





Universidad del País Vasco Euskal Herriko Unibertsitatea

UNIBERTSITATERA SARTZEKO PROBAK

2016ko UZTAILA

GIZARTE ZIENTZIEI APLIKATURIKO MATEMATIKA II

PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

JULIO 2016

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

***Azterketa honek bi aukera ditu. Haietako bati erantzun behar diozu.***

***Ez ahaztu azterketako orrialde bakoitzean kodea jartzea.***

- Kalkulagailu zientifikoak erabil daitezke, programagarriak ez badira.
- Orri honen atzealdean, banaketa normalaren taula dago.

***Este examen tiene dos opciones. Debes contestar a una de ellas.***

***No olvides incluir el código en cada una de las hojas de examen.***

- Está permitido el uso de calculadoras científicas que no sean programables.
- La tabla de la distribución normal está en el anverso de esta hoja.





Universidad  
del País Vasco

Euskal Herriko  
Unibertsitatea

UNIBERTSITATERA SARTZEKO  
PROBAK

2016ko UZTAILA

GIZARTE ZIENTZIEI  
APLIKATURIKO MATEMATIKA II

PRUEBAS DE ACCESO A LA  
UNIVERSIDAD

JULIO 2016

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS  
CIENCIAS SOCIALES II

## A AUKERA

### A 1 (gehienez 3 puntu)

Demagun  $F(x,y) = 15x + 6y$  funtzio lineala dugula,  $XY$  planoan definitua, eta murrizketa hauek dituela:

$$6 \leq 2x + 3y \leq 29, \quad 0 \leq y \leq -1 + 2x, \quad 5x + 2y \leq 45.$$

- Marratzu  $XY$  planoan murrizketak betetzen dituzten soluzio bideragarrien eremua.
- Aurkitu  $F(x,y)$  funtzioaren maximo eta minimoak aurreko atalean zehaztutako eremuan.

### A 2 (gehienez 3 puntu)

$f(x) = ax^3 + bx - 22$  polinomio kubikoa  $(1,0)$  puntutik igarotzen da, eta  $x = 2$  puntuan maximo bat dauka. Erantzun galdera hauei:

- Bilatu itzazu  $a$  eta  $b$  koefizienteak aurreko informazioa erabiliz.
- Aurkitu  $f(x)$ -ren minimoa eta maximoa. Marratzu polinomio horren grafikoaren zirriborroa, haren ezaugarri bereziak aipatuz.

### A 3 (gehienez 2 puntu)

Ekuadorko ekoizle bat eta Brasilgo beste bat tona (tn) bateko kutxa berdin-berdinak eramaten ari dira biltegi batera. Kutxek platanoak edo kafea daukate. Brasilgo ekoizleak 600 kutxa platano eta 1200 kutxa kafe ekarri ditu. Ekuadorkoak, aldiz, 750 kutxa platano eta kafez betetako kutxa kantitate ezezagun bat.

- Baldin eta biltegian dagoen edukiaren % 60 kafea bada, zenbat tona kafe ekarri ditu Ekuadorko ekoizleak?

Bezere batek Ekuadorko kafea erosi du, eta produktu horretatik 400 tn bakarrik gelditu dira biltegian. Erantzun galdera hauei:

- Norbaitek zoriz bi kutxa jarraian aukeratzen baditu, zer probabilitate dago biak herrialde berekoak izateko?
- Zoriz aukeratutako kutxa batek platanoak baldin badauzka, zer probabilitate dago kutxa hori Ekuadorkoa izateko?

### A 4 (gehienez 2 puntu)

300 unibertsitate-ikasle osatutako lagin batean, % 80k erantzun du astero joaten dela zinemara.

- % 95eko konfiantza-mailaz, zer balioren artean egongo da astero zinemara joaten diren unibertsitate-ikasle guztien proportzioa?
- Eta zein izango da aurreko proportziorako tartea % 99ko konfiantza-mailaz?



## B AUKERA

### B 1 (gehienez 3 puntu)

- a) Bedi  $A = \begin{pmatrix} 3 & -3 \\ a & b \end{pmatrix}$  matrizea. Zehaztu  $a$  eta  $b$  parametroen balioak ondoko ekuazio matriziala betetzeko  $A^2 = 2A$ .
- b) Bitez  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$  eta  $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  matrizeak. Zein da  $D = B^{50} \cdot C^T$  matrizea? ( $C^T$  matrizea  $C$  matrizearen iraulia da).

