

Detección de fallos en la orientación de palas en aerogeneradores mediante observadores \mathcal{H}_2 tipo PI

Ester Sales-Setién, Ignacio Peñarrocha, Daniel Dolz
Universitat Jaume I, Castelló, Spain. {esales,ipenarro,ddolz}@uji.es

Resumen

En este trabajo se presenta una estrategia de detección de fallos aplicable al sistema de orientación de palas en aerogeneradores marinos. En primer lugar, se modela el sistema y los posibles fallos y se propone un observador de tipo PI atendiendo al conocimiento del ruido de medida de los sensores. El diseño del observador se realiza atendiendo a necesidades de ratio de falsas alarmas, nivel de fallo mínimo detectable y tiempo de detección, siendo el compromiso entre estas prestaciones el hilo conductor del diseño. Mediante un ejemplo marco ampliamente utilizado se han realizado diferentes simulaciones que muestran la bondad del enfoque y la flexibilidad del mismo para fijar de forma explícita las prestaciones del detector.

1. Introducción

A diferencia de otras tecnologías de producción de energía, los aerogeneradores están expuestos a condiciones meteorológicas muy extremas y variables, incluyendo desde vientos calmados hasta ráfagas de gran intensidad. En consecuencia, éstos están sometidos a cargas que cambian constantemente, lo que resulta en unas condiciones de operación de alta variabilidad que dificultan su correcto funcionamiento. Estudios recientes, [1, 2], muestran una tendencia creciente en la instalación de turbinas de mayor potencia, lo que se traduce en un desarrollo de los generadores eólicos marinos. Por su ubicación y su tamaño, las instalaciones marinas presentan aún mayores desafíos tecnológicos que los aerogeneradores ordinarios.

La inactividad operacional de los aerogeneradores alcanza hasta un 3 % de su vida útil, y los costes de mantenimiento pueden suponer entre el 10 % y el 30 % de los costes totales de un proyecto eólico [3]. Un aerogenerador consta de tres subsistemas principales: el sistema de orientación de las palas, que es el responsable de regular la cantidad de energía eólica que se transforma en energía mecánica; el rotor unido por un tren de engranajes al generador, donde la energía mecánica se convierte en energía eléctrica y el controlador, que se encarga de regular el funcionamiento de los dos anterior-

res. En [4] se afirma que el sistema de orientación de las palas es el responsable de los tiempos de parada.

Para detectar irregularidades en los sensores y actuadores de este subsistema se pueden utilizar técnicas de detección de fallos (FD, del término inglés *Fault Detection*), [5]. Estos métodos revelarían la aparición de problemas de funcionamiento y evitarían que se desencadenarían fallos críticos. Así, se reducirían tanto el tiempo de parada como los costes de mantenimiento. Un problema de FD comprende, generalmente, el cómputo de un residuo, que deber ser insensible a los ruidos de proceso y de medición, y una estrategia de declaración de fallos a partir del análisis del residuo. El método para la generación del residuo depende la información disponible del sistema. Si se tiene un modelo lo suficientemente preciso, se pueden aplicar estrategias de FD basadas en el modelo [6–9].

En este trabajo se propone una estrategia de FD diseñada a partir de la norma \mathcal{H}_2 entre el ruido de medida, la señal de fallo y error de estimación del fallo utilizado para la generación del residuo. Primero, se definirán las prestaciones buscadas así como el algoritmo de detección. En función de estas prestaciones se presentará una estrategia de diseño del detector mediante un problema de optimización. La estructura del trabajo es la siguiente. Primero, se plantea el problema en la Sección 2, donde se incluye un modelo matemático de los sistemas de orientación de las palas del generador y de los respectivos fallos a considerar. En la Sección 2.2 se propone una estrategia de detección de estos fallos y se especifican los requerimientos a tener en cuenta en el diseño del detector, incluido en la Sección 3. En la Sección 4 se incluyen algunos resultados de simulación y, por último, en la Sección 5 se resumen las principales conclusiones.

2. Descripción del problema

El problema de detección de fallos de este trabajo se centra en un problema real de detección de fallos en el sistema de orientación de palas de aerogeneradores marinos. El modelo de aerogenerador considerado está basado en el propuesto por

Odgaard et al. en [10], donde se describe un aerogenerador marino tripala de velocidad variable. La complejidad del modelo de este sistema es lo suficientemente complejo para alcanzar con una precisión aceptable los objetivos de FD requeridos. El conjunto de fallos relevantes a considerar también están especificados en [10], a donde se remite para detalles de modelado más precisos. A continuación se definen los elementos necesarios para el desarrollo del detector.

