UNIBERTSITATERAKO SARBIDE PROBA
25 URTETIK GORAKOENTZAT

FASE ESPEZIFIKOA

MATEMATIKA

MODULUA

ARIKETAK

ERANTZUNAK

PROBA

ERANTZUNAK

BALIABIDEAK ETA PROGRAMAZIOA

Modulua

MATEMATIKA

Unibertsitaterako sarbidea: 25 urtetik gorakoentzat

Gutxi gorabeherako iraupena: 90 ordu

AURKIBIDEA

1. AURKEZPENA ETA HELBURUAK

Gaur egungo gizarteak jakintzaren paradigmaren pean egiten du aurrera. Gero eta teknifikatuago dagoen munduan bizi gara, errealitatearen interpretazioen objektibotasuna hobetzeko Matematikaren hizkuntza eta logika batez ere erabiltzen duen mundu batean, hain zuzen ere. Horrenbestez, beharrezkoa ematen du zientzia horren lege, printzipio, hizkuntza eta egituraren funtsezko alderdiak ulertzeko eta erabiltzeko gai izango diren gizabanakoak prestatzeak. Ezinbestekoa izango da gizabanakoek oinarrizko kultura matematikoa edukitzea, jakintza zientifiko eta profesionalaren arlo guztietako edukiak eskuratuko badituzte.

Horrez gain, kontuan izan behar dugu teknologietako askok oinarri gisa dituzten matematika-gaiek funtzionalak eta dinamikoak izan beharko dutela. Sormenerako, komunikaziorako, produkziorako, problemak ebazteko eta aurrera egiteko izpiritua duten gizabanakoak prestatzera jo behar dute. Ildo horretan, Matematika da arlorik egokiena. Izan ere, pentsamenduaren eragiketarik garrantzitsuenak (analisia, laburpena, interpretazioa, iritzi kritikoa, eta abar) modu positiboan egituratzeko eta arintzeko lagungarria da.

Hainbat jakintzak osatzen dute Matematika, eta jakintza horiek oso lotura estua duten hainbat multzotan biltzen dira. Honako hauek dira lanbide-trebakuntzaren berezko heldutasunarekin gehien lotzen diren Matematikaren multzoak:

Aritmetika eta aljebra.
Analisi matematikoa.
Geometria.
Estatistika eta Probabilitatea.

Eduki teorikoak eta praktikoak behar bezala nahastuko dituen metodologiaren bidez garatu beharko da Matematika modulua, baina ezin izango da ahaztu zer helburu lortu nahi den eta prestakuntza zein hartzaile-profilari zuzentzen zaion. Moduluaren planteamenduak batez ere praktikoa eta funtzionala izan beharko du. Moduluaren funtsezko xedea instrumentala da, hau da, matematika lanbide-ikasketarako oinarrizko eta funtsezko tresna gisa izango da baliagarria.

- Prestakuntza zientifiko orokorra eskuratzeko aukera emango duten kontzeptu, prozedura eta estrategia matematikoak ulertzea.

- Jakintza matematikoak askotariko egoeretan aplikatzea, eta lan-esparruaren interpretazioan eta ohiko jarduеretan erabiltzea.

- Hainbat iturritatik datorren informazioa aztertzea eta baloratzea, eta gaur egungo arazoei buruzko iritzi kritikoa osatzeko tresna matematikoak erabiltzea.

- Matematikoki azter daitezkeen egoeretan ahoz, idatziz eta grafiko bidez adieraztea, eta, horretarako, notazio eta termino matematikoen berariazko hiztegia eskuratzea eta erabiltzea.

- Teknologia berriek eskaintzen dituzten informazio-bideez baliatzea, eta planteatzen diren problemak ebazteko erabilgarriena izan daitekeena aukeratzea.

- Matematikaren eta ingurune sozial, kultural eta ekonomikoaren arteko erlazioak finkatzea, gure kulturaren zati gisa duen balioa ulertuz.

Modulu honen eskaintza aintzat hartuko duen edozein prestakuntza-prozesuetarako programazioa egitean, ondoren zerrendatzen diren “*edukiak*” hartu beharko dira kontuan, eta “*ezagutzaren adierazleak*” atalean deskribatzen diren maila eta hedadura izan beharko da aintzat. Izatez, azken horiek ebaluazio-irizpideak dira, eta, eduki-multzo bakoitzerako gai eta ereduzko ariketa diren aldetik, pertsonek jakin behar duten edo egiten jakin behar duten alderdirik funtsezko eta kritikoenak adierazi nahi dituzte.

2. EDUKIAK

1. MULTZOA: ARITMETIKA ETA ALJEBRA (22 ordu)

Zenbaki arrazionalak eta irrazionalak. Zuzen erreala.

Notazio zientifikoa.

Hizkuntza aljebraikoa:
- Polinomioak. Eragiketak polinomioekin. Faktore bidezko deskonposizioa. Ruffini-ren erregela.
- Bigarren mailako ekuazioa. Soluzioa.
- Polinomioen faktorizazioa. Polinomio baten erroa.
- Problemak planteamendu aljebraiko bidez ebaztea.
- Ekuazio irrazional soilak, ekuazio esponentzialak eta logaritmikoak.

Progresio aritmetikoak eta geometrikoak.

Logaritmoa: bere propietate eta aplikazioen erabilgarritasuna.

Matrize eta determinanteen azterketa:
- Matrizearen kontzeptua. Matrize-motak.
- Eragiketak matrizeekin.
- Determinantearen kontzeptua.
- Determinantea kalkulatzea, Sarrus-en erregela.

Ekuazio-sistemak (3x3 artekoak).
- Ekuazio linealen sistema. Sistema baliokideak.
- Sistema bateragarriak eta bateraezinak.
- Sistema baten soluzioa: mugatua eta mugagabea.
- Sistema ebaztea, Gauss-en metodoa.
- Problemak sistemen planteamendu bidez ebaztea.

Kalkulagailu zientifikoa eta bere erabilera.

EZAGUTZA ADIERAZLEAK:

1.1. Zuzen errealean zenbaki-motak identifikatu eta irudikatzea.
1.2. Zenbaki arrazionalekin eta irrazionalekin kalkuluak egitea, arkatz eta paperarekin zein kalkulagailuarekin.
1.3. Adierazpen aljebraikoekin, polinomikoekin eta arrazionalekin lan egitea.
1.4. Polinomio baten erroak faktorizazioaren bidez kalkulatzea.
1.5. Problemak sistema linealen bidez planteatzea eta ebaztea.
1.6. Problemak lehen eta bigarren mailako ekuazioen bidez planteatzea eta ebaztea.
1.7. Lanbide-problemen testuinguruan, problemak interpretatzea eta matrizeekin lan egitea.
1.8. Matrizeen determinanteak kalkulatzea (3x3 arte).
1.9. Ekuazioen sistemak ebaztea (3x3 arte) Gauss-en metodoaren bidez.

2. MULTZOA: ANALISI MATEMATIKOA (33 ordu)

Zenbakizko segidak eta muga (maila intuitiboan).

Funtzioak eta grafikoak:
- Funtzioaren kontzeptua. Eremua eta ibilbidea.
- Hainbat fenomenoren grafikoen azterketa intuitiboa.

Eredu funtzionalak:
- Funtzio linealak.
- Funtzio koadratikoak.
- Funtzio polinomikoak eta arrazionalak (sinpleak).
- Funtzio esponentzialak eta logaritmikoak.
- Funtzio trigonometriko sinpleak.

Funtzioak: eragiketak eta osaera.

Puntu bateko funtzio baten muga (maila intuitiboan). Puntu bateko funtzio batzuen muga kalkulatzea.

Jarraitutasunari buruzko ideia intuitiboak.

Puntu bateko funtzio baten deribatua. Kurba batekiko zuzen tangentea puntu batean.

Funtzio deribatua.

Deribazioaren oinarrizko arauak. Funtzio batzuen deribatuak.

Funtzio baten gorapena eta beherapena. Mutur erlatiboak.

Kurben marrazkiak.

Funtzio baten jatorrizkoa. Jatorrizko sinpleak kalkulatzea.

Integral definiturako hurbilketa. Kurba baten azpiko azalera kalkulatzea.

Integral definitua Barrow-ren erregela bidez kalkulatzea.

EZAGUTZA ADIERAZLEAK:

2.1. Zenbakizko segiden mugak kalkulatzea, kasu sinpleetan.
2.2. Egoera baten adierazpena edo adierazpen aljebraikoa abiapuntu izanik taulak egitea, unitateak, eskalak eta ardatz egokiak aukeratuz.
2.3. Funtzio sinpleen eremua kalkulatzea.
2.4. Oinarrizko funtzio sinpleak (linealak, koadratikoak, polinomikoak eta arrazionalak) grafiko bidez irudikatzea.
2.5. Funtsezko funtzioak ezagutzea: esponentzialak, logaritmikoak eta trigonometrikoak.
2.6. Funtzio baten puntu bateko jarraitutasuna edo desjarraitutasuna onartzea (maila intuitiboan).
2.7. Puntu batean oinarrizko funtzioen mugak kalkulatzea (kasu infinitua barne).
2.8. Puntu batean funtzio baten deribatuaren ideiara modu intuitiboan hurbiltzeko hainbat estrategia eta egoera problematiko erabiltzea.
2.9. Puntu batean kurba batekiko zuzen tangentea lortzea. Funtzio deribatuaren kontzeptua ulertzea.
2.10. Funtzio baten maximoak eta minimoak lortzea.

2.11. Oinarrizko funtzioen deribatuak kalkulatzea, eta horretarako deribazio-erregelak aplikatzea.
2.12. Oinarrizko funtzioen jatorrizkoak kalkulatzea.
2.13. Oinarrizko funtzioen integral definituak kalkulatzea, Barrow-ren erregela erabiliz.

3. MULTZOA: GEOMETRIA (17 ordu)

Funtsezko arrazoi trigonometrikoak. Zirkunferentzia goniometrikoa.

Edozein triangeluren ebazpena. Sinuaren eta kosinuaren teoremak.

Planoko bektore askeak: eragiketak; biderkadura eskalarra; bektoreen modulua.

Erreferentziazko sistemak: koordenatu cartesiarrak planoan.

Forma geometrikoak eta beren erlazioa ekuazioekin:
- Zuzenaren ekuazioak, distantzia eta angeluak.
- Zuzenen posizio erlatiboa.

Konikoak: zirkunferentzia, elipsea, parabola eta hiperbola (dagozkien grafikoak ezagutu eta identifikatzea). Konikoen ekuazioak.

