Análisis Vectorial y Complejo. Segundo de Física e Ingeniería Electrónica

Primer parcial. 14-1-2014

1. Encontrar los máximos y mínimos absolutos de $f(x,y,z) = xy + z^2$ sobre el conjunto

$$\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \,|\, x^2 + y^2 + z^2 \leq 6\}.$$

2. Demostrar que el sistema de ecuaciones

$$\begin{aligned} e^{x-u} + yv + 3 &= 0, \\ e^{y+v} - xu &= 0; \end{aligned}$$

define a u, v como funciones de x, y en un entorno de $(x, y, u, v) = (1, 2, 1, -2)$. Sea $h(x,y) = u(x,y) + v(x,y)$. Calcular $\partial h/\partial x$, $\partial h/\partial y$ en $(1,2)$.

3. Calcular el volumen del cuerpo $\dfrac{x^2}{9} + \dfrac{y^2}{4} \leq 1$, $\dfrac{y^2}{4} + \dfrac{z^2}{9} \leq 1$, $x \geq 0$, $y \geq 0$, $z \geq 0$.

4. Sean Γ la intersección del plano $2y + z = 3$ y el paraboloide $z = x^2 + y^2$ orientada en sentido positivo y $\vec{F}(x,y,z) = (y^2 - z, x^2 - z, z)$. Calcular $\displaystyle\int_\Gamma \vec{F}$

(a) directamente como integral de linea;

(b) usando alguno de los teoremas del cálculo vectorial.

5. Encontrar una función g de clase C^1 tal que $\forall z \in \mathbb{R}: \ g(0,0,z) = 0$ y el campo $\vec{F}(x,y,z) = (z + z^2, 2yz^2, g(x,y,z))$ sea conservativo. Calcular $\displaystyle\int_{(0,1,1)}^{(1,1,2)} \vec{F}$.