2.1. Sistema

Debido a su carácter hidráulico, el funcionamiento en bucle cerrado de cada uno de los sistemas de orientación de las palas se puede modelar mediante un sistema de segundo orden. Para simplificar la notación y dada la similitud entre los tres sistemas de orientación, se trabajará únicamente con uno de ellos. La función de transferencia entre el ángulo de paso real de una pala, β , y el correspondiente ángulo de referencia proporcionado por el controlador del aerogenerador, β_{ref} , resulta en

$$\frac{\beta(s)}{\beta_{ref}(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}. \quad (1)$$

Esta dinámica puede variar tras una caída de presión en la alimentación o un aumento de la cantidad de aire presente en el aceite. En ambos casos, estos fallos resultarían en una variación de los parámetros ω_n y ξ . Por este motivo se escriben los parámetros anteriores como $\omega_n = \omega_{n_0} + \Delta\omega_n$ y $\xi = \xi_0 + \Delta\xi$, donde ω_{n_0} y ξ_0 se refieren a los valores nominales en funcionamiento normal y $\Delta\omega_n$ y $\Delta\xi$ a las variaciones respecto de dicho punto. La representación interna del sistema anterior teniendo en cuenta los posibles cambios de la dinámica (situación de fallo) se puede escribir como

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_{n_0}^2 & -2\xi_0\omega_{n_0} \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ \omega_{n_0}^2 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}^T f_a, \quad (2)$$

donde $x = [\beta \quad \dot{\beta}]^T$ representa el vector de estado y $u = \beta_{ref}$ es la entrada al sistema. f_a es una señal de fallo aditiva que representa el funcionamiento anómalo del actuador (ver [11]) y, ante cambios en la dinámica del actuador, su valor se correspondería con

$$f_{\dot{\beta}} = -2(\xi_0\Delta\omega_n + \omega_{n_0}\Delta\xi + \Delta\xi\Delta\omega_n)\dot{\beta} + (\Delta\omega_n^2 + 2\omega_{n_0}\Delta\omega_n)(\beta_{ref} - \beta). \quad (3)$$

Para aumentar la fiabilidad del sistema, cada ángulo de paso se mide con dos sensores, β_{m_1} y β_{m_2} . La señal de medición se modela como la suma del valor real de la variable medida, β_i , y de

un ruido gaussiano de media nula y varianza $\sigma_{\beta_m}^2$. Estos sensores pueden experimentar tanto fallos mecánicos como eléctricos, que resultan, respectivamente, en una ganancia o en un valor fijo de las mediciones. Una señal de fallo aditiva tendría en cuenta estos dos tipos de fallo y la ecuación de mediciones del sistema se podría escribir como

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} f_s + v, \quad (4)$$

con $y_0 = [\beta_{m_1} \quad \beta_{m_2}]^T$ el vector de salida y $v = [v_1 \quad v_2]^T$ el ruido asociado a cada una de estas mediciones. Por su parte, la señal f_s representaría la disfunción de uno de los dos sensores. De manera que $f_s = f_{\beta_{m_1}}$ cuando el fallo se presenta en el sensor β_{m_1} y $f_s = -f_{\beta_{m_2}}$ cuando las medidas erróneas proceden del sensor β_{m_2} . Suponiendo que estos dos fallos no ocurren de manera simultánea, esta simplificación no tendría ningún efecto sobre los resultados obtenidos.

Discretizando las ecuaciones (2) y (4), el modelo discreto de espacio de estados del sistema resulta en

$$x_{k+1} = A_0 x_k + B_0 u_k + E_0 f_{a,k}, \quad (5)$$

$$y_k = C_0 x_k + H_0 f_{s,k} + v_k. \quad (6)$$

En el presente trabajo se modelizarán los fallos con señales de variación lenta, es decir

$$f_{k+1} = f_k + \Delta f_k, \quad (7)$$

donde f_k representa el vector $[f_{a,k} \quad f_{s,k}]^T$ y Δf_k la respectiva variación de los fallos entre los instantes k y $k+1$. La ecuación (7) permite modelizar, por ejemplo, señales escalón (Δf_k solo es no nula en el momento de aparición del fallo) o señales rampa (Δf_k toma un valor constante durante la presencia del fallo). Este tipo de modelización ha sido ampliamente utilizada en la literatura para analizar el comportamiento de los algoritmos de detección de fallos (ver [11,12]). Por último, introducimos un modelo de orden extendido para incluir la dinámica del fallo en el modelo del sistema; así,

