

Examen de Control Automático I

Convocatoria de Mayo 2015

15 de mayo de 2015

1. Un sistema de una bola metálica levitada magnéticamente, linealizado en torno a un punto de equilibrio particular, se puede describir con la función de transferencia $G(s)$, que relaciona la corriente que crea el campo magnético con la posición de la bola. Para estabilizar el sistema es necesario introducir un controlador, en este caso una red de adelanto $C(s)$.

$$G(s) = \frac{1600}{(s + 40)(s - 40)}, \quad C(s) = K \frac{8(s + 50)}{5(s + 80)}$$

- a) Trazar el Lugar de las Raíces, siendo el lazo abierto $C(s)G(s)$, y realizar un análisis de la dinámica del sistema en función de K , siendo la realimentación unitaria.

- b) Explicar la diferencia cuando el controlador se encuentra en la cadena de realimentación.

- c) En función de la dinámica obtenida, describir cualitativamente el periodo de nuestro adecuado en función de K , si se quiere discretizar el sistema.

Nota: Los posibles puntos de confluencia y dispersión son: $-7,52$ y $-53,74 \pm 17,43j$.

2. En un sistema de soldadura por arco se desea controlar el diámetro del cordón de soldadura. Para ello, mediante un sistema de visión, se mide dicho diámetro y se introduce un esquema de control por realimentación. La dinámica del sistema se puede representar de manera simplificada por la función de transferencia $G(s) = \frac{1}{(0,5s+1)(s+1)}$ y el sistema de visión por medio de $H(s) = \frac{1}{0,005s+1}$.

- a) Diseñar un controlador de modo que el error en permanente ante una referencia constante sea menor que el 5 % y que el Margen de fase sea mayor o igual que 60°
- b) Una vez realizado el diseño se incrementa el valor de la ganancia proporcional en un 70 %. Explicar el efecto de este incremento sobre el comportamiento del sistema en lazo cerrado.

3. Se desea controlar la respuesta de un sistema descrito por una función de transferencia $G(s)$. El controlador es únicamente una ganancia proporcional y la realimentación es unitaria. El diagrama de Nyquist correspondiente a $G(s)$ viene dado por la figura 1. Si el controlador se realiza por medio de un dispositivo digital es necesario introducir un muestreador y un muestreador en el esquema. De nuevo suponemos realimentación unitaria y únicamente un control proporcional. El equivalente discreto del sistema, retenedor y muestreador viene dado por la función de transferencia en z $G(z)$. El diagrama de Nyquist correspondiente es el representado en la figura 2.

Analizar la estabilidad en lazo cerrado en función de la ganancia del controlador en los dos casos, justificando razonadamente las diferencias encontradas.