EZAGUTZA ADIERAZLEAK:

3.1. Edozein angeluren arrazoi trigonometrikoak kalkulagailu baten laguntzarekin lortzea.
3.2. Angelu batzuen arrazoi trigonometrikoak beste batzuen arabera lortzea.
3.3. Triangeluen problemak nozio trigonometrikoen laguntzarekin ebaztea, problemak ebazteko testuinguru batean.
3.4. Puntuak planoan irudikatzea.
3.5. Zuzen baten ekuazioa lortzea.
3.6. Zuzenen posizioak aztertzea, bere maldaren arabera.
3.7. Planoan puntuen arteko distantzia eta zuzen eta puntuen artekoa kalkulatzea.
3.8. Zirkunferentzia baten ekuazioa lortzea, bere erradioaren eta zentroaren arabera.
3.9. Konikoak grafikoki bereiztea.

4. MULTZOA: ESTATISTIKA ETA PROBABILITATEA (18 ordu)

Dimentsio bakarreko banaketa estatistikoak:
- Maiztasun-taulak.
- Grafiko estatistikoak.
- Parametro estatistikoak: batez bestekoa eta desbideratze tipikoa.
- Parametro estatistikoak kalkulagailu zientifiko baten laguntzarekin kalkulatzea.

Bi dimentsiotako banaketa estatistikoak:
- Puntu-hodeia.
- Korrelazioa. Korrelazioaren neurria. (intuiziozko azterlana)
- Erregresioa. Erregresio-zuzena. (intuiziozko azterlana)

Ausazko esperientziak. Gertakariak.

Maiztasuna eta probabilitatea.

Gertakarien probabilitatea lortzea. Laplaceren legea.

EZAGUTZA ADIERAZLEAK:

4.1. Datu batzuetatik abiatuta, taula eta grafiko estatistikoak egitea.
4.2. Parametro estatistikoak kalkulatzea: moda, batez bestekoa, mediana eta desbideratze tipikoa.
4.3. Puntu-hodeiak irudikatzea.
4.4. Korrelazioaren eta erregresio-zuzenaren kontzeptuak ulertzea, korrelazioaren eta erregresio-zuzenaren hurbilketazko kalkuluak eginez.
4.5. Gertakari-mota desberdinak identifikatzea: oinarrizkoak, konposatuak eta abar.
4.6. *Gertakari sinpleen probabilitatea Laplaceren legearen bitartez kalkulatzea.*

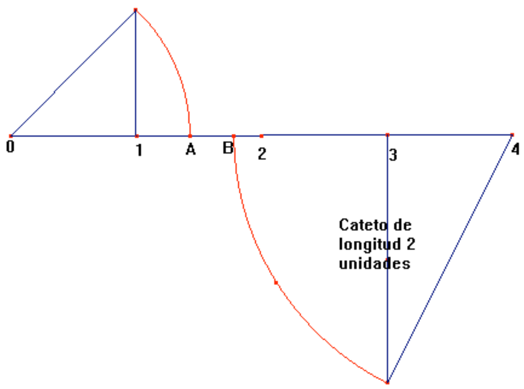
OINARRIZKO PRESTAKUNTZA

EDUKIEN BLOKEETAKO EZAGUPENEN ADIERAZLEEI DAGOZKIEN ARIKETEN ADIBIDEAK

BLOKEA	EZAGUPENEN ADIERAZLEAK		ADIBIDEAK
1	1.1.	Zuzen errealean zenbaki-motak identifikatu eta irudikatzea.	1
	1.2.	Zenbaki arrazionalekin eta irrazionalekin kalkuluak egitea, arkatz eta paperarekin zein kalkulagailuarekin.	2
	1.3.	Adierazpen aljebraikoekin, polinomikoekin eta arrazionalekin lan egitea.	3
	1.4.	Polinomio baten erroak faktorizazioaren bidez kalkulatzea.	4
	1.5.	Problemak sistema linealen bidez planteatzea eta ebaztea.	5
	1.6.	Problemak lehen eta bigarren mailako ekuazioen bidez planteatzea eta ebaztea.	6
	1.7.	Lanbide-problemen testuinguruan, problemak interpretatzea eta matrizeekin lan egitea.	7
	1.8.	Matrizeen determinanteak kalkulatzea (3x3 arte).	8
	1.9.	Ekuazioen sistemak ebaztea (3x3 arte) Gauss-en metodoaren bidez.	9
2	2.1.	Zenbakizko segiden mugak kalkulatzea, kasu sinpleetan.	10
	2.2.	Egoera baten adierazpena edo adierazpen aljebraikoa abiapuntu izanik taulak egitea, unitateak, eskalak eta ardatz egokiak aukeratuz.	11
	2.3.	Funtzio sinpleen eremua kalkulatzea.	12
	2.4.	Oinarrizko funtzio sinpleak (linealak, koadratikoak, polinomikoak eta arrazionalak) grafiko bidez irudikatzea	13
	2.5.	Funtsezko funtzioak ezagutzea: esponentzialak, logaritmikoak eta trigonometrikoak.	14
	2.6.	Funtzio baten puntu bateko jarraitutasuna edo desjarraitutasuna onartzea (maila intuitiboan).	15, 18
	2.7.	Puntu batean oinarrizko funtzioen mugak kalkulatzea (kasu infinitua barne).	16, 17
	2.8.	Puntu batean funtzio baten deribatuaren ideiara modu intuitiboan hurbiltzeko hainbat estrategia eta egoera problematiko erabiltzea	18
	2.9.	Puntu batean kurba batekiko zuzen tangentea lortzea. Funtzio deribatuaren kontzeptua ulertzea.	19, 20
	2.10.	Funtzio baten gehienekoak eta gutxienekoak lortzea.	18, 21
	2.11.	Oinarrizko funtzioen deribatuak kalkulatzea, eta horretarako deribazio-erregelak aplikatzea.	22
	2.12.	Oinarrizko funtzioen jatorrizkoak kalkulatzea.	23
	2.13.	Oinarrizko funtzioen integral definituak kalkulatzea, Barrow-ren erregela erabiliz.	23, 24
3	3.1.	Edozein angeluren arrazoi trigonometrikoak kalkulagailu baten laguntzarekin lortzea.	25, 27
	3.2.	Angelu batzuen arrazoi trigonometrikoak beste batzuen arabera lortzea.	25, 26
	3.3.	Triangeluen problemak nozio trigonometrikoen laguntzarekin ebaztea, problemak ebazteko testuinguru batean.	27, 28
	3.4.	Puntuak planoan irudikatzea.	29
	3.5.	Zuzen baten ekuazioa lortzea.	33, 34, 35
	3.6.	Zuzenen posizioak aztertzea, bere maldaren arabera.	33, 34, 35

	3.7.	Planoan puntuen arteko distantzia eta zuzen eta puntuen artekoa kalkulatzea.	29, 30
	3.8.	Zirkunferentzia baten ekuazioa lortzea, bere erradioaren eta zentroaren arabera.	32, 36, 37
	3.9.	Konikak grafikoki bereiztea.	31
4	4.1.	Datu batzuetatik abiatuta, taula eta grafiko estatistikoak egitea.	38, 39, 40, 41
	4.2.	Parametro estatistikoak kalkulatzea: moda, batez bestekoa, mediana eta desbideratze tipikoa	39, 41
	4.3.	Puntu-hodeiak irudikatzea.	44
	4.4.	Korrelazioaren eta erregresio-zuzenaren kontzeptuak ulertzea, korrelazioaren eta erregresio-zuzenaren hurbilketazko kalkuluak eginez.	42, 43
	4.5.	Gertakari-mota desberdinak identifikatzea: oinarrizkoak, konposatuak eta abar.	47, 48, 49
	4.6.	Gertakari sinpleen probabilitatea Laplace-n legearen bitartez kalkulatzea.	45, 46, 50

1. **Zuzen errealeko $[0,4]$ segmentuan adierazi puntuen zenbakizko balioa:** A eta B. Irudikatu diren arkuen zentroak 0 eta 4 puntuak dira hurrenez hurren. Gainera, triangelu angeluzuzen txikia isoszelea da.



2 luzera-unitateko katetoa

2. **Ondorengo zenbakizko adierazpenen balioa kalkulatu:**

A) $$\frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$$

B) $$\left(\sqrt{16}\right)^3 - \frac{1}{4}.\left(\sqrt[3]{10}\right)^6 + \sqrt{25.\sqrt{4}}$$

3. **Ondorengo polinomioak ditugula:**

$$P(x) = 3x - 2$$

$$Q(x) = x - \frac{1}{2}$$

Kalkulatu hurrengo adierazpen algebraikoak:

$a) P^2(x)$

$b) Q^2(x)$

$c) \left[P(x) + Q(x)\right]^2$

4. **Hurrengo polinomioak faktoreetan deskonposatu eta bakoitzaren erroa adierazi:**

a) $y = x^3 - 2.x^2 - x + 2$

b) $y = 2.x^3 - 3.x^2 - 9.x + 10$

5. **A, B eta C euro 1eko txanponak dituzten hiru kutxa ditugu. Guztira 36 euro daude. Beste bi kutxetan dauden txanponen batura baino 2 txanpon gehiago ditu A kutxak. B kutxatik A kutxara txanpon 1 pasatzen badugu, B-k duen txanpon-kopuruaren bikoitza izango du A-k. Bilatu kutxa bakoitzak zuen txanpon kopurua.**

6. **Ebatzi ondorengo ekuazioak:**

   a) $\frac{8-x}{2-x}-\frac{8+x}{2+x}=\frac{9}{4}$

   b) $\frac{3}{2}.\left(\frac{x}{2}-2\right)^2-\frac{x+1}{8}=\frac{1}{8}-\frac{x-1}{4}$

7. **Kalkulatu x, y, z, t ondorengo baldintza bete dadin:**

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.\begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

8. **Ondorengo determinantea 0 izateko A-ren balioa kalkulatu.**

$$\begin{vmatrix} 1 & 6 & A \\ 5 & 9 & 2 \\ 7 & 8 & 4 \end{vmatrix} = 0$$

9. **Ebatzi ondorengo sistema Gauss-en metodoa aplikatuz:**
   ***x* – *y* + 3*z* = –4**
   ***x* + *y* + *z* = 2**
   ***x* + 2*y* – *z* = 6**

10. (a_n) **segida honelakoa da:** $a_n=\frac{2n+3}{5n-2}$. **Kalkulatu bere limitea.**