$$z_{k+1} = A z_k + B u_k + B_f \Delta f_k, \quad (8)$$

$$y_k = C z_k + v_k, \quad (9)$$

donde $z_k = [x_k^T \quad f_k^T]^T$ es el vector de estado extendido y

$$A = \begin{bmatrix} A_0 & [E_0 & 0] \\ 0 & I \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} B_0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad B_f = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix},$$

$$C = [C_0 \quad [0 \quad H_0]].$$

2.2. Detector de fallos

Para la detección de la presencia de fallos se opta por utilizar un algoritmo de detección basado en observadores del modelo. En concreto, se propone el siguiente algoritmo de estimación del estado del sistema,

$$\hat{z}_k = \hat{z}_{k-1} + L(y_k - C \hat{z}_{k-1}), \quad (10)$$

donde L es la matriz de ganancias que define la relación entre las nuevas mediciones y la predicción que se obtiene del modelo. Definiendo el error de estimación como $\tilde{z}_k = z_k - \hat{z}_k$, su dinámica viene dada por

$$\begin{aligned} \tilde{z}_{k+1} = & (I - LC) A \tilde{z}_k - L v_k \\ & + (I - LC) B_f \Delta f_k \end{aligned} \quad (11)$$

El error de estimación de las señales de fallo vendría dado por $\hat{f}_k = C_f \tilde{z}_k$. Siguiendo el enfoque mostrado en [13], proponemos utilizar los fallos estimados ($\hat{f}_k = C_f \tilde{z}_k$ con $C_f = [0 \quad I]$) para computar un residuo cuadrático en cada instante k como

$$r_k = \hat{f}_k^T F^{-1} \hat{f}_k. \quad (12)$$

Con todo, la decisión de detección de fallo viene dada por

$$\begin{cases} \text{si } r_k \leq \delta & \text{No fallo} \\ \text{si } r_k > \delta & \text{Fallo} \end{cases} \quad (13)$$

donde δ es un umbral por definir. Esto quiere decir que la detección de fallos se consigue a partir de la estimación de las señales de fallo que afectan al estado y a las mediciones.

Para evaluar las prestaciones de un detector de fallos se debe tener en cuenta diferentes parámetros que se especifican a continuación. Primero, de acuerdo con [14, 15], el mínimo fallo detectable se define como el fallo que lleva al residuo a sobrepasar su umbral cuando no existen otros fallos o ruidos en el sistema y se denota con $f_{\min, l}$ para el canal de fallo l .

Observación 1. De acuerdo con la definición anterior, dadas (12) y (13) y asumiendo un error de estimación nulo ($\hat{f}_k = f_k$); el mínimo fallo detectable satisface $f_{\min, l}^2 F^{-1}(l, l) = \delta$, para $l = 1, \dots, n_f$, siendo n_f el número de fallos del sistema, y donde $F^{-1}(l, l)$ hace referencia al elemento l -ésimo de la diagonal de la matriz F^{-1} .

Segundo, el ratio de falsa alarma (FAR, del término inglés *False Alarm Rate*) se define en [14] como la probabilidad media de que salten falsas alarmas a lo largo de una ventana de tiempo infinito, es decir

$$\phi = \lim_{K \rightarrow \infty} \frac{1}{K} \sum_{k=0}^{K-1} \Pr\{r_k > \delta \mid f_k = 0\}. \quad (14)$$

Observación 2. El FAR (14) de (12)-(13) está acotado por

$$\phi \leq \frac{1}{\delta} \mathbf{E}\{r_k \mid f_k = 0\}. \quad (15)$$

La desigualdad de Markov establece que dada x cualquier variable aleatoria positiva y $a > 0$, la desigualdad $\Pr\{x > a\} \leq \frac{\mathbf{E}\{x\}}{a}$ se cumple. Utilizando esta desigualdad y la definición del FAR (14), se tiene (15).

Tercero, se define el error cuadrático acumulado de estimación de un fallo (a partir de ahora ISE del término inglés *Integral of the Squared Error*) como

$$\varphi_l = \sum_{k=1}^{\infty} \tilde{f}_k^2(l). \quad (16)$$

El ISE ayuda a cuantificar el desempeño temporal del detector ante fallos de forma similar a como evalúa el rechazo de perturbaciones o seguimiento de referencias en el diseño de controladores.

