

Álgebra lineal y Geometría I

25 de Mayo de 2011

Segundo parcial

1. Sea b la forma bilineal de $\mathbb{R}^4$ dada por la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

- a) ¿Es un producto escalar?
- b) Hállese una matriz $P \in GL(4, \mathbb{R})$ tal que ${}^t P A P = D$ sea una matriz diagonal que contenga solamente 1's, -1's y 0's.
2. En el espacio afín $\mathbb{R}^4$ se consideran los subespacios afines siguientes:

$$S = \{(1, 1, -1, 0) + \lambda(1, 1, -1, -1) \mid \lambda \in \mathbb{R}\} \quad \text{y}$$
$$T, \text{ de ecuaciones } x + y - 2t + 4 = 0 = z + t + 1.$$

- a) Hállense las ecuaciones implícitas de S y las paramétricas de T y estúdiese la posición relativa de S y T .
- b) Obténgase un subespacio afín perpendicular a S y a T . Calcúlese la distancia entre S y T .
- c) Definiciones de traslación, homotecia y dilatación. Puntos y subespacios invariantes de cada una de ellas.
3. Sea $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ la aplicación definida por

$$f(x, y) = \frac{1}{2} \left(\sqrt{3} + x + \sqrt{3}y, -3 + \sqrt{3}x - y \right).$$

- a) Pruébese que es una simetría. ¿Es una simetría ortogonal?
- b) Hállense sus puntos fijos y su dirección.
- c) Hállese la imagen del subespacio $x = 0$.
- d) Imagen de un subespacio afín por una aplicación afín. ¿Las aplicaciones afines conservan la dimensión de los subespacios? ¿Conservan el paralelismo?