11. **Ondorengo funtzioak ditugu:**

   a) $y = senx + \cos x$

   b) $y = x^3 - 3x^2 - 2x + 1$

   Bete itzazu taulak, emandako balioen arabera

   a) kasuarentzako taula

x	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/2$	π
y				

   b) kasuarentzako taula

x	-2	-1	0	2
y				

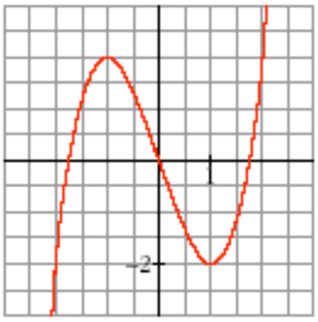
12. Bilatu ondorengo funtzioen izate-eremua:

a) $y = x^3 - 5.x^2 + 7x + 3$

b) $y = \dfrac{x^3 - 3x}{x^2 - 5x + 4}$

c) y $= \dfrac{x^3 - 3x}{x^2 + 4}$

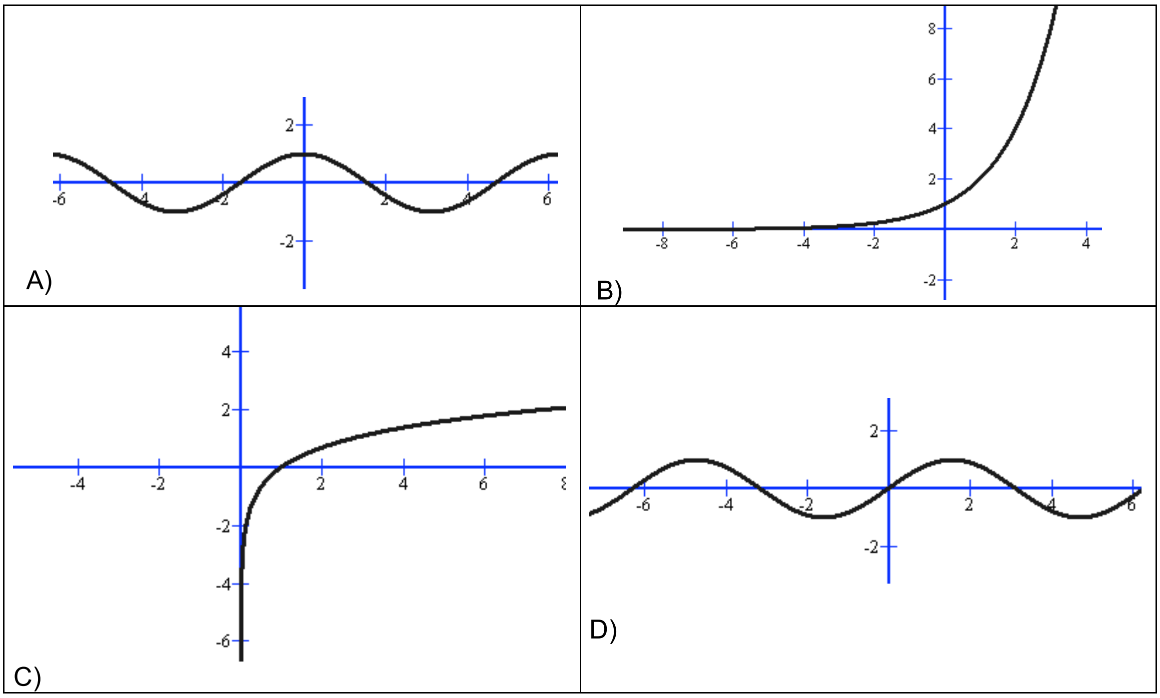
13. Adierazi ondorengo funtzioen artean zeini dagokion grafiko hau:



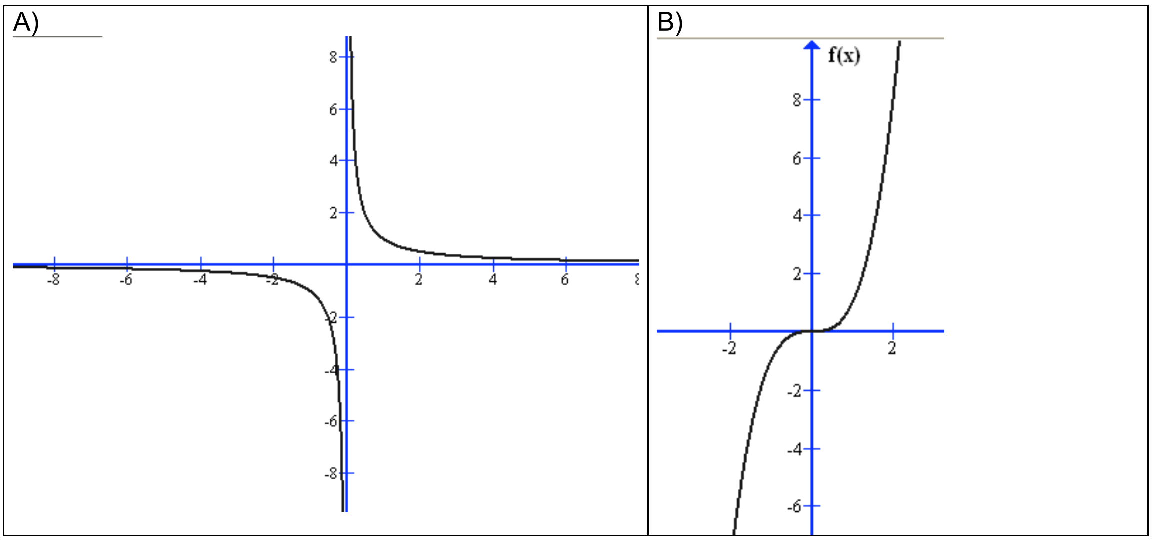
$$y = x^3 - 3x$$
$$y = x^4 - 4x^3 - 16$$
$$y = x^3 + 2$$

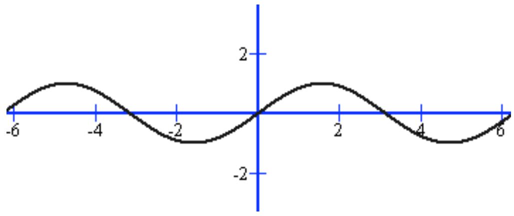
Arrazoitu zure hautaketa

14. Ondorengo funtzioak logaritmikoak, esponentzialak edo trigonometrikoak dira. Adierazi bakoitza zer den.

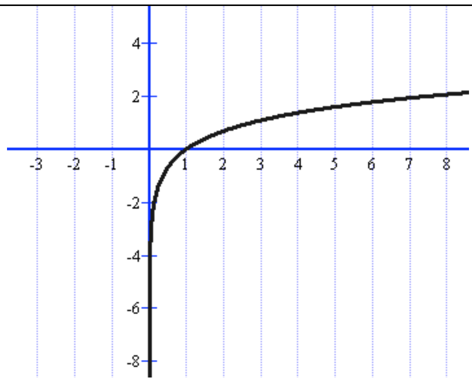


15. Ondorengo grafikoen artean adierazi zeintzuk diren jarraituak eta zeintzuk ez. Jarraituak ez direnean adierazi zein puntutan gertatzen den etena.





C)



D)

16. ***x*** **→ +∞,** ***f*** **(*****x*****) → +∞,** ***g*** **(*****x*****) → 4,** ***h*****(*****x*****) → –∞,** ***u*****(*****x*****) → 0 jakinda,**
Ondorengo adierazpenen limiteak adierazi ***x*****→+∞ kasuan:**

a) f (x) – h(x)
b) f (x). f (x)
c) f (x) + h(x)
d) g (x).h(x)
e) h (x) / u (x)

17. ***x*** **→ +∞ delarik adierazi ondorengo adierazpenen artean zein den infinitua (±∞):**

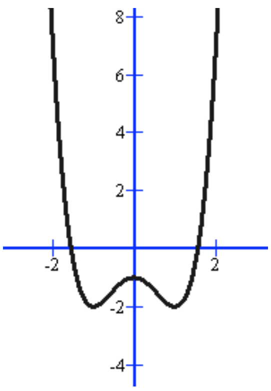
a) $0{,}5^x$

b) $-1{,}5^x$

c) 4^x

d) 4^{-x}

18. Funtzio honetarako:



(funtzioa: $y = x^4 - 2x^2 - 1$)

Azaldu, gainetik, x-en zein balioetarako den zero funtzio honen deribatua, zeinetarako den positiboa eta zeinetarako negatiboa. Funtzioaren ezaugarri nagusienak adierazi.

19. Kalkula ezazu ondorengo funtzioen deribatuaren balioa x =3 puntuan:

a) $y = 3.x^3 - 4.x^2 - 5.x + 34$

b) $y = \dfrac{2x-1}{4x+2}$

Gainera, topa ezazu funtzio bakoitzak puntu horretan duen zuzen ukitzailea.

20. Bilatu ondorengo kurbaren zuzen ukitzaileak abzisako 0 eta 1 puntuetan:

$$y = \frac{5x^3 + 7.x^2 - 16x}{x-2}$$

21. Topatu ondorengo funtzioaren balio maximo eta minimoak:

$$y = x^3 - 6.x^2 + 9x + 5$$

22. Lortu ondorengo funtzioen deribatuak:

a) $y = sen(3x) + \cos(2x)$

b) $y = 5x^2 - \dfrac{2}{x}$

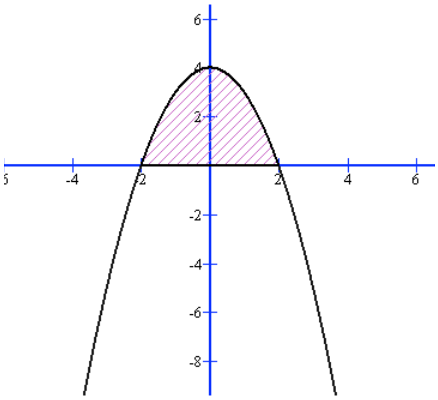
c) $y = \ln(3x)$

23. Ebatzi ondorengo integralak

a) $\displaystyle\int \frac{x^4 - 5.x^2 + 3.x - 4}{x}dx$

b) $\displaystyle\int sen2x.dx$

24. $y = -x^2 + 4$ **funtzioaren irudia:**



Kalkula ezazu marratutako azalera Barrow-en formula erabiliz.

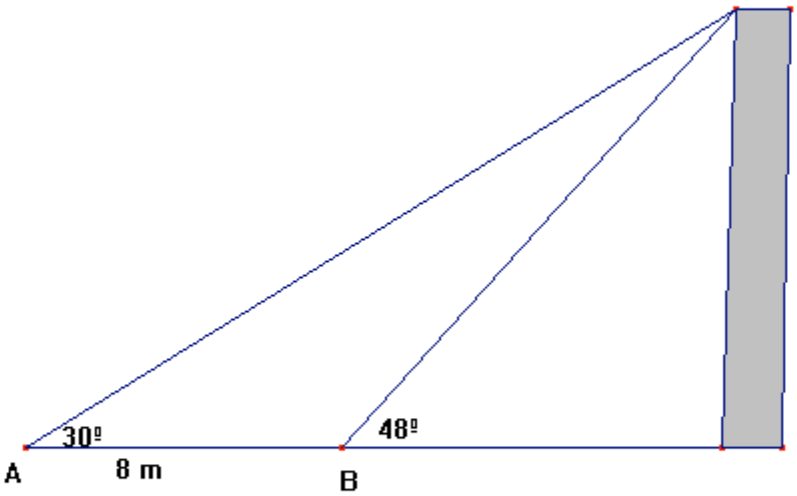
25. Topatu ondorengo adierazpenaren balio zehatza:

$$sen\frac{5.\pi}{4}+\cos\frac{3.\pi}{4}-sen\frac{7.\pi}{4}$$

26. sen A = 1/3 dela, eta A angelua lehenengo koadrantekoa dela jakinda: Ebatzi ondorengoak eta kalkulatu eskatzen diren balioak.