El diseño de un detector de fallos implica el compromiso entre el FAR, el mínimo fallo detectable y el ISE. El objetivo de este trabajo es conseguir el cómputo de la matriz de ganancias L que satisfaga este compromiso de la forma deseada y más apropiada posible.

3. Diseño del detector de fallos

Para diseñar la matriz L , que regula el estimador, y la matriz F , que define el residuo, se seguirá un enfoque basado en la norma \mathcal{H}_2 de (11).

Teorema 1. Considérese el algoritmo de estimación (10) aplicado al sistema (8)-(9). Si existen unas matrices simétricas P , F , Γ_f , Γ_v y una matriz completa X que satisfagan

$$\begin{bmatrix} P & \mathcal{A} & 0 \\ \mathcal{A}^T & P & C_f^T \\ 0 & C_f & F \end{bmatrix} \succeq 0, \quad \begin{bmatrix} P & \mathcal{B}_\mu \\ \mathcal{B}_\mu^T & \Gamma_\mu \end{bmatrix} \succeq 0, \quad \mu = \{f, v\}, \quad (17)$$

con $\mathcal{A} = (P - X C) A$, $\mathcal{B}_f = (P - X C) B_f$ y $\mathcal{B}_v = -X$; entonces, si la matriz de ganancias se define como $L = P^{-1} X$, se cumplen las siguientes afirmaciones:

- En ausencia de fallos y ruidos, la estimación del estado (11) converge a cero.
- La señal residuo (12) está acotada por

$$\mathbf{E}\{\|r\|_{RMS}\} \leq \text{tr}(\Gamma_v V) + \text{tr}(\Gamma_f \Delta_f), \quad (18)$$

donde $\Delta_f = \mathbf{E}\{\Delta f_k \Delta f_k^T\}$; entonces, en la ausencia de fallo, la señal del residuo cumple $\mathbf{E}\{\|r\|_{RMS}\} \leq \text{tr}(\Gamma_v V)$.

Demostración. Ver Anexo A. □

El siguiente teorema extiende el anterior para acotar el FAR del residuo.

Teorema 2. *Dado un umbral $\delta > 0$ y un número positivo $\bar{\phi} \in (0, 1)$, si se cumplen las premisas del Teorema 1 y*

$$\text{tr}(\Gamma_v V) \preceq \bar{\phi} \delta, \quad (19)$$

entonces, la siguiente afirmación es cierta:

- *En ausencia de fallos y bajo condiciones iniciales nulas, el algoritmo de detección propuesto asegura un FAR acotado por $\bar{\phi}$.*

Demostración. Ver Anexo B. □

Por último, el siguiente teorema extiende los resultados anteriores acotando el ISE de las estimaciones de fallo.

Teorema 3. *Dado un valor $\bar{\varphi}_l > 0$, si se cumplen las premisas del Teorema 1 y*

$$F(l, l) \Gamma_f(l, l) \preceq \bar{\varphi}_l, \quad (20)$$

donde $F(l, l)$ y $\Gamma_f(l, l)$ denotan el l -ésimo elemento diagonal de las matrices F y Γ_f , entonces, la siguiente afirmación adicional es cierta:

- *En ausencia de ruidos y bajo condiciones iniciales nulas, el ISE de cada uno de los elementos del vector de estimación de fallos, $\hat{f}_k(l)$, está acotado por $\bar{\varphi}_l$.*

Demostración. Ver Anexo C. □

Observación 3. *De los Teoremas anteriores se deduce que, dado un determinado umbral δ , los valores $\bar{\phi}$ y F acotan, respectivamente, el FAR y los fallos mínimos detectables; lo que determina, en ausencia de fallos, la variabilidad de la señal de estimación debida al ruido. Los valores $\bar{\varphi}_l$ acota el ISE ante fallos de tipo escalón en ausencia de ruidos de medida, con lo que es proporcional al tiempo de detección. Para un determinado valor de F , los elementos de la matriz Γ_f permiten acotar el ISE, es decir, modificar el tiempo de detección.*

Dependiendo de las prestaciones deseadas, el diseño del detector puede realizarse siguiendo diferentes estrategias. Así, para un determinado FAR, se puede buscar el mínimo error de estimación asegurando unos determinados valores de fallo detectable mínimo o se puede diseñar el detector de manera que garantice un determinado error de estimación y minimice los valores de los fallos detectables mínimos. Puesto que en este caso no se requiere una precisión de estimación determinada, se establecerán unos fallos mínimos a detectar

($\bar{f}_{\min, l}$) y se minimizará el ISE, lo que se puede escribir como:

$$\begin{aligned} &\text{minimizar } \gamma && (21) \\ &\text{sujeto a } \mathcal{X}_1 = \left\{ \begin{array}{l} (17), (19), \text{tr}(\Gamma_f) \preceq \gamma, \\ F \preceq \mathcal{F} \end{array} \right\} \end{aligned}$$

sobre las variables γ , Γ_f , F , Γ_v , P y X , donde \mathcal{F} es la matriz cuyos elementos diagonales contienen los fallos mínimos detectables deseados, es decir, $\mathcal{F}(l, l) = \delta^{-1} \bar{f}_{\min, l}^2$.