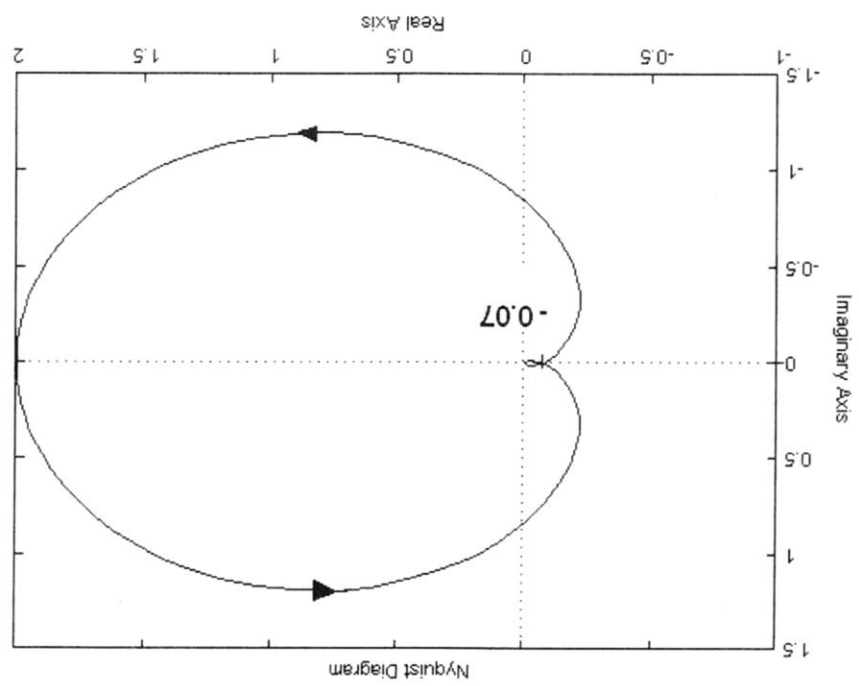


Figura 1: Diagrama de Nyquist del sistema continuo

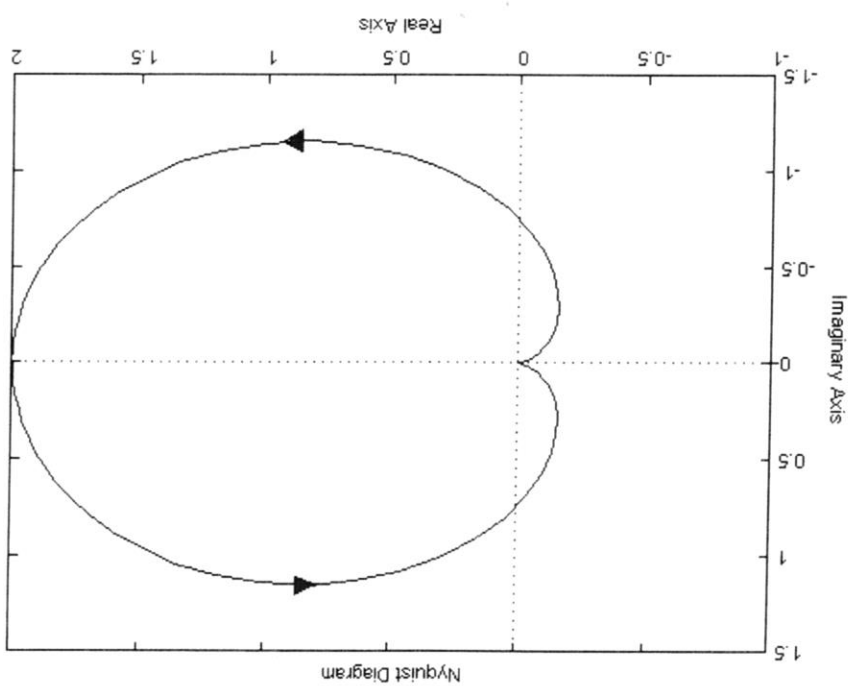


Figura 2: Diagrama de Nyquist del sistema discreto equivalente

Hoja de Fórmulas para CA1

Teorema del valor final (Transformada de Laplace): $\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sF(s)$

Teorema del valor final (Transformada z): $\lim_{k \rightarrow \infty} f(kT) = \lim_{z \rightarrow 1} (1 - z^{-1})F(z)$

Redes de atraso/adelanto: $G_c(s) = \frac{1 + aTs}{1 + Ts}$

- Valor máximo del retardo/avance de fase y frecuencia a la que se produce: $\omega_m = \frac{1}{T\sqrt{a}}$
 $\text{sen} \varphi_M = \frac{a-1}{a+1}$
- $a = \frac{1 + \text{sen} \varphi_m}{1 - \text{sen} \varphi_m}$

Especificaciones frecuenciales de un sistema de segundo orden: $G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\delta\omega_n s + \omega_n^2}$

$$\omega_c = \omega_n \sqrt{(1 - 2\delta^2) + \sqrt{1 + (1 - 2\delta^2)^2}}$$

$$\left. \begin{aligned} M_r &= \frac{1}{2\delta\sqrt{1 - \delta^2}} \\ \omega_r &= \omega_n \sqrt{1 - 2\delta^2} \end{aligned} \right\} \quad \text{para } 0 \leq \delta \leq \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.707$$

Especificaciones temporales de un sistema de segundo orden:

$$\%R = 100 e^{-\frac{\pi\delta}{\sqrt{1 - \delta^2}}}$$

$$T. \text{ pico} \quad T_1 = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1 - \delta^2}}$$

$$T. \text{ establecimiento (2\%)} \quad T_p \approx \frac{4}{\delta\omega_n} \quad (0 < \delta \leq 0.9)$$

Equivalente discreto (ZOH+sistema continuo: G(s)+Muestreador):

$$G(z) = (1 - z^{-1})Z\left[\frac{G(s)}{s}\right]$$

Errores en permanente-Coefficientes estáticos de error:

Señal de error: $E(s) = \frac{1}{1 + G(s)H(s)}$, G(s): Cadena directa, H(s): Realimentación

$$e_{p_escalón} = \frac{1}{1 + k_p}, \quad e_{p_rampa} = \frac{1}{k_v}, \quad e_{p_parábola} = \frac{1}{k_a}$$

$$k_p = \lim_{s \rightarrow 0} G(s)H(s), \quad k_v = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s)H(s), \quad k_a = \lim_{s \rightarrow 0} s^2 G(s)H(s)$$

Errores en permanente-Coeficientes estáticos de error (Sistemas discretos):

Señal de error: $E(z) = \frac{1}{1+C(z)GH(z)}$, $C(z)$: controlador, $GH(z)$ equivalente

discreto de la planta y la realimentación

$$e_{p_escalón} = \frac{1}{1+k_p}, \quad e_{p_rampa} = \frac{1}{k_v}, \quad e_{p_parábola} = \frac{1}{k_a}$$

$$k_p = \lim_{z \rightarrow 1} C(z)GH(z), \quad k_v = \lim_{z \rightarrow 1} (z-1)C(z)GH(z), \quad k_a = \lim_{z \rightarrow 1} (z-1)^2 C(z)GH(z)$$

Intersección y ángulos de las asíntotas:

$$\theta_i = \frac{(2i+1)}{n-m} \pi, \quad i: 0, 1, \dots, (n-m-1)$$

$$\sigma = \frac{\sum (\text{polos de la FTLA}) - \sum (\text{ceros de la FTLA})}{n-m}$$

Aproximación en diferencias de la derivada: $s = \frac{z-1}{Tz}$

Aproximación bilineal de s: $s = \frac{2}{T} \frac{z-1}{z+1}$

Tabla de Routh-Hurwitz:

$$D(s) = a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + a_2 s^{n-2} + \dots + a_{n-1} s + a_n$$

s^n	a_0	a_2	a_4	$\dots$
s^{n-1}	a_1	a_3	a_5	$\dots$
s^{n-2}	b_1	b_2	b_3	$\dots$
s^{n-3}	c_1	c_2	c_3	$\dots$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
s^1	k_1	0	0	$\dots$
s^0	l_1	0	0	$\dots$

$$b_1 = \frac{a_1 a_2 - a_3 a_0}{a_1}$$

$$b_2 = \frac{a_1 a_4 - a_5 a_0}{a_1}$$

Aplicación del criterio de Routh-Hurwitz a sistemas discretos:

Cambio de variable $w = (z-1)/(z+1)$