### B 2 (gehienez 3 puntu)

Ur-araztegi batek astean zehar udaleko ur-andelari ura ematen dio, eta ur kantitatea, litrotan adierazia,  $p(x) = 10x^2 - 100x + 550$  funtzioak adierazten du, non  $0 \leq x \leq 7$  adierazpenak astearen aldiunea adierazten baitu, egunetan neurtua. Era berean,  $d(x) = -10x^2 + 80x + 240$  funtzioak ur-eskaria adierazten du. Alde batetik,  $x$  unean, emandako uraren eta eskatutako uraren arteko aldea da ur-fluxua; hau da,  $f(x) = p(x) - d(x)$ ; bestaldetik, ur-soberakina,  $e(r)$ ,  $r$  unera arte metatutakoa da:  $e(r) = \int_0^r f(x) dx$ . Erantzun:

- a) Zein da eskaera maximoko unea?
- b) Zer denbora-tartetan da negatiboa fluxua, hau da, noiz ari da husten ur-andela?
- c) Zein da ur-soberakina aste-amaieran ( $r = 7$ )?

### B 3 (gehienez 2 puntu)

Auto-kontzesionario batek bi motatako autoak saltzen ditu: U (urbanoa, hirikoa) eta L (luxuzkoa). % 60 U motakoak dira, eta haietatik, % 4k martxa-aldagailu automatikoa (A) du; U mota horretako gainerakoek, berriz, eskuzko martxa-aldagailua (E) dute. Salgai dituzten auto guztietatik, % 5ek martxa-aldagailu automatikoa (A) du, eta gainerako % 95ek, berriz, eskuzko martxa-aldagailua (E) dute.

- a) Zoriz auto bat aukeratzen bada eta martxa-aldagailu automatikoa badu, zer probabilitate dago hirikoa izateko?
- b) Luxuzko autoetatik zer portzentajek du martxa-aldagailu automatikoa?

### B 4 (gehienez 2 puntu)

1.000 ikaslek adimen-test bat egin dute. Haien kalifikazioek banaketa normal bati jarraitzen diote, batezbestekoa 70 eta desbiderapen estandarra 20 izanik. Kalkulatu:

- a) Ikasle batek 80 puntu baino gehiago lortzeko probabilitatea.
- b) Ikasle batek 50 puntu baino gutxiago lortzeko probabilitatea.
- c) Zein izango da, % 95eko probabilitatearekin, lor daitekeen kalifikaziorik altuena?



## CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK

---

### GIZARTE ZIENTZIEI APLIKATURIKO MATEMATIKA II

#### **Puntuazio-sistema**

Probaren puntuazioa guztira 0 eta 10 puntu bitartekoa izango da.

Lehenengo bi problemak 0 eta 3 puntu artean baloratuko dira, eta azken biak 0 eta 2 puntu artean.

Problema batean zenbait atal badaude, atal guztiak berdinean baloratuko dira.

Galdera batean erabili beharreko ebazpen-metodoa zehazten ez bada, galdera hori modu egokian ebazten duen edozein bide onartuko da.

#### **Balorazio positiboa merezi duten faktoreak**

- Planteamendu zuzenak.
- Kontzeptuak, hiztegia eta notazio zientifikoa zuzen erabiltzea.
- Zenbakizko datuak eta datu grafikoak interpretatzeko edo/eta kalkulatzeko erabiltzen diren teknika espezifikoak ezagutzea.
- Problema osorik bukatzea eta emaitzaren zehaztasuna.
- Bi emaitza soilik zenbakizko kalkuletan erabilitako zehaztasun-mailan desberdintzen badira, biak ontzat emango dira.
- Ariketa ebaztean egindako pausoen azalpen argia.
- Aurkezpenaren txukuntasuna, bai eta unibertsitatera sartzean dagoen ikasle batek beharko lukeen heldutasuna erakusten duen beste edozein alderdi.

#### **Balorazio negatiboa merezi duten faktoreak**

- Planteamendu okerrak.
- Kontzeptuen nahasketa.
- Kalkulu-akatsen ugaritasuna (oinarrizko gabezien adierazle delako).
- Akats bakanak, hausnarketa kritiko edo sen on falta erakusten dutenean (adibidez, problema baten soluzioa -3,7 hozkailu dela esatea, edo probabilitate baten balioa 2,5 dela).
- Akats bakanak, haien ondorioz ebazitako problema hasieran proposatutakoa baino errazagoa bilakatzen denean.
- Azalpenik eza, bereziki erabiltzen ari den aldagaien esanahiarena.
- Akats ortografiko larriak, desordena, garbitasun falta, idazkera okerra, eta unibertsitatera sartzean dagoen ikasle batek izan beharko ez lukeen edozein ezaugarri desegoki.



