Licenciatura y Grado en Física, Ingeniería Electrónica 28 de marzo de 2014

Física moderna/Introducción a la estructura de la materia: control I.

(Tiempo del examen: 2 h. Se deberán resolver tres ejercicios, eligiendo dos del Bloque A, más el 4º ejercicio del Bloque B. Se asigna la puntuación máxima de cada ejercicio cuando se responde razonadamente y correctamente a todas sus cuestiones.)

Bloque A

1. (25 puntos)

   (a) Un electrón se desplaza libremente dentro de una cavidad unidimensional de anchura $L = 1Å$, rebotando elásticamente en las paredes de manera periódica. Aplicar la reglas de cuantización de Wilson-Sommerfeld para determinar los posibles valores de su longitud de onda de de Broglie. Calcular sus valores numéricos (en Å) para el estado fundamental y para el primer estado excitado.

   (b) El electrón puede pasar de su estado fundamental a otro estado excitado absorbiendo un fotón de energía adecuada. Calcular el valor numérico (en Å) de la longitud de onda máxima que debe tener un fotón para que, al ser absorbido por el electrón, éste pueda saltar de su estado fundamental al primer estado de excitación.

2. (25 puntos) En un experimento de Rutherford, un haz de 10^{12} partículas α por unidad de tiempo (seg) y área, incide sobre una lámina de oro. Un detector plano recoge las partículas dispersadas.

   (a) Si el haz tiene una sección de 1 mm^2, calcular el número de partículas α por segundo que pasan a una distancia de $0.01Å$ de un núcleo de oro.

   (b) Encontrar el cociente entre el número de partículas que se dispersan dentro de un anillo $d\theta$ a $\theta = 135^o$, y las dispersadas en el anillo $d\theta$ a $\theta = 45^o$

3. (25 puntos) En un experimento de difracción se utilizan electrones acelerados por una diferencia de potencial de 80000 V, que inciden perpendicular a unas rendijas separadas $0.1\mu m$. El diagrama de difracción se observa sobre una pantalla a 10 cm de la rendija.

   (a) Calcular la separación sobre la pantalla entre el máximo central y el tercer máximo secundario.

   (b) Si se realiza el mismo experimento con luz visible ($5000Å$), ¿qué separación tendrán las rendijas para que la imagen de difracción tenga el mismo tamaño en la pantalla?

Bloque B

4. (50 puntos) Considerar una partícula de masa m en un pozo infinito de anchura a ($0 < x < a$). La función de onda en el instante t=0 viene dada por:

$$\psi(x, t = 0) = A(3 \sin \frac{2\pi x}{a} - 2 \sin \frac{3\pi x}{a})$$

   (a) (5p) Sin realizar integral alguna, calcular el valor de A para que la función esté normalizada.

   (b) (5p) Escribir la expresión de la función de onda $\psi(x, t)$ para un instante posterior t

   (c) (5p) Si se mide la energía en el instante t, ¿qué posibles valores se pueden obtener?. Calcular el valor promedio de la energía $< E >$. Calcular el valor de $< \frac{1}{E} >$

   (d) (5p) ¿Puede asignarse un valor determinado a la longitud de onda de de Broglie asociada a la onda de la partícula?. Razonar la respuesta

   (e) (5p) Calcular la probabilidad para encontrar la partícula exactamente en $x = a/4$ en el instante $t = \frac{4ma^2}{10\hbar}$.

(f) (5p) La función de onda es una combinación de dos estados. ¿Con qué frecuencia cambia la partícula de un estado a otro?. Realizar un cálculo numérico para un electrón ($m = 9.1 \times 10^{-31}$) Kg en un pozo de $1\mathring{A}$ de anchura.

Fórmulas y ecuaciones importantes:

- Sección eficaz diferencial para dispersión Rutherford:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{16} D^2 \frac{1}{\sin^4(\theta/2)}$$

  donde

$$D = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{zZe^2}{E}$$

- Niveles de energía de un pozo infinito: $E_n = \frac{\hbar^2\pi^2 n^2}{2ma^2}$

- Funciones autoestado de un pozo infinito: $\phi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin(n\frac{\pi x}{a})$