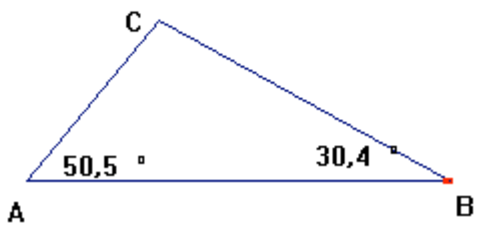
a) cos A
b) sen (180º- A)
c) sen (180º+A)
d) sen (-A)
e) sen (90º- A)
f) A angeluaren balioa (erabili kalkulagailua)

27. Pertsona batek eraikuntza baten altuera neurtu nahi du. A puntutik eraikinaren punturik altueneraino begi-lerro bat marrazten du. 8 metro gertuago jarrita berdina egiten du B puntuan. Ikusi ondorengo irudia.



Erabili ezazu kalkulagailua eraikinaren altuera kalkulatzeko

28. Demagun triangelu hau (ABC)



A (50,5º) eta B(30,4º) angeluak ezagunak dira. AB oinarriak 30 cm neurtzen badu, kalkulatu:

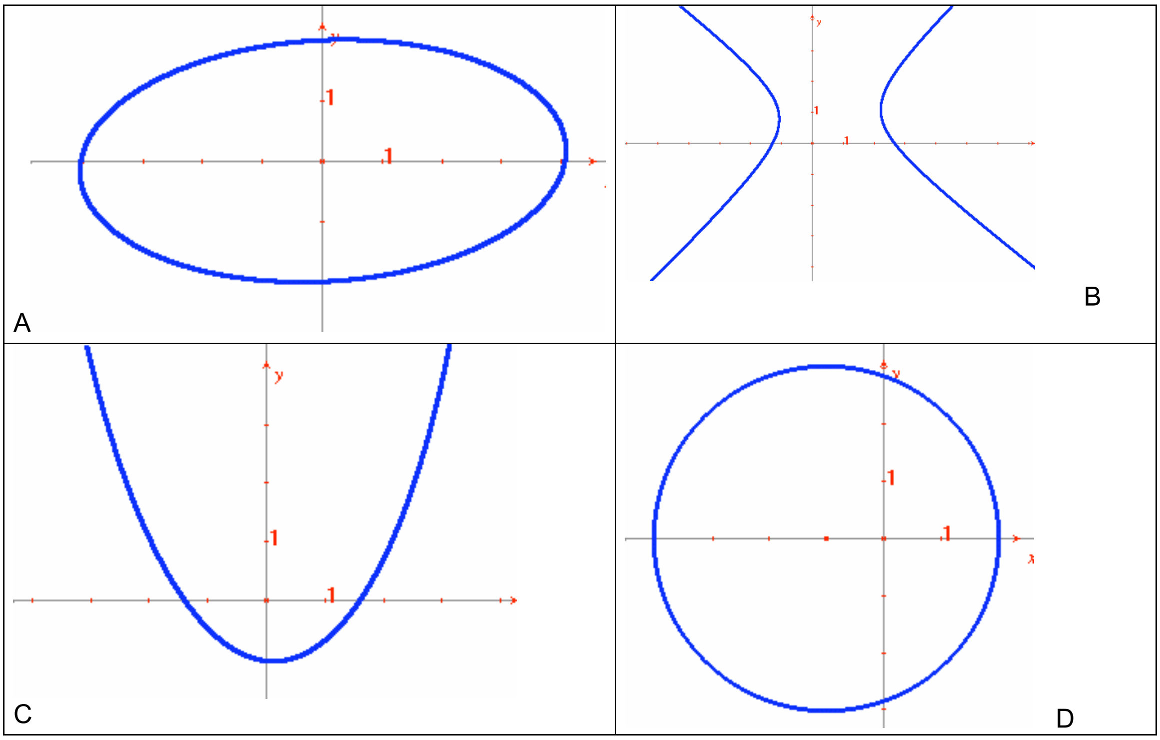
a) C angeluaren balioa
b) Triangeluko beste bi aldeen neurria.

29. Irudikatu planoan ondorengo puntuak:
A(1, -1); B(5, -3); C(-2,-2) eta D(4, 0)

Erantzuna: ariketa begi-bistakoa da.

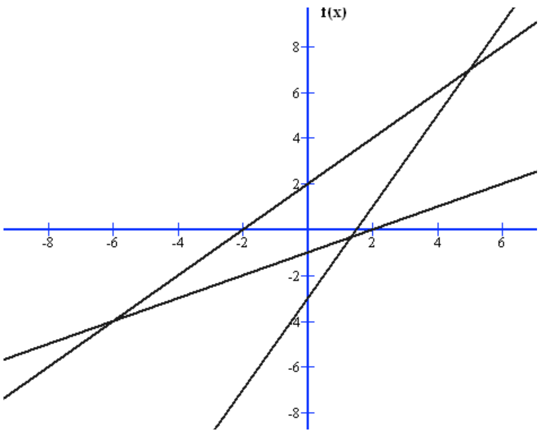
30. Kalkulatu A(-1, 1) eta B(4,3) puntuen arteko distantzia:

31. Zein izen dute ondoren grafikoek?

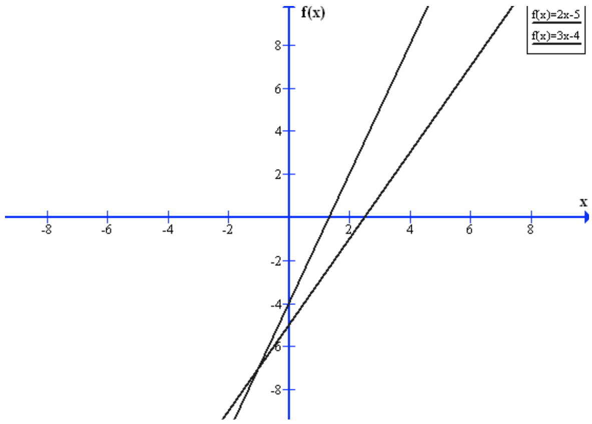


32. Lortu **P(1, 1) zentroa eta r =3 erradioa duen zirkunferentziaren ekuazioa.**

33. Hiru zuzenki daude ondorengo grafikoan. Kalkula itzazu malda txikiena duten bi zuzenkien ekuazioak.

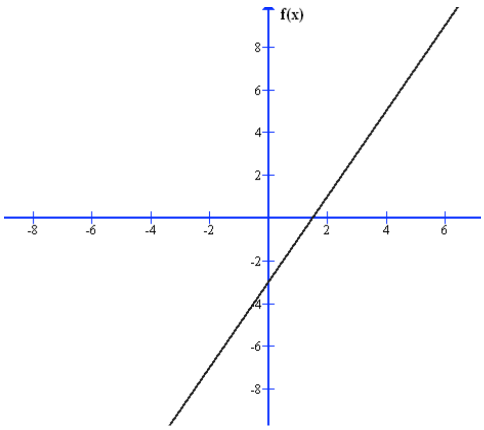


34. y = 2x - 5 eta y = 3x - 4 funtzioak zuzenak dira, beheko grafikoan ikus daitekeen moduan:



a) Zein puntutan ebakitzen dute elkar?
b) Bi zuzenen artean zeinek dauka malda handiagoa? Zeintzuk dira bien maldak?
c) Bi zuzenetako bat (1.000, 2996) puntutik pasatzen al da?

35. y = 2x – 3 funtzioarena da ondorengo grafikoa:



Kalkulatu:
A) Ardatzekiko ebakidura-puntuak
B) Zuzenaren malda
C) P(5,6) puntutik pasatzen al da?

36. Marraz ezazu zentroa P(0,0) puntuan duen eta r= 2 erradioa duen zirkunferentzia. Igarotzen al da zirkunferentzia hori A (1, 1) puntutik?

37. P(1,2) puntuan zentroa duen eta R(5,4) puntutik pasatzen den zirkunferentziaren ekuazioa lortu.

38. Institutu bateko 120 ikasleek ondorengo kirolak praktikatzen dituzte:

Kirolak	**Ikasle kopurua**
Saskibaloia	20
Eskubaloia	14
Futbola	48
Atletismoa	16
Igeriketa	22
	Guztira: 120

Datu hauei dagokien sektore-diagrama marraztu.

39. Bonbilla kopuru jakin bat fabrikatzean, batzuk akastunak direla ohartu gara. 100 bonbillako 200 kutxa aztertu dira, eta ondorengo taula estatistikoa burutu da:

Bonbilla akastunak	**Kutxa kopurua**
	5
2	15
3	38
4	42
5	49
6	32
7	17
8	2

Kalkula ezazu bonbilla akastunen batez bestekoa.

40. Bete ezazu ondorengo taula estatistikoa:

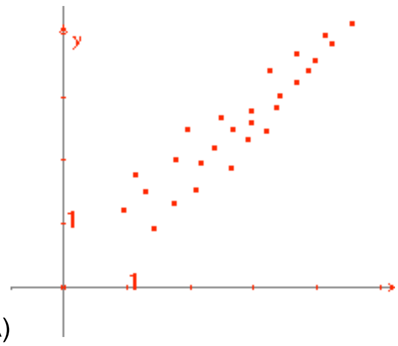
Aldagaia (x)	1	2	3	4	5	6	7	8
Maiztasuna (f)	4	4		7	5		7	
Maiztasun absolutua (F)			16		28	38	45	
Maiztasun erlatiboa	0,08		0,16	0,14				

41. Ondorengo datu-taulak nerabe-multzo batek inteligentzia neurtzeko test batean lortutako emaitzak biltzen ditu, tarteetan oinarrituta:

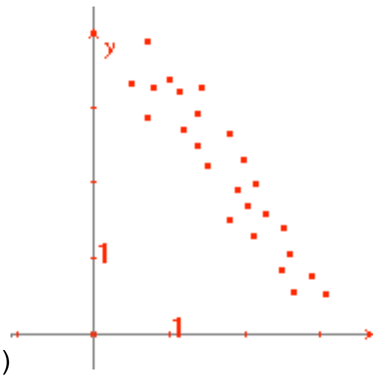
Inteligentzia	**Ikasle kopurua**
85-90	5
91-95	10
96-100	20
101-105	35
106-110	15
111-115	10

a) Kalkulatu: Batez bestekoa, mediana, moda eta desbideratze tipikoa
b) Marraztu dagokion histograma.