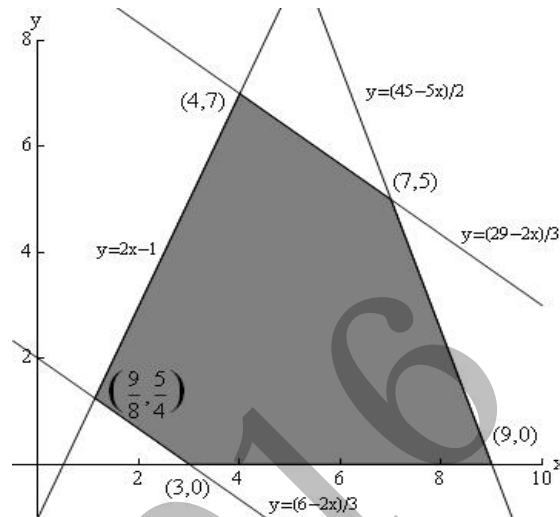
## CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK

### EBAZPENAK

#### A AUKERA

**A 1** (Programazio linealezko problema baten ebazpena)

a) Eremuari dagokion irudia ondokoa dugu:



b) Minimoa:  $F\left(\frac{9}{8}, \frac{5}{4}\right) = 24,375$  puntuan erdiesten da eta maximoa  $(7,5)$  eta  $(9,0)$  puntuen arteko segmentuaren  $(x,y)$  puntu guztietan eta  $F(x,y) = 135$  da.

**A 2** (Funtzio baten parametroak kalkulatzeko. Interpretazioa)

$$f(x) = ax^3 + bx - 22$$

a)  $f'(x) = 3ax^2 + b$ , ondorioz  $0 = f'(2) = 12a + b \Rightarrow b = -12a$

$$\text{Gainera } 0 = f(1) = a - 12a - 22 \Rightarrow a = -2, b = 24$$

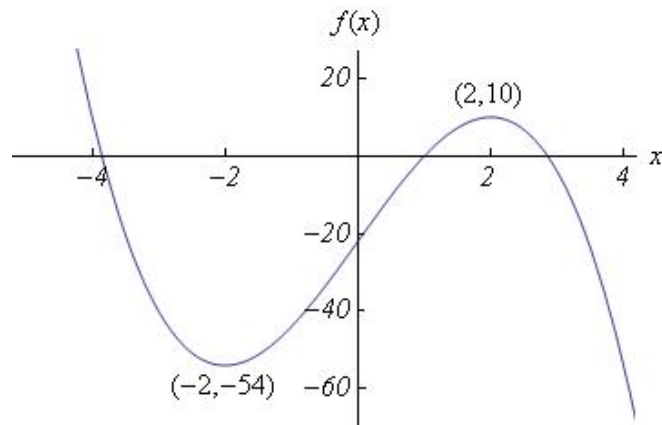
b)  $f(x) = -2x^3 + 24x - 22 \Rightarrow f'(x) = -6x^2 + 24 \Rightarrow f''(x) = -12x$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow x = \pm 2 \text{ funtzioaren muturrak dira.}$$

$$f''(x) = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ inflexio puntua da.}$$

$$f''(2) = -24 \Rightarrow x = +2 \text{ maximoa da eta } f''(-2) = 24 \Rightarrow x = -2 \text{ minimoa.}$$

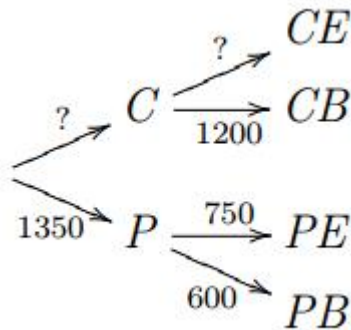
$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -\infty \text{ eta } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \infty$$





**CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN  
ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK**

**A 3** (Probabilitate baten kalkulua, zuhaitz-diagramaren bidez eta probabilitate baldintzatuaren bidez ebazten dena)



Probabilitate zuhaitza definitzeko:

*CE* Ekuadorreko cafe tona,

*CB* Brasilgo cafe tona,

*PE* Ekuadorreko platano tona,

*PB* Brasilgo platano tona,

*P*=platano, *C*=cafe, *B*=Brasil, *E*=Ekuador

a)  $60\% = \frac{60}{100} = \frac{CE+1200}{CE+1200+750+600} \Rightarrow CE = 825$

b) Baldin  $CE = 400$  badira, guztira  $400+750+1200+600 = 2950$  kutxa daude. Orain  $A1$  lehenengo kutxa eta  $A2$  bigarren kutxa izanik

$$p(A1 = B) \cdot p(A2 = B|A1 = B) + p(A1 = E) \cdot p(A2 = E|A1 = E) = \frac{1150}{2950} \cdot \frac{1149}{2949} + \frac{1800}{2950} \cdot \frac{1799}{2949} = 0,5241$$

c)  $p(E|P) = p(P|E) \frac{p(E)}{p(P)} = \frac{750}{1150} \cdot \frac{1150/2950}{1350/2950} = \frac{750}{1350} = 0,5556$