Es necesario recalcar que el Lema 2 utiliza la desigualdad de Markov para acotar el FAR. Como es sabido, esta cota puede ser demasiado conservadora (ver [16]) porque no tiene en cuenta la verdadera distribución de probabilidad de la señal acotada. Bajo la hipótesis de ruidos de medida gaussianos, el error de estimación de fallo también seguirá una distribución gaussiana. Conocida esta distribución, se puede tratar de obtener el umbral que nos llevaría a una cota más ajustada del ratio de falsas alarmas.

Teorema 4. *Dado un detector de fallos diseñado según (21), si el umbral en (13) se redefine como*

$$\underline{\delta} = \delta \delta_\Sigma \underline{\lambda}(F) / \bar{\lambda}(\Sigma_{\hat{f}}), \quad (22)$$

entonces el ratio de falsas alarmas está acotado por $\bar{\phi}$. Aquí δ es el valor utilizado en (19) y

$$\delta_\Sigma = FDA_{\chi_{n_f}^2}^{-1}(1 - \bar{\phi}), \quad (23)$$

con $FDA_{\chi_{n_f}^2}^{-1}$ la inversa de la función distribución acumulada de para una variable chi cuadrado de n_f grados de libertad. $\underline{\lambda}(F)$ y $\bar{\lambda}(\Sigma_{\hat{f}})$ representan, respectivamente, el mínimo y el máximo valor propio de F y de la matriz $\Sigma_{\hat{f}}$ definida como

$$\begin{aligned} \text{vec}(\Sigma_{\hat{f}}) &= (I - (I - LC) A \otimes (I - LC) A)^{-1} \\ & (L \otimes L) \text{vec}(V). \end{aligned} \quad (24)$$

Demostración. Ver Anexo D. □

Observación 4. *De acuerdo con la Observación 1, si el detector (12) utiliza el umbral $\underline{\delta}$ en lugar de δ , los fallos mínimos detectables pasan a ser aquellos valores $f_{\min, l}$ que satisfacen $f_{\min, l}^2 F^{-1}(l, l) = \underline{\delta}$. Éstos serán menores que los valores $\bar{f}_{\min, l}^2$ incluidos inicialmente en el problema (21). Para conseguir que el fallo mínimo detectable cuando se utiliza el umbral $\underline{\delta}$ sea próximo a $\bar{f}_{\min, l}^2$ se puede realizar un proceso iterativo incrementando \mathcal{F} .*

4. Simulaciones

En esta sección se procede a implementar el método de FD descrito en el apartado anterior sobre el

sistema de orientación de una de las palas de un aerogenerador. Para ello, se utilizarán los parámetros recomendados en [6, 10], es decir $\xi_0 = 0,6$, $w_{n,0} = 11,11$ rad/s y $\sigma_{\beta_m} = 0,2^\circ$. El periodo de muestro utilizado es $T_s = 0,01$. Se simulará una operación de 35 s con la aparición de un fallo en el actuador y en cada uno de los actuadores. Así, las señales de fallo simuladas se pueden escribir como:

$$f_k = \begin{cases} \begin{bmatrix} \epsilon & 0 \end{bmatrix}^T & \text{si } 2 \leq t < 4 \\ \begin{bmatrix} 0 & \epsilon \end{bmatrix}^T & \text{si } 14 \leq t < 16 \\ \begin{bmatrix} 0 & -\epsilon \end{bmatrix}^T & \text{si } 25 \leq t < 27 \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}^T & \text{otro} \end{cases}, \quad (25)$$

donde $\epsilon = 0,25$.

