

PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD
MAYORES DE 25 AÑOS

PRUEBA ESPECÍFICA

PRUEBA 2011

MATEMÁTICAS

PRUEBA

SOLUCIONARIO



Aclaraciones previas

Tiempo de duración de la prueba: **1 hora**

Contesta cinco de los seis ejercicios propuestos.
 (Cada ejercicio vale 2 puntos.)

1.- En un examen tipo test de 200 preguntas te dan dos puntos por cada acierto y te quitan medio punto por cada fallo.

Para aprobar es necesario contestar a todas las preguntas y hay que obtener, por lo menos, 200 puntos. ¿Cuántas preguntas, como mínimo, hay que contestar correctamente para aprobar?

2.- De entre todos los triángulos rectángulos cuyos catetos suman 10 cm, halla las dimensiones de aquel cuya área es máxima.

3.- Calcula el área comprendida entre las dos funciones siguientes, realizando un dibujo del recinto correspondiente:

$$y = x^2 - 3x$$

$$y = x$$

4.- Halla una recta que sea tangente a la curva:

$$y = x^2 - 2x + 3$$

y que forme un ángulo de 45° con el eje de las "x" (las abscisas) ¿Hay algún punto de la curva en el que la recta tangente sea horizontal?

5.- En una encuesta, pasada a una serie de familias, se ha preguntado por el número de hijos que tiene cada una de ellas, obteniéndose como resultado el siguiente conjunto de datos:

Número de hijos	0	1	2	3	4	5
Número de familias	30	20	40	70	30	10

- a) Determinar la media aritmética.
- b) Representar los datos en un diagrama de barras.
- c) Obtener el porcentaje de las familias que tienen dos o más hijos.

6.- Resuelve las siguientes ecuaciones.

a)
$$\frac{x+1}{x-1} + \frac{3}{x+1} = \frac{x-2}{x^2-1}$$

b)
$$x^4 - 5x^2 - 36 = 0$$

SOLUCIONARIO MATEMÁTICAS
(Mayo 2011)

Aclaraciones previas

Tiempo de duración de la prueba: **1 hora**

Contesta cinco de los seis ejercicios propuestos.
 (Cada ejercicio vale 2 puntos.)

1.- En un examen tipo test de 200 preguntas te dan dos puntos por cada acierto y te quitan medio punto por cada fallo.
Para aprobar es necesario contestar a todas las preguntas y hay que obtener, por lo menos, 200 puntos. ¿Cuántas preguntas, como mínimo, hay que contestar correctamente para aprobar?

Respuesta:

Si llamamos x al número de las preguntas acertadas e y al número de las preguntas falladas, podemos plantear el siguiente sistema de ecuaciones.

$$x + y = 200$$

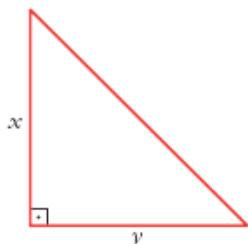
$$2x - 0,5y = 200$$

Resolviendo el sistema nos da $x = 120$ preguntas.

2.- De entre todos los triángulos rectángulos cuyos catetos suman 10 cm, halla las dimensiones de aquel cuya área es máxima.

Respuesta:

Al ser el triángulo rectángulo se verifica el teorema de Pitágoras.



$$x + y = 10 \rightarrow y = 10 - x$$

$$\text{Área} = \frac{x \cdot y}{2} = \frac{x \cdot (10 - x)}{2} = \frac{10x - x^2}{2}, \quad 0 < x < 10$$

Tenemos que maximizar la función:

$$f(x) = \frac{10x - x^2}{2}, \quad 0 < x < 10$$

$$f'(x) = \frac{10 - 2x}{2} = 5 - x = 0 \rightarrow x = 5 \rightarrow y = 10 - 5 = 5$$

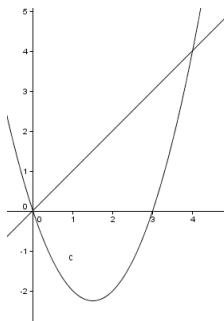
Por tanto los dos catetos del triángulo son iguales a 5 cm y el área del triángulo rectángulo es igual a 12,5 centímetros cuadrados.