**A 4** (Populazio baten proportzioaren konfiantza-tartearen kalkulua. Formula egokia ezagutu eta modu zuzenean erabiltzea besterik ez da behar)

$N$  ikasleen poblazio osoaren proportzioa  $Y=X/N$  da. Laginaren tamainua

$n = 300$ , ( $n \geq 30$ ) da eta laginaren proportzioa  $\hat{Y} = 0,8$  da.

$$Y = N \left( \hat{Y}, \sqrt{\hat{Y}(1 - \hat{Y})/N} \right) = N(0.8, 0.0231) \Rightarrow Z = \frac{Y - 0.8}{0.0231} = N(0,1)$$

a)  $Y$ -rentzako %95eko konfiantza-tartea:

$$(z_{-0,025}, z_{0,025}) = (-1.96, 1.96) \Rightarrow 0.755 < Y < 0.845$$

b)  $Y$ -rentzako %99eko konfiantza-tartea:

$$(z_{-0,005}, z_{0,005}) = (-2.58, 2.58) \Rightarrow 0.74 < Y < 0.86$$





## CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK

### B AUKERA

#### B 1 (Kalkulu matrizialaren ariketa)

a)  $A^2 = \begin{pmatrix} 9 - 3a & -9 - 3b \\ 3a + ab & -3a + b^2 \end{pmatrix}, 2A = \begin{pmatrix} 6 & -6 \\ 2a & 2b \end{pmatrix}$

$$A^2 = 2A \Rightarrow a = 1, b = -1$$

b) Proposatutako matrizeen biderkadura ondoko matrize bezalakoa izango da:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ a & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ b & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ a + b & 1 \end{pmatrix}$$

Orain prozesua errepikatuz  $B^{n+1} \cdot C^T = B \cdot (B^n \cdot C^T)$  hau lortuko dugu:

$$B \cdot C^T = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, B^2 \cdot C^T = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \dots, B^{50} \cdot C^T = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -48 & 1 \end{pmatrix}$$

#### B 2 (Funtzio baten balioen kalkulua eta bere maximoarena. Interpretazioa)

a) Ur eskaerarik maximoa  $d'(x) = -20x + 80 = 0 \Rightarrow x = 4$  unean da.

b) Fluxu negatiboa izateko:

$$p(x) - d(x) < 0 \Leftrightarrow 20x^2 - 180x + 310 < 0 \Leftrightarrow 2,32 < x < 6,68$$

c) Ur-soberakina:  $\int_0^7 f(x) dx = \left[ \frac{20x^3}{3} - 90x^2 + 310x \right]_0^7 = \frac{140}{3} = 46,67$



### CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK

#### B 3 (Sarrera biko taula baten bidez ebatz daitekeen probabilitate-kalkuluaren ariketa)

	A	E	batura
U	2,4	57,6	60
L	2,6	37,4	40
batura	5	95	

$$a) p(U|A) = \frac{p(U \cap A)}{p(A)} = \frac{0,024}{0,05} = 0,48 = 48\%$$

$$b) p(A|L) = \frac{p(A \cap L)}{p(L)} = \frac{0,026}{0,4} = 0,065 = 6,5\%$$

#### B 4 (Banaketa normalaren ulermena eta erabilpena)

Ikasle baten kalifikazioa  $X = N(70,20)$  banaketa normalari jarraitzen dio eta  $Z = (X - 70)/20 = N(0,1)$  aldagai estandarizatua.

a) 80 puntu baino gehiago lortzeko probabilitatea:

$$p(X > 80) = p(Z > 0,5) = 1 - p(Z \leq 0,5) = 0,3085$$

b) 50 puntu baino gutxiago lortzeko probabilitatea:

$$p(X < 50) = p(Z < -1) = 0,1587$$

c) %95eko probabilitateaz lortzea espero daitekeen kalifikaziorik handiena:

$$p(X \leq n) = 0,95 \Rightarrow p\left(\frac{X - 70}{20} \leq \frac{n - 70}{20}\right) = 0,95 \Rightarrow \frac{n - 70}{20} = 1,64 \Rightarrow n = 102,8$$