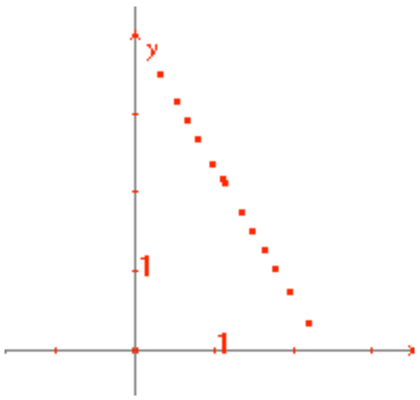
42. a) Marraz ezazu gutxi gorabehera ondorengo banaketa bidimentsionalen erregresio-zuzena:



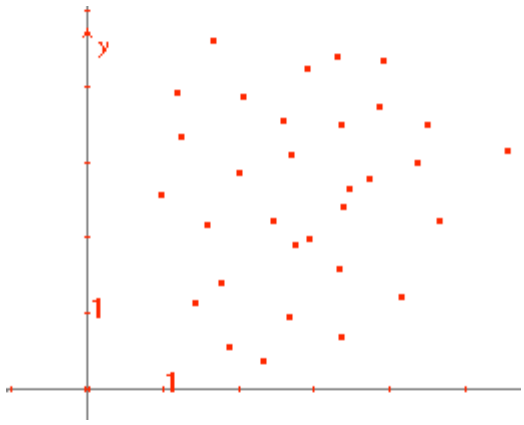
A)



B)



C)



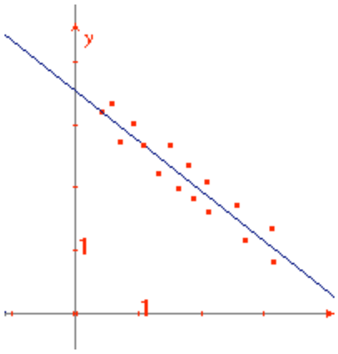
D)

b) Bietatik zeinek du korrelazio positiboa eta zeinek negatiboa?

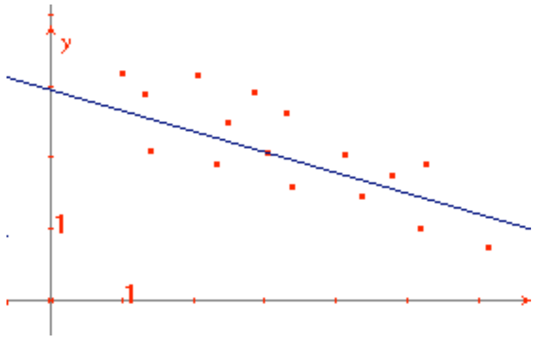
c) Kasu bakoitzeko korrelazio-koefizientearen gutxi gorabeherako balio bat ematen saiatu.

43. Ondorengo kasu bakoitzean puntu-hodei bat eta horri dagokion erregresio-zuzena ageri dira. Korrelazio-koefizienteak

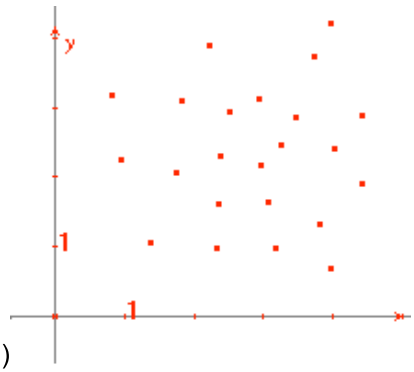
a) r=0 ; b) r= - 0,96 ; r= -0,6 ; r= 0,8 ; r= 0,95 direla jakinik,
Lotu bakoitzari dagokion puntu-hodeiarekin.



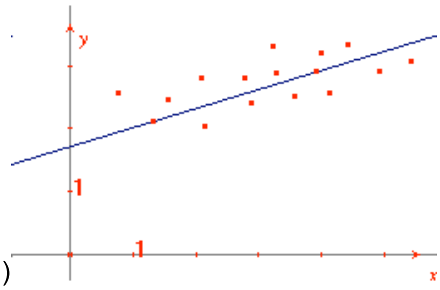
A)



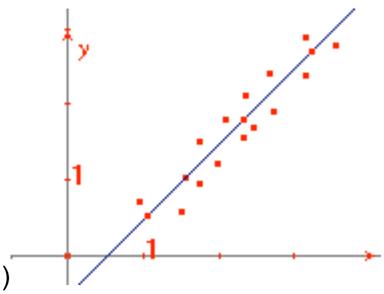
B)



C)



D)



E)

44. 10 ikasleren notak, azterketa prestatzen emandako orduak, azterketaren aurreko egunetan Interneten konektatuta pasa zituzten orduak eta bakoitzaren neurria agertzen ditu beheko taulak.

Adierazi kasu bakoitza puntu-hodeia erabiliz, aldagaietako bat beti lortu den nota izanik eta beste aldagaia txandatuz.

Nota	3	4	5	6	6	7	8	8	8	9
Ikasketa-orduak	3	4	7	11	5	7	10	11	12	14
Internet orduak	19	18	15	10	8	6	5	5	8	3
Altuera (cm)	156	167	170	170	172	166	179	167	158	167

45. Bi dado kubiko jaurti eta bakoitzean irten den zenbakia behatuko dugu. Kalkulatu:

a) Bi dadoetan zenbaki bera ateratzeko probabilitatea.
b) Atera diren bi zenbakien batura 7 izateko probabilitatea.
c) Atera diren bi zenbakien biderkadura 12 izateko probabilitatea.

**46. 12 bola gorri, 3 bola urdin eta 2 zuri ditu kutxa batek.
Edozein bola aterako dugu. Zein da bola hori gorria izateko probabilitatea?**

47. Bi dado aldi berean jaurtitzeko ausazko esperientzian, zein dira esperientzia horretako oinarrizko gertakariak?

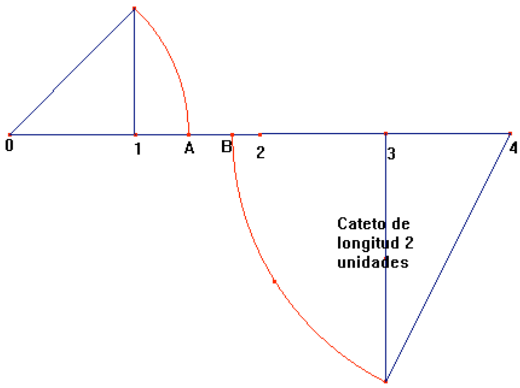
48. Bi txanpon aldi berean jaurtiko ditugu. Zein dira esperientzia horren oinarrizko gertakariak?

49. Hiru txanpon aldi berean jaurtiko ditugu. Zein dira esperientzia horren oinarrizko gertakariak?

**50. Kutxa batean bola gorri 1 eta 2 bola zuri ditugu.
Ausaz bi bola aterako ditugu. Zein da bi bolak zuriak izateko probabilitatea?**

EDUKIEN BLOKEETAKO EZAGUPENEN ADIERAZLEEI DAGOZKIEN ARIKETEN ADIBIDEEN ERANTZUNAK

1. Zuzen errealeko $[0,4]$ segmentuan adierazi puntuen zenbakizko balioa:
A eta B. Irudikatu diren arkuen zentroak 0 eta 4 puntuak dira hurrenez hurren. Gainera, triangelu angeluzuzen txikia isoszelea da.



2 luzera-unitateko katetoa

Erantzuna:

Soluzioa. A puntuaren balioa $\sqrt{2}$ da, eta B puntuarena $4-\sqrt{5}$. Ikus daitekeenez, zenbaki irrazionalak dira bi balioak.

2. Ondorengo zenbakizko adierazpenen balioa kalkulatu:

A) $$\frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$$

B) $$\left(\sqrt{16}\right)^3-\frac{1}{4}.\left(\sqrt[3]{10}\right)^6+\sqrt{25.\sqrt{4}}$$

Erantzuna:

a) $$\frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}=\frac{(\sqrt{5}+\sqrt{3}).(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{(\sqrt{5}+\sqrt{3}).(\sqrt{5}-\sqrt{3})}=\frac{5+3+2\sqrt{15}}{2}=4+\sqrt{15}$$

b)
$$\left(\sqrt{16}\right)^3-\frac{1}{4}.\left(\sqrt[3]{10}\right)^6+\sqrt{25.\sqrt{4}}=4^3-\frac{1}{4}.10^2+\sqrt{50}=64-25-5\sqrt{2}=39-5\sqrt{2}$$

3. Ondorengo polinomioak ditugula:

$$P(x) = 3x - 2$$
$$Q(x) = x - \frac{1}{2}$$

Kalkulatu hurrengo adierazpen algebraikoak:

$$a) P^2(x)$$
$$b) Q^2(x)$$
$$c) [P(x) + Q(x)]^2$$

Erantzuna:

$$a) P^2(x) = (3x-2)^2 = 9x^2 + 4 - 12x$$
$$b) Q^2(x) = (x - \frac{1}{2})^2 = x^2 + \frac{1}{4} - x$$
$$c) [P(x)+Q(x)]^2 = \left(4x - \frac{5}{2}\right)^2 = 16x^2 + \frac{25}{4} - 20x$$

4. Hurrengo polinomioak faktoreetan deskonposatu eta bakoitzaren erroa adierazi:

a) $y = x^3 - 2.x^2 - x + 2$

b) $y = 2.x^3 - 3.x^2 - 9.x + 10$

Erantzuna:
Hirugarren mailak polinomioak direnez, erro osoak bilatuko ditugu lehenik, baldin badute, eta gero bigarren mailako ekuazioa aplikatuko dugu. Ariketaren emaitza, beraz:

a) $y = x^3 - 2.x^2 - x + 2 = (x-1).(x+1).(x-2)$

b) $y = 2.x^3 - 3.x^2 - 9.x + 10 = 2.(x-1).(x+2).(x - \frac{5}{2})$

5. A, B eta C euro 1eko txanponak dituzten hiru kutxa ditugu. Guztira 36 euro daude. Beste bi kutxetan dauden txanponen batura baino 2 txanpon gehiago ditu A kutxak. B kutxatik A kutxara txanpon 1 pasatzen badugu, B-k duen txanpon-kopuruaren bikoitza izango du A-k. Bilatu kutxa bakoitzak zuen txanpon kopurua.

