
KALKULU DIFERENTZIALA ETA INTEGRALA I

Fisika eta Ingeniaritza Elektronikoko graduetako 1. kurtsoa - 31 Taldea

Ohiko deialdiko azterketa. 2012ko maiatzaren 29a.

2. Lauhilabetea

TEORIA (2 puntu): Hiru galdera hauetatik, aukera itzazu **bi**.

- T1.** Enuntziatu eta frogatu funtzio-segiden konbergentzia uniformeari buruzko teorema bat.
- T2.** Enuntziatu eta frogatu integralaren batez besteko balioaren lehen teorema.
- T3.** Izan bitez $f: D \subset \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ eta $(x_0, y_0) \in D$. Definitu f -ren diferentziagarritasuna eta diferentziala (x_0, y_0) puntuan.

GALDERAK (3 puntu): Erantzun itzazu **lau** galdera hauek.

G1. Izan bedi

$$f_n(x) = \begin{cases} n^2 x, & 0 \leq x \leq 1/n, \\ 1/x, & x > 1/n. \end{cases}$$

Aztertu $\{f_n\}$ funtzio-segidaren konbergentzia eta konbergentzia uniformea $[0, \infty)$ multzoan.

G2. Aztertu $\int_0^\infty \frac{x \arctan x}{2x^3 + \sin x} dx$ integral inpropioaren konbergentzia.

G3. Izan bedi

$$f(x) = \begin{cases} 2, & x \in \mathbf{Q}, \\ 0, & x \notin \mathbf{Q}. \end{cases}$$

Kalkulatu f -ren $[0, 3]$ tarteko goi-baturak eta behe-baturak. Integragarria al da f $[0, 3]$ tartean?

G4. Kalkulatu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^{2n}}{n9^n}$ seriearen konbergentzia-eremua.

PROBLEMAK (5 puntu): Egin itzazu **hiru** problema hauek.

P1. Kalkulatu $\int \sqrt[3]{\frac{x-1}{x+2}} \frac{dx}{x-1}$. **(1,5 puntu)**

P2. Izan bedi $f(x) = \ln \frac{1+x^2}{1-x^2}$. Kalkulatu f funtzioaren MacLaurinen seriea eta bere konbergentzia erradioa. **(1,5 puntu)**

P3. Izan bedi

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{1 - \cos \sqrt{x^2 + y^2}}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0), \\ 1/2, & (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

- (a) Aztertu f -ren jarraitutasuna planoko puntu guztietan.
- (b) Aztertu f -ren diferentziagarritasuna planoko puntu guztietan.
- (c) Kalkulatu $z = f(x, y)$ gainazalaren plano ukitzailea $(0, 0, 1/2)$ puntuan.

(2 puntu)