3.- Calcula el área comprendida entre las dos funciones siguientes, realizando un dibujo del recinto correspondiente:

$$y = x^2 - 3x$$

$$y = x$$

Respuesta:



El área es el valor de la siguiente integral definida

$$\int_0^4 [x - (x^2 - 3x)] dx = 32 - \frac{64}{3} = \frac{32}{3}$$

Resolviendo el sistema de arriba vemos que las abscisas de los puntos de corte entre ambas funciones son el $x = 0$ y $x = 4$

4.- Halla una recta que sea tangente a la curva:

$$y = x^2 - 2x + 3$$

y que forme un ángulo de 45° con el eje de las x (las abscisas) ¿Hay algún punto de la curva en el que la recta tangente sea horizontal?

Respuesta:

- Si forma un ángulo de 45° con el eje de abscisas, su pendiente es $\tan 45^\circ = 1$.
- Buscamos un punto en el que la derivada valga 1:

$$f'(x) = 2x - 2$$

$$f'(x) = 1 \rightarrow 2x - 2 = 1 \rightarrow x = \frac{3}{2} \rightarrow y = \frac{9}{4}$$

- La recta es: $y = \frac{9}{4} + \left(x - \frac{3}{2}\right) \rightarrow y = x + \frac{3}{4}$

- Veamos si hay algún punto de la curva en el que la recta tangente sea horizontal; es decir, en el que la derivada valga cero:

$$f'(x) = 2x - 2 = 0 \rightarrow x = 1 \rightarrow y = 2 \rightarrow \text{Punto (1, 2)}$$

5.- En una encuesta, pasada a una serie de familias, se ha preguntado por el número de hijos que tiene la familia obteniéndose como resultado el siguiente conjunto de datos:

Número de hijos	0	1	2	3	4	5
Número de familias	30	20	40	70	30	10

- a) Determinar la media aritmética.
- b) Representar los datos en un diagrama de barras.
- c) Obtener el porcentaje de las familias que tienen dos o más hijos.

Respuesta:

- a) la media aritmética se obtiene aplicando la siguiente fórmula.

$$\text{media} = \frac{0 \cdot 30 + 1 \cdot 20 + 2 \cdot 40 + 3 \cdot 70 + 4 \cdot 30 + 5 \cdot 10}{200} = 2'4 \text{ hijos}$$

- c) El porcentaje es igual a: $150/200 = 75\%$

6.- Resuelve las siguientes ecuaciones.

a) $\frac{x+1}{x-1} + \frac{3}{x+1} = \frac{x-2}{x^2-1}$

b) $x^4 - 5x^2 - 36 = 0$

Respuesta:

- a) La solución es $x = 0$ y $x = -4$
- b) Las soluciones reales son $x = 3$ y $x = -3$

CRITERIOS GENERALES DE EVALUACIÓN

1. El examen se valorará con una puntuación entre 0 y 10 puntos.
2. Todos los problemas tienen el mismo valor: hasta 2 puntos.
3. Se valora el planteamiento correcto, tanto global como de cada una de las partes, si las hubiere.
4. No se tomarán en consideración errores numéricos, de cálculo, etc., siempre que no sean de tipo conceptual.
5. Las ideas, gráficos, presentaciones, esquemas, etc., que ayuden a visualizar mejor el problema y su solución se valorarán positivamente.
6. Se valora la buena presentación del examen.

Criterios particulares para cada uno de los problemas:

Problema 1 (2 puntos)

Para puntuar el problema se tendrán en cuenta:

- Planteamiento adecuado del problema. (1 punto)
- Resolución del problema: cálculos asociados. (1 punto)

Problema 2 (2 puntos)

- Planteamiento correcto del problema. (1 punto)
- Calcular la solución correcta. (1 punto)

Problema 3 (2 puntos)

- Aplicación del Teorema de Barrow. (0,75 puntos)
- Exactitud de los cálculos realizados. (1,25 puntos)

Problema 4 (2 puntos)

Para puntuar el problema se tendrán en cuenta:

- Cada uno de los apartados. (1 punto)

Problema 5 (2 puntos)

Para puntuar el problema se tendrán en cuenta:

- Cálculo de la media. (0,75 puntos).
- Dibujo correcto del histograma. (0,5 puntos)
- Cálculo del porcentaje. (0,75 puntos)

Problema 6 (2 puntos)

Para puntuar el problema se tendrán en cuenta.

- Cada apartado vale 1 punto.

CORRESPONDENCIA ENTRE LAS PREGUNTAS DE LA PRUEBA Y LOS INDICADORES DE CONOCIMIENTO

PREGUNTA	INDICADOR DE CONOCIMIENTO
1	1.5, 1.6 y 1.9
2	2.6, 2.9, 2.10 y 2.11
3	2.12 y 2.13
4	2.9, 2.19 y 2.11
5	4.1 y 4.2
6	1.2, 1.3 y 1.4