Erantzuna:
A, B eta C kutxetako txanpon kopuruak x, y eta z izendatzen baditugu hurrenez hurren, hiru ekuazio eta hiru ezezagun izango ditugu:

$$x + y + z = 36$$
$$x - 2 = y + z$$
$$2(y-1) = x + 1$$

Sistemaren soluzioa:
x =19 txanpon, y = 11 txanpon, z = 6 txanpon

6. Ebatzi ondorengo ekuazioak:

a) $\frac{8-x}{2-x}-\frac{8+x}{2+x}=\frac{9}{4}$

b) $\frac{3}{2}.\left(\frac{x}{2}-2\right)^2-\frac{x+1}{8}=\frac{1}{8}-\frac{x-1}{4}$

Erantzuna:
a) Izendatzaileak kentzen baditugu, ekuazioa honela gelditzen zaigu:

$$(8-x)(2+x)-(8+x)(2-x)=\frac{9}{4}(4-x^2)$$

Garatu eta sinplifikatu ondoren, bigarren mailako ekuazio bat izango dugu:

$$9x^2+48x-36=0$$

Eta soluzioak: -6 eta 2/3
b) Eman diguten ekuazioa garatzean, bigarren mailak ekuazio bat lortuko dugu:

$$3x^2-23x+44=0 \qquad \text{eta bi soluzio ditu:} \qquad x=4; x=\frac{11}{3}$$

7. Kalkulatu x, y, z, t ondorengo baldintza bete dadin:

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.\begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Eranztuna:

$$\begin{pmatrix} 2x-z & 2y-t \\ z & t \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Eta beraz,: z = 0, t = 2, x = 5/2 , y = 3/2

8. Ondorengo determinantea 0 izateko A-ren balioa kalkulatu.

$$\begin{vmatrix} 1 & 6 & A \\ 5 & 9 & 2 \\ 7 & 8 & 4 \end{vmatrix} = \mathbf{0}$$

Erantzuna:
Sarrus-en modura garatzen badugu:
36+ 40A+ 84-63A-16-120 = 0
Hau da, 23 A = -16
Eta hortik: A = -16/23

9. Ebatzi ondorengo sistema Gauss-en metodoa aplikatuz:
***x* – *y* + 3*z* = –4**
***x* + *y* + *z* = 2**
***x* + 2*y* – *z* = 6**

Erantzuna:
Sistemaren azken ekuazioetatik x ezabatuko dugu:

$$\begin{aligned} x - y + 3z &= -4 \\ -2y + 2z &= -6 \\ -3y + 4z &= -10 \end{aligned}$$

orain y ezabatzen badugu:

$$\begin{aligned} x - y + 3z &= -4 \\ -2y + 2z &= -6 \\ -2z &= 2 \end{aligned}$$

Eta azkeneko sistema ebatziz lortuko dugu emaitza.
x = 1, y = 2 , z = -1

10. (a_n) **segida honelakoa da:** $a_n = \dfrac{2n+3}{5n-2}$**. Kalkulatu bere limitea.**

Erantzuna:
Limitea = 2/5

11. Ondorengo funtzioak ditugu:

a) $y = senx + \cos x$
b) $y = x^3 - 3x^2 - 2x + 1$

Bete itzazu taulak, emandako balioen arabera

a) kasuarentzako taula

x	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/2$	π
y				

b) kasuarentzako taula

x	-2	-1	0	2
y				

Erantzuna:
a) $y = senx + \cos x$
b) $y = x^3 - 3x^2 - 2x + 1$

x	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/2$	π
y	$\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}$	$\sqrt{2}$	1	1

x	-2	-1	0	2
y	-15	-1	1	-7

12. Bilatu ondorengo funtzioen izate-eremua:

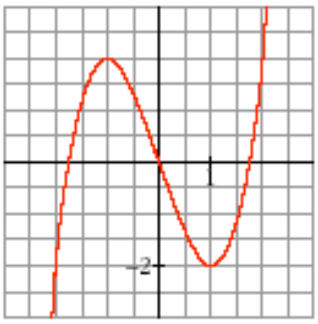
a) $y = x^3 - 5.x^2 + 7x + 3$

b) $y = \dfrac{x^3 - 3x}{x^2 - 5x + 4}$

c) $y = \dfrac{x^3 - 3x}{x^2 + 4}$

Erantzuna:
a) Zuzen erreal osoa.
b) Zatitzailea zero egiten duten balioentzako ez da existitzen, eta beraz, zuzen erreal osoa da izate-eremua, 1 eta 4 balioak salbu.
c) Zatitzailea beti zero baino handiagoa izango denez, funtzioaren izate-eremua zuzen erreal osoa da.

13. Adierazi ondorengo funtzioen artean zeini dagokion grafiko hau:



$y = x^3 - 3x$

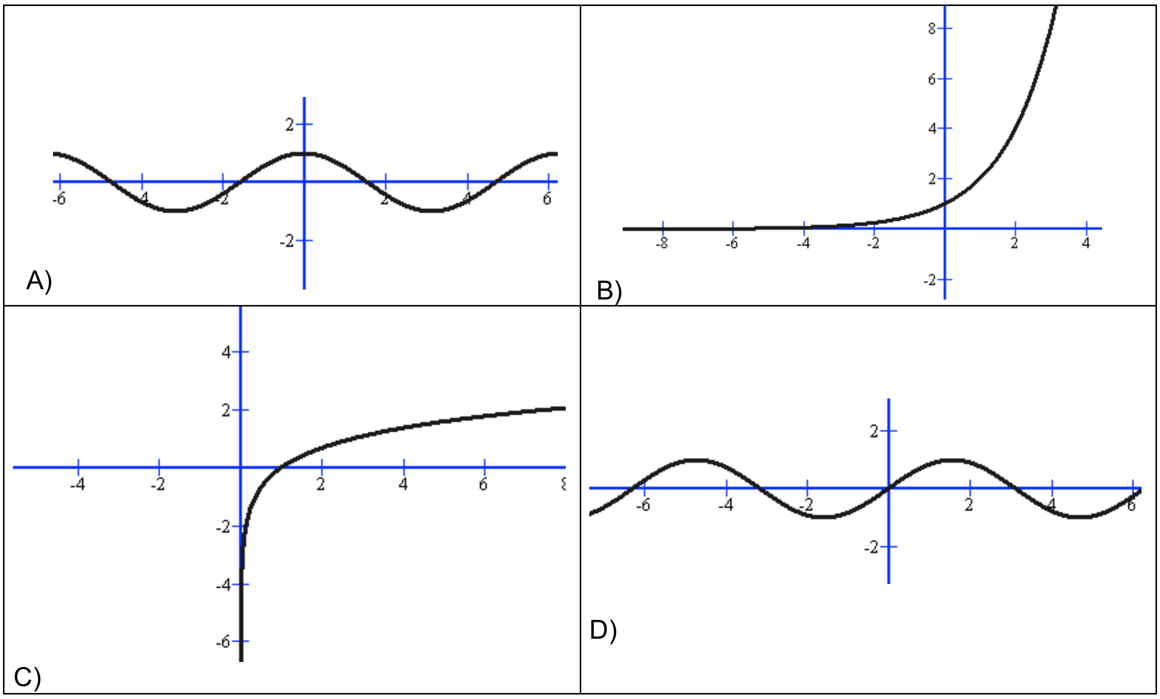
$y = x^4 - 4x^3 - 16$

$y = x^3 + 2$

Arrazoitu zure hautaketa

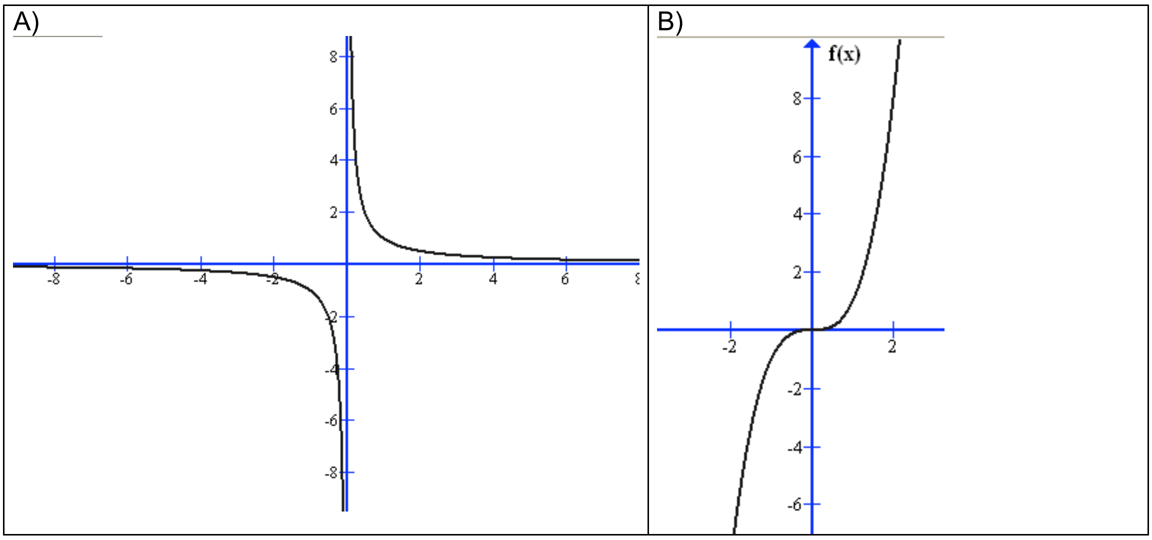
Erantzuna:
Ohartuko gara (0, 0) puntutik pasatzen dela, beraz, $y = x^3 - 3x$ funtzioa bakarrik izango da.

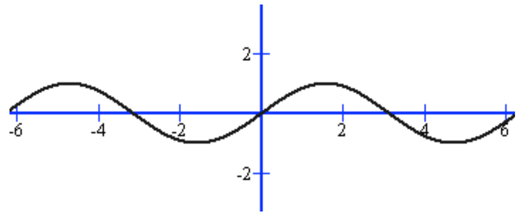
14. Ondorengo funtzioak logaritmikoak, esponentzialak edo trigonometrikoak dira. Adierazi bakoitza zer den.



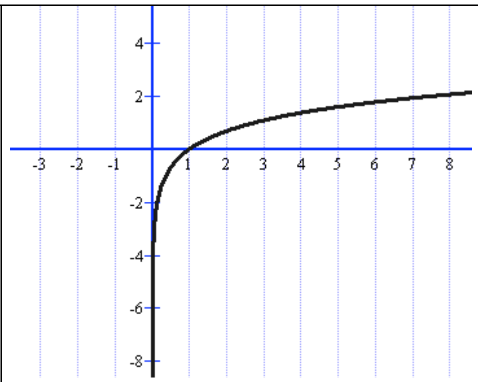
Erantzuna:
A) Trigonometrikoa
B) Esponentziala
C) Logaritmikoa
D) Trigonometrikoa

15. Ondorengo grafikoen artean adierazi zeintzuk diren jarraituak eta zeintzuk ez. Jarraituak ez direnean adierazi zein puntutan gertatzen den etena.





