

Física moderna/Introducción a la estructura de la materia:
Examen Mayo 2014

Criterios evaluación: Los puntos indican la valoración máxima de cada ejercicio. El planteamiento de cada solución debe incluir una breve explicación o justificación de las fórmulas o ecuaciones empleadas. Los resultados numéricos finales deben incluir sus unidades.

1. (20 puntos) Un pión neutro, π^0 , se desintegra, vía interacción electromagnética, en dos fotones

$$\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$$

que se mueven simétricamente con respecto a la dirección del pión. Determinar el ángulo entre las direcciones de movimiento de los dos fotones si el momento del pión incidente es igual a 220 MeV/c ($m_{\pi^0} \sim 140 \text{ MeV}/c^2$).

2. (30 puntos) Considerar una partícula de masa m en un pozo de potencial infinito definido en el rango $0 < x < a$ y cuya función de onda $\psi(x)$ en el instante $t=0$ viene dada por:

$$\psi(x) = \begin{cases} 1 & 0 < x < \frac{a}{2} \\ 0 & \frac{a}{2} < x < a \end{cases}$$

- (a) Normalizar la función
 (b) Calcular $\psi(k)$
 (c) Calcular $\langle p \rangle$.
3. (25 puntos) Una molécula de hidrógeno en estado sólido puede existir en dos formas: *orto*-hidrógeno con los spines paralelos dando lugar a un spin neto y , *para*-hidrógeno con los spines antiparalelos resultando un spin nulo. La forma *orto* puede estar en tres estados de spin, todos con la misma energía $\epsilon > 0$ y la forma *para* solo tiene un estado de energía $\epsilon = 0$. El hidrógeno a alta presión y baja temperatura es sólido metálico. Considerar un sólido de N moléculas de hidrógeno, consideradas como partículas distinguibles localizadas en los nudos de la red cristalina. El sólido se considera en equilibrio y tiene una energía U ,

- (a) ¿Qué valores puede tomar la energía total del sistema, U ? Razonar la respuesta.
 (b) Obtener una expresión de U en función de la temperatura.
 (c) Cuando la temperatura es máxima, ¿qué distribución tienen las partículas en los estados *orto* y *para*?
 (d) Estando el sistema en equilibrio termodinámico, ¿es posible tener la mitad de partículas en el estado fundamental? Si es posible, obtener la temperatura de ese estado. Si no lo es, explicar por qué no es posible.
4. (25 puntos) Considerar un volumen V de magnesio (valencia +2), cuyos electrones de conducción pueden considerarse como un gas.

- (a) Describir brevemente cuál es la distribución de los electrones de conducción en los niveles de energía a muy baja temperatura. Comparar esta distribución con la de un sistema de partículas distinguibles.
 (b) Obtener la expresión para la energía de Fermi y calcular su valor para el magnesio. ¿A qué temperatura debería estar un gas ideal para que la energía promedio de sus moléculas sea igual a la energía de Fermi del magnesio?
 (c) Demostrar que a $T=0 \text{ K}$, la energía promedio de los electrones es $\bar{\epsilon} = 3E_F/5$

Datos: $\rho(\text{Mg})=1.74\text{kg/m}^3$, $M(\text{Mg})=24$, $u.m.a=1.66 \times 10^{-27} \text{ kg}$, $m_e = 9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}$

Fórmulas y ecuaciones importantes:

$$U = Nk_B T^2 \frac{\partial \ln Z}{\partial T}$$

- Densidad de estados gas electrones

$$g(\epsilon)d\epsilon = \frac{4\pi V}{h^3} (2m)^{3/2} \sqrt{\epsilon} d\epsilon$$