presentation, a computer exercise or a written description of the subject knowledge addressed in the supplementary activities.

## MANDATORY MATERIALS

Notes and materials published on the eGela platform.

## BIBLIOGRAFÍA

### Basic bibliography

Basic references (in alphabetical order):

- Casella G, Berger RL. (2008). Statistical Inference. Duxbury Press. Belmont, California.
- Kerns GJ. (2018). Introduction to Probability and Statistics Using R. Third Edition. Libre distribución. Disponible en: <https://cran.r-project.org/web/packages/IPSUR/vignettes/IPSUR.pdf>.
- Peña Sánchez de Rivera D. (1992). Estadística. Modelos y Métodos. Fundamentos. Alianza Universidad. Madrid.
- Rohatgi VK. (2003). Statistical Inference. John Wiley & Sons. New York.
- Zuur AF, Ieno EN, Meesters EHWG. (2009). A Beginner's Guide to R. Springer Science+Business Media LLC. New York.

### Detailed bibliography

Supplementary references (in alphabetical order):

- Chihara LM, Hesterberg TC. (2018). Mathematical Statistics with Resampling and R, 2nd Edition. John Wiley & Sons. New York.
- Kickinson J and Chakaborti S. (1992). Non Parametric Statistical Inference. Dekker Inc.
- Lehman EL. (1983). Theory of point Estimation. John Wiley & Sons. New York.
- Lehman EL. (1986). Testing Statistical Hypothesis. 2nd Edition. John Wiley & Sons. New York.
- Rohatgi VK. (2000). An Introduction to Probability Theory and Mathematical Statistics. John Wiley & Sons. New York.
- Walpole RE, Myers RH, Myers SL, Ye K. (2012). Probabilidad y Estadística para Ingeniería y Ciencias. Pearson Educación, México.

### Journals

### Web sites of interest

- R-project software: <http://www.r-project.org>
- RStudio integrated development environment: <https://www.rstudio.com/products/rstudio/>
- Antonio J. Arriaza et al. Estadística básica con R y R commander. UCA, 2008. <http://knuth.uca.es/moodle/course/view.php?id=37>
- Latex: <http://www.slideshare.net/digna/1-introduccion-a-latex>
- Online courses: <https://www.coursera.org/>

## OBSERVATIONS

...