C)



D)

Erantzuna:
A) x = 0 puntuan
B) Jarraitua da zuzen erreal osoan
C) Jarraitua da zuzen erreal osoan
D) Jarraitua da bere izate-eremu osoan

16. *x* → +∞, *f* (*x*) → +∞, *g* (*x*) → 4, *h*(*x*) → –∞, *u*(*x*) → 0 jakinda,
Ondorengo adierazpenen limiteak adierazi *x*→+∞ kasuan:
a) f (x) – h(x)
b) f (x). f (x)
c) f (x) + h(x)
d) g (x).h(x)
e) h (x) / u (x)

Erantzuna:
a) f (x) – h(x) infiniturantz
b) f (x) .f (x) infiniturantz
c) f (x) + h(x) indeterminatua
d) g (x).h(x) minus infiniturantz
e) h (x) / u (x) infiniturantz

17. *x* → +∞ delarik adierazi ondorengo adierazpenen artean zein den infinitua (±∞):

a) $0{,}5^x$

b) $-1{,}5^x$

c) 4^x

d) 4^{-x}

Erantzuna:

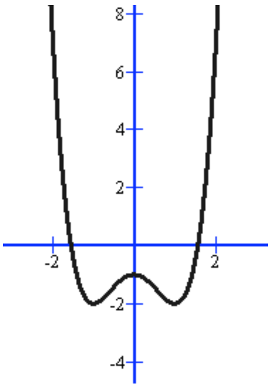
a) $0{,}5^x \to 0$

b) $-1{,}5^x \to -\bullet$

c) $4^x \to \bullet$

d) $4^{-x} \to 0$

18. Funtzio honetarako:



(funtzioa: $y = x^4 - 2x^2 - 1$)

Azaldu, gainetik, x-en zein balioetarako den zero funtzio honen deribatua, zeinetarako den positiboa eta zeinetarako negatiboa. Funtzioaren ezaugarri nagusienak adierazi.

Erantzuna:

Funtzioa deribatzen badugu: $y' = 4x^3 - 4x$; eta zerorekin berdintzen badugu, puntu kritikoak lortuko ditugu: x = 0, x =1, x =-1.

Hiru puntu hauek erraz koka ditzakegu irudian, x =0 puntuan funtzioak maximo erlatibo bat baitu eta x = 1 eta –1 balioetan minimo erlatiboak baititu (absolutuak ere badira).
Funtzio parea da (OY ardatzarekiko simetrikoa).

Deribatuaren balioa aztertu nahi badugu, honela egin dezakegu:
$y' = 4x^3 - 4x = 4x(x^2 - 1)$ denez, deribatuaren zeinua aztertuko dugu.
∞– 1 baino balio handiagoetarako deribatuaren balioa negatiboa da
∞1 baino balio handiagoetarako deribatuaren balioa positiboa da
∞–1 eta 0 arteko balioetarako lehenengo deribatua positiboa da
∞0 eta 1 balioetarako lehenengo deribatua negatiboa da

19. Kalkula ezazu ondorengo funtzioen deribatuaren balioa x =3 puntuan:

a) $y = 3.x^3 - 4.x^2 - 5.x + 34$

b) $y = \dfrac{2x-1}{4x+2}$

Gainera, topa ezazu funtzio bakoitzak puntu horretan duen zuzen ukitzailea.

Erantzuna:

a) $y' = 9x^2 - 8x - 5$, eta beraz, x =3 puntuko zuzen ukitzailea:

$y - 64 = 52(x-3)$

Zuzena (3, 64) puntutik pasatzen baita, eta x=3 puntuan deribatuaren balioa 52 baita.

b) $y' = \dfrac{1.(2x-3) - 2.(x-1)}{(2x-3)^2} = \dfrac{-1}{(2x-3)^2}$, eta beraz, x =3 puntuko zuzen ukitzailea:

$y - \dfrac{5}{14} = \dfrac{-1}{9}(x-3)$

Zuzena (3, $\frac{5}{14}$) puntutik pasatzen baita, eta x=3 puntuan deribatuaren balioa $\frac{-1}{9}$ baita

20. Bilatu ondorengo kurbaren zuzen ukitzaileak abzisako 0 eta 1 puntuetan:

$$y = \frac{5x^3 + 7.x^2 - 16x}{x-2}$$

Erantzuna:

$$y' = \frac{15x^2.(x-2) - 1.(5x^3)}{(x-2)^2} = \frac{10x^3 - 30x^2}{(x-2)^4}$$, eta

$$y'(0) = 0$$
$$y'(1) = -20$$

Beraz x= 0 eta x = 1 puntuetako zuzen ukitzaileak:

$$y = 0$$
$$y + 4 = -20(x-1)$$

21. Topatu ondorengo funtzioaren balio maximo eta minimoak:

$$y = x^3 - 6.x^2 + 9x + 5$$

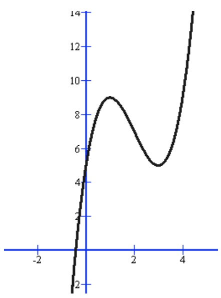
Erantzuna:
Funtzioa deribatu eta zerorekin berdintzen badugu:

$$y' = 3x^2 - 12x + 9 = 0$$

Eta ekuazioa ebatziz:
x= 1, x= 3
Bigarren deribatuak esango digu maximoa ala minimoa den

$$y'' = 6x - 12$$

Beraz, $y''(1) = -6$ denez, x= 1 puntuan funtzioak maximo bat du eta $y''(3) = 6$ denez, x= 3 puntuan du minimoa. Funtzioaren irudikapen grafikoan argi ikusten da.



22. Lortu ondorengo funtzioen deribatuak:

a) $y = sen(3x) + \cos(2x)$

b) $y = 5x^2 - \dfrac{2}{x}$

c) $y = \ln(3x)$

Erantzuna:

a) $y' = 3.\cos(3x) - 2sen(2x)$

b) $y' = 10x + \dfrac{2}{x^2}$

c) $y' = \frac{1}{x}$

23. Ebatzi ondorengo integralak

a) $\int \dfrac{x^4 - 5.x^2 + 3.x - 4}{x} dx$

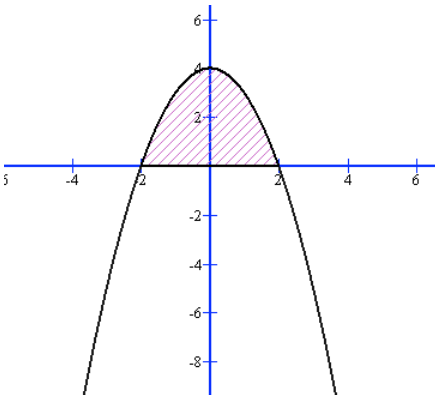
b) $\int sen2x.dx$

Erantzuna:

$$a) \int \frac{x^4 - 5.x^2 + 3.x - 4}{x} dx = \int x^3 dx - \int 5x dx + \int 3dx - \int \frac{4dx}{x} = \frac{x^4}{4} - \frac{5x^2}{2} + 3x - 4\ln x + K$$

$$b) \int sen2x.dx = \frac{-\cos(2x)}{2} + K$$

24. $y = -x^2 + 4$ **funtzioaren irudia:**



Kalkula ezazu marratutako azalera Barrow-en formula erabiliz.

Erantzuna:

$$\int_{-2}^{2} (-x^2 + 4x) dx = \frac{32}{3}$$

25. Topatu ondorengo adierazpenaren balio zehatza:

$$sen\frac{5.\pi}{4}+\cos\frac{3.\pi}{4}-sen\frac{7.\pi}{4}$$

Erantzuna:

$sen\frac{5.\pi}{4}+\cos\frac{3.\pi}{4}-sen\frac{7.\pi}{4}$ =sen225º+cos135º-sen315º= $-\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}=-3.\frac{\sqrt{2}}{2}$

26. sen A = 1/3 dela, eta A angelua lehenengo koadrantekoa dela jakinda:
Ebatzi ondorengoak eta kalkulatu eskatzen diren balioak.

a) cos A
b) sen (180º- A)
c) sen (180º+A)
d) sen (-A)
e) sen (90º- A)
f) A angeluaren balioa (erabili kalkulagailua)

Erantzuna:

$sen^2 A+\cos^2 A=1$ denez,

a) $\cos A=\sqrt{1-\frac{1}{9}}=\sqrt{\frac{8}{9}}=\frac{\sqrt{8}}{3}$

b) $sen(180º-A)=\frac{1}{3}$

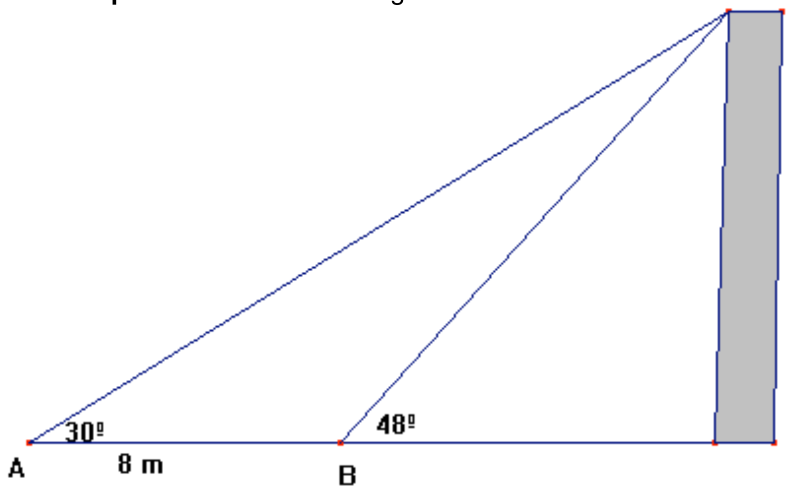
c) $sen(180º+A)=-\frac{1}{3}$

d) $sen(-A)=-\frac{1}{3}$

e) $sen(90º-A)=\cos A=\frac{\sqrt{8}}{3}$

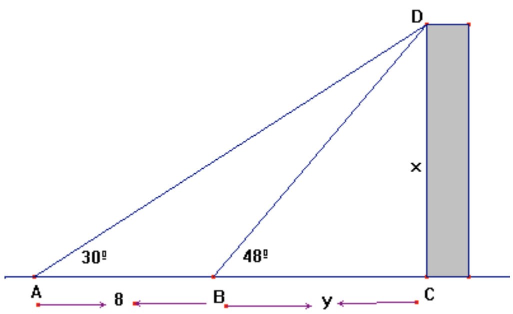
f) A = arcsen(1/3) = 19,27º

27. Pertsona batek eraikuntza baten altuera neurtu nahi du. A puntutik eraikinaren punturik altueneraino begi-lerro bat marrazten du. 8 metro gertuago jarrita berdina egiten du B puntuan. Ikusi ondorengo irudia.