La Figura 1 muestra los resultados de simulación de detectores con diferentes prestaciones. El detector 1 se ha diseñado con un FAR restringido a $\bar{\phi}_1 = 2,5 \cdot 10^{-6}$ y unos fallos mínimos detectables inferiores a $\mathcal{F}_1(l, l) = 0,05$. Para los mismos fallos mínimos detectables, $\mathcal{F}_2(l, l) = 0,05$, y un FAR limitado a $\bar{\phi}_2 = 1 \cdot 10^{-6}$ se ha obtenido el detector 2. Por último, el detector 3 cumple con un FAR igual al del detector 1 $\bar{\phi}_3 = 2,5 \cdot 10^{-6}$ y detecta unos fallos mínimos inferiores a $\mathcal{F}_2(l, l) = 0,03$.

Si se comparan las prestaciones del detector 1 con las del detector 2 ($\mathcal{F}_1(l, l) = \mathcal{F}_2(l, l)$ y $\bar{\phi}_1 > \bar{\phi}_2$) se comprueba que los valores de ISE aumentan cuando se desea estimar con menor ratio de falsas alarmas bajo unos mismos fallos detectables ($\varphi_2(l) = 2,31 \varphi_1(l)$). Este aumento de ISE para los mismos fallos mínimos se traduce en un mayor tiempo de detección. De la misma manera, si ahora se compara el detector 1 con el detector 2 ($\mathcal{F}_1(l, l) > \mathcal{F}_3(l, l)$ y $\bar{\phi}_1 = \bar{\phi}_3$) se observa que el ISE aumenta cuando se quiere detectar fallos mínimos de menor valor ($\varphi_3(l) = 4,55 \varphi_1(l)$). Este aumento de IAE en el caso de menores fallos mínimos detectables refleja un mayor tiempo de detección.

5. Conclusión

En este trabajo, se ha abordado una estrategia de diseño de detectores de fallo para el sistema de orientación de las palas de un aerogenerador. El objetivo es garantizar un método de diseño basado en la observación de las señales de fallo que permita una detección óptima garantizando ciertas prestaciones del detector. Así, se ha propuesto un algoritmo de diseño basado en técnicas de optimización sobre la norma \mathcal{H}_2 que permite fijar, en función de las necesidades requeridas, el ratio de falsas alarmas y la velocidad de detección, la precisión de las estimaciones o los fallos mínimos que harían saltar la alarma del detector. La validez de la propuesta se ha demostrado mediante simulaciones sobre un modelo de referencia internacio-

nal. El siguiente paso sería extender este mismo método a otros subsistemas del generador eólico tales como el conjunto formado por el rotor, tren de engranajes y generador eléctrico.

Agradecimientos

Este trabajo ha sido financiado por la Universitat Jaume I de Castelló a través del proyecto con referencia P1·1B2013-51 y por la Generalitat Valenciana a través de la ayuda predoctoral del programa VALi+d con referencia ACIF/2015/172.

Anexos

A. Demostración del Teorema 1

Definamos una función de Lyapunov en cada instante k como $V_k = \tilde{z}_k^T P \tilde{z}_k$

- En ausencia de ruidos y otros fallos, después de tomar complementos de Schur en la primera desigualdad matricial lineal presentada en (17), premultiplicando el resultado por \tilde{z}_k^T y postmultiplicándolo por su transpuesta, obtenemos que $V_{k+1} - V_k \leq 0$ lo que asegura que el error de estimación del estado extendido (11) converge a cero.
- Operando de manera similar en las demás desigualdades matriciales lineales presentadas en (17) (Complementos de Schur y operaciones con v_k^T y Δf_k^T), calculando el valor esperado de los resultados y añadiendo la restricción anterior, se obtiene

$$\mathbf{E}\{V_{k+1}\} - \mathbf{E}\{V_k\} + \mathbf{E}\{\tilde{f}_k^T F^{-1} \tilde{f}_k\} \quad (26)$$

$$- \mathbf{E}\{v_{k+1}^T \Gamma_v v_{k+1}\} - \Delta f_k^T \Gamma_f \Delta f_k \leq 0, \quad (27)$$

donde se ha tenido en cuenta que \tilde{x}_k , v_{k+1} y Δf_k son señales incorreladas. Sea w un vector estocástico de media μ y matriz de covarianzas W ; si P es una matriz simétrica, entonces $\mathbf{E}\{w^T P w\} = \mu^T P \mu + \text{tr}(P W)$. Considerando condiciones iniciales nulas, aplicando el resultado anterior sobre (26) y sumando el resultado desde $k = 0$ a $K - 1$, entonces

$$\sum_{k=0}^{K-1} \mathbf{E}\{\tilde{f}_k^T F^{-1} \tilde{f}_k\} \leq \sum_{k=0}^{K-1} \Delta x_k^T \Gamma_f \Delta x_k + K \text{tr}(\Gamma_v V)$$

donde se ha tenido en cuenta que $P \succeq 0$, $\mathbf{E}\{v_k\} = 0$ y $\sum_{k=0}^{K-1} \text{tr}(\Gamma_v V) = K \text{tr}(\Gamma_v V)$. Dividiendo esta expresión por K y tomando el límite cuando $K \rightarrow \infty$, se llega a (18), lo que concluye esta demostración.