Erabili ezazu kalkulagailua eraikinaren altuera kalkulatzeko

Erantzuna:



Irudiaren arabera, ondorengo ekuazio-sistema dugu:

$$tag 48^{o} = \frac{x}{y}$$

$$tag 30^{o} = \frac{x}{8+y}$$

Eta kalkulagailua erabiliz ebazten badugu:

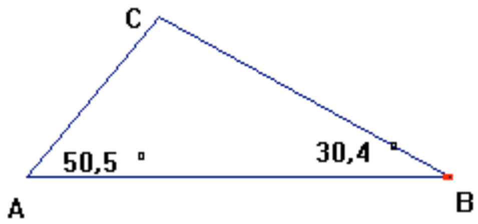
$$1{,}11 = \frac{x}{y} \qquad \qquad x = 1{,}11.y$$

hau da,

$$0{,}58 = \frac{x}{8+y} \qquad \qquad 0{,}58.(8+y) = x$$

Eta hortik y = 8, 75 m, beraz, eraikinaren altuera x = 9,71 m

28. Demagun triangelu hau (ABC)



A (50,5º) eta B(30,4º) angeluak ezagunak dira. AB oinarriak 30 cm neurtzen badu, kalkulatu:

a) C angeluaren balioa
b) Triangeluko beste bi aldeen neurria.

Erantzuna:
Triangeluko bi angelu ezagutzen ditugunez, hirugarrena erraz kalkula dezakegu:
C = 180º- 50,5º-30,4º = 99,1º =99º 6'
Sinuaren teorema ABC triangeluan bi aldiz aplikatuz gero:

$$\frac{sen(99º6')}{30} = \frac{sen(30º24')}{b}$$

Eta hortik: b = 15, 37 cm

$$\frac{sen(99º6')}{30} = \frac{sen(50º30')}{a}$$

Modu berean: a = 23,44 cm

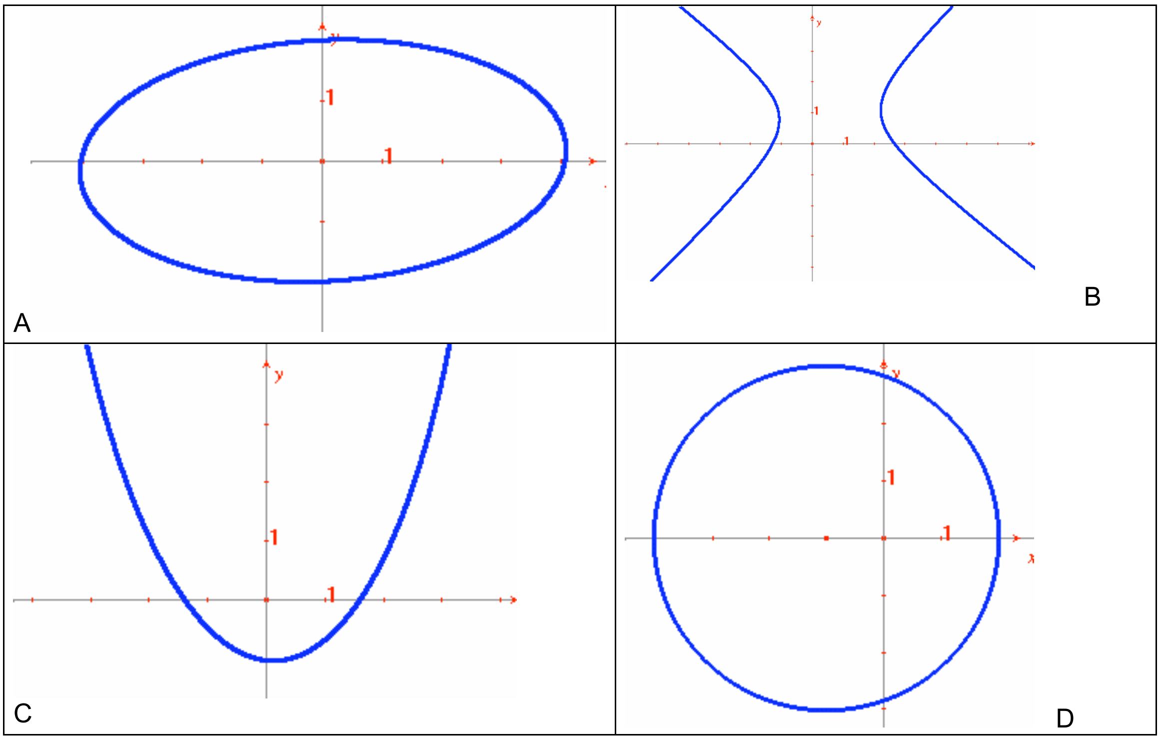
29. Irudikatu planoan ondorengo puntuak:
A(1, -1); B(5, -3); C(-2,-2) eta D(4, 0)

Erantzuna: ariketa begi-bistakoa da.

30. Kalkulatu A(-1, 1) eta B(4,3) puntuen arteko distantzia:

Erantzuna: $d = \sqrt{(4+1)^2 + (3-1)^2} = \sqrt{29}$

31. Zein izen dute ondorengo grafikoek?



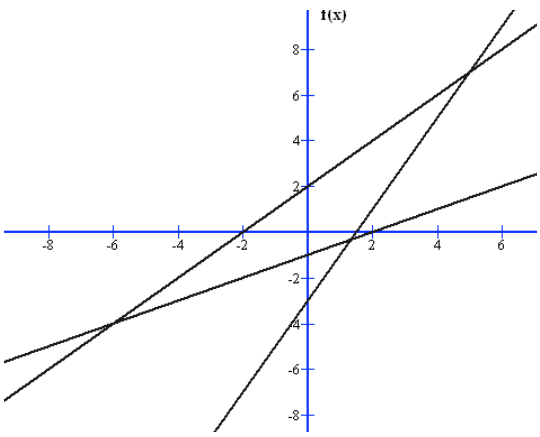
Erantzuna:
A: elipsea, B : hiperbola, C. parabola eta D: zirkunferentzia

32. Lortu **P(1, 1) zentroa eta r =3 erradioa duen zirkunferentziaren ekuazioa.**

Erantzuna:

$$(x-1)^2+(y-1)^2=3^2$$

33. Hiru zuzenki daude ondorengo grafikoan. Kalkula itzazu malda txikiena duten bi zuzenkien ekuazioak.

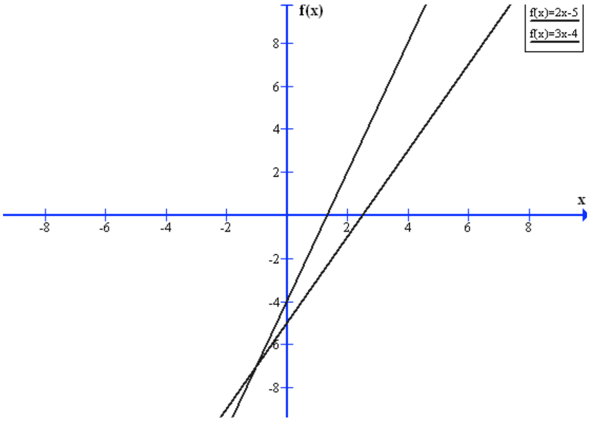


Erantzuna:

Eskatu den zuzenkietako bat (0, -1) eta (2,0) puntuetatik pasatzen denez: $y = \frac{x}{2} - 1$

Bestea (-2,0) eta (2,0) puntuetatik pasatzen denez, ekuazioa: $y = x + 2$

34. y = 2x - 5 eta y = 3x - 4 funtzioak zuzenak dira, beheko grafikoan ikus daitekeen moduan:



a) Zein puntutan ebakitzen dute elkar?
b) Bi zuzenen artean zeinek dauka malda handiagoa? Zeintzuk dira bien maldak?
c) Bi zuzenetako bat (1.000, 2996) puntutik pasatzen al da?

Erantzuna:

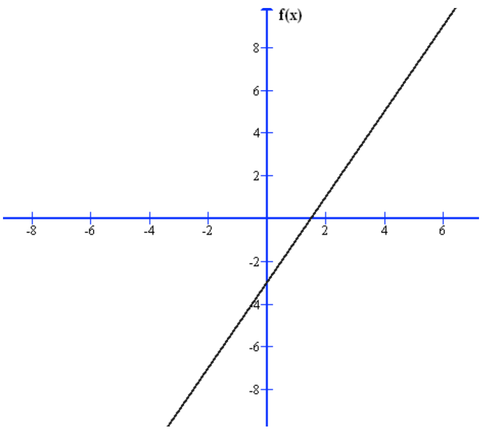
a) Ondorengo sistema ebaztean lortuko dugu bi zuzenen arteko ebakidura-puntua:

$\begin{cases} y = 2x - 5 \\ y = 3x - 4 \end{cases}$ eta soluzioak: x = -1 , y=-7, hau da, P(-1, -7)

b) y = 3x – 4 zuzenak du malda handiagoa, eta zuzenen maldak 2 eta 3 dira, hurrenez hurren.

c) y= 3x-4 zuzena pasatzen da (1.000, 2996) puntutik

35. y = 2x – 3 funtzioarena da ondorengo grafikoa:



Kalkulatu:

A) Ardatzekiko ebakidura-puntuak
B) Zuzenaren malda
C) P(5,6) puntutik pasatzen al da?

Erantzuna:

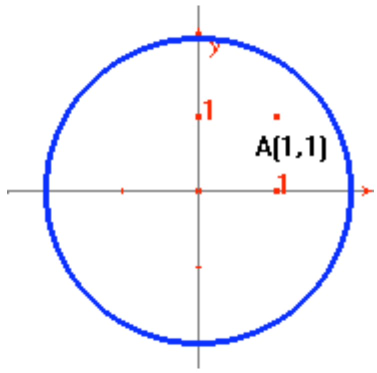
a) Ardatzetako ebakidurak bilatzeko, honela egingo dugu:
x = 0 denean OY ardatza non ebakitzen duen kalkulatuko dugu. Gure kasuan (0, -3)
y = 0 denean OX ardatza non ebakitzen duen kalkulatuko dugu. Gure kasuan (3/2,0)

b) Zuzenaren malda 2 balioak ematen digu

c) Zuzena ez da P(5, 6) puntutik pasatzen

36. Marraz ezazu zentroa P(0,0) puntuan duen eta r= 2 erradioa duen zirkunferentzia. Igarotzen al da zirkunferentzia hori A (1, 1) puntutik?

Erantzuna:



Ikus daitekeenez, zirkunferentzia ez da pasatzen