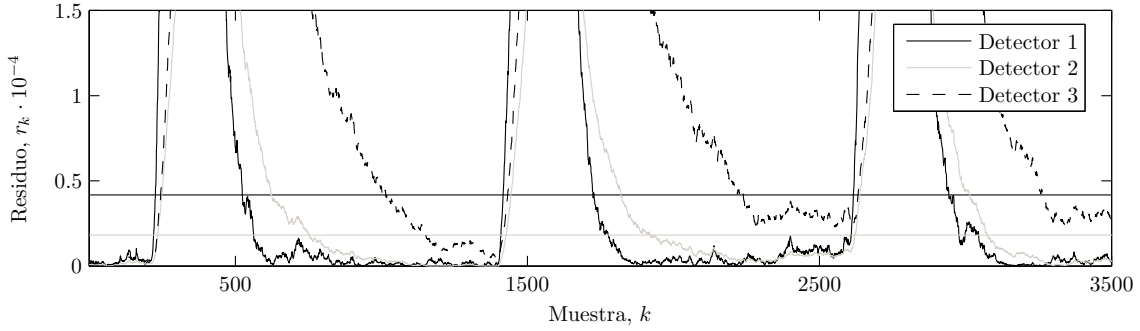


Figura 1: Señal residuo y umbral de diseños con diferentes prestaciones.

B. Demostración del Teorema2

Seguindo el Teorema 1, si no hay fallos en el sistema se tiene $\mathbf{E}\{\|r\|_{RMS}\} \leq \text{tr}(\Gamma_v V)$. Aplicando los resultados de la Observación 2, tenemos $\phi \leq \delta^{-1} \text{tr}(\Gamma_v V)$. Entonces, independientemente de la distribución de probabilidad de r_k , el FAR (14) está acotado por $\bar{\phi}$ cuando se cumple la restricción (19).

C. Demostración del Teorema3

Recuérdese el Teorema 1, bajo condiciones iniciales nulas se tiene

$$\sum_{k=0}^{\infty} \tilde{f}_k^T F^{-1} \tilde{f}_k \leq \sum_{k=0}^{\infty} \Delta f_k^T \Gamma_f \Delta f_k$$

cuando no existe ningún ruido en el sistema. Si aparece un fallo $f(l)$ y éste se puede modelar como un escalón unitario ($\Delta f_k(l) = 1$ en $k = 0$) entonces, $\sum_{k=0}^{\infty} \tilde{f}_k^2(l) \leq \gamma_{f_i} f_l^2 \Delta f_0(l)$ y el ISE esta acotado según

$$\sum_{k=0}^{\infty} \tilde{f}_k^2(l) \leq \gamma_{f_i} f_l^2. \quad (28)$$

Entonces, acotando $\Gamma_f F$ se restringe el ISE de las estimaciones de la señal de fallo $f(l)$, lo que prueba (20).

D. Demostración del Teorema4

Se define Σ_f como la matriz de covarianzas de la estimación de fallo, es decir, $\Sigma_{\hat{f}_k} = \mathbf{E}\{\hat{f}_k^T \hat{f}_k\}$. En ausencia de fallos, $\Sigma_{\tilde{f}_k} = \mathbf{E}\{\tilde{f}_k^T \tilde{f}_k\}$, con lo que a partir de la ecuación de la dinámica (11) se puede llegar a la expresión indicada en (24).

En ausencia de fallos, una señal definida como $s_k = \hat{f}_k^T \Sigma_f^{-1} \hat{f}_k$ sigue una distribución chi-cuadrado de n_f grados de libertad, $\chi_{n_f}^2$, con lo que, por definición,

$$\Pr(\hat{f}_k^T \Sigma_f^{-1} \hat{f}_k > \delta_{\Sigma}) = \bar{\phi}.$$

Dada una matriz M , se tiene $\underline{\lambda}(M)I < M < \bar{\lambda}(M)I$, por lo que se puede acotar la señal s_k con

$$s_k = \hat{f}_k^T \Sigma_f^{-1} \hat{f}_k > \hat{f}_k^T \hat{f}_k \underline{\lambda}(\Sigma_f^{-1}),$$

y el residuo r_k (definido en (12)) con

$$r_k = \hat{f}_k^T F^{-1} \hat{f}_k < \hat{f}_k^T \hat{f}_k \bar{\lambda}(F^{-1}).$$

De estas dos cotas se establece la relación

$$s_k > \frac{\underline{\lambda}(\Sigma_f^{-1})}{\bar{\lambda}(F^{-1})} r_k.$$

Para una señal $s'_k < s_k$ se tiene que $\Pr(s'_k > \delta_{\Sigma}) < \bar{\phi}$, con lo que queda demostrado que el uso del umbral (22) acota el FAR con $\bar{\phi}$.

Referencias

- [1] Mehmet Bilgili, Abdulkadir Yasar, and Erdogan Simsek. Offshore wind power development in europe and its comparison with onshore counterpart. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 15(2):905–915, 2011.
- [2] Andrew R Henderson, Colin Morgan, Bernie Smith, Hans C Sørensen, Rebecca J Barthelmie, and Bart Boesmans. Offshore wind energy in europe—a review of the state-of-the-art. *Wind energy*, 6(1):35–52, 2003.
- [3] Berthold Hahn, Michael Durstewitz, and Kurt Rohrig. Reliability of wind turbines. In *Wind energy*, pages 329–332. Springer, 2007.
- [4] Z Daneshi-Far, GA Capolino, and H Henao. Review of failures and condition monitoring in wind turbine generators. In *Electrical Machines (ICEM), 2010 XIX International Conference on*, pages 1–6. IEEE, 2010.
- [5] Z Hameed, YS Hong, YM Cho, SH Ahn, and CK Song. Condition monitoring and fault detection of wind turbines and related algorithms: A review. *Renewable and Sustainable energy reviews*, 13(1):1–39, 2009.

- [6] Peter Fogh Odgaard, Jakob Stoustrup, Rasmus Nielsen, and Chris Damgaard. Observer based detection of sensor faults in wind turbines. In *Proceedings of European Wind Energy Conference*, pages 4421–4430, 2009.
- [7] Xiukun Wei, Michel Verhaegen, and Tim van Engelen. Sensor fault detection and isolation for wind turbines based on subspace identification and kalman filter techniques. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 24(8):687–707, 2010.
- [8] Wei Chen, Steven X Ding, AHA Sari, Amol Naik, Abdul Qayyum Khan, and Shen Yin. Observer-based fdi schemes for wind turbine benchmark. In *Proceedings of IFAC world congress*, pages 7073–7078, 2011.
- [9] Ahmet Arda Ozdemir, Peter Seiler, and Gary J Balas. Wind turbine fault detection using counter-based residual thresholding. In *Proceedings of IFAC world congress*, volume 2011, pages 8289–8294, 2011.
- [10] Peter F Odgaard, Jakob Stoustrup, and Michel Kinnaert. Fault-tolerant control of wind turbines: A benchmark model. *Control Systems Technology, IEEE Transactions on*, 21(4):1168–1182, 2013.
- [11] Damien Koenig. Unknown input proportional multiple-integral observer design for linear descriptor systems: application to state and fault estimation. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 50(2):212–217, 2005.
- [12] Atef Khedher, Kamel Benothman, Didier Maquin, and Mohamed Benrejeb. State and sensor faults estimation via a proportional integral observer. In *Systems, Signals and Devices, 2009. SSD'09. 6th International Multi-Conference on*, pages 1–6. IEEE, 2009.
- [13] Daniel Dolz, Ignacio Peñarrocha, and Roberto Sanchis. Performance tradeoffs for networked jump observer-based fault diagnosis. *Signal Processing, IEEE Transactions on*, 63(10):2692–2703, 2015.
- [14] J. Chen and R.J. Patton. *Robust model-based fault diagnosis for dynamic systems*. Springer Publishing Company, Incorporated, 2012.
- [15] S.X. Ding. *Model-based fault diagnosis techniques: design schemes, algorithms, and tools*. Springer Science & Business Media, 2008.
- [16] B.A. Ogunnaike. *Random phenomena: fundamentals of probability and statistics for engineers*. CRC Press, 2011.
- [17] Wichern D.W. Johnson, R.A. *Applied multivariate statistical analysis*, volume 4. Prentice hall Englewood Cliffs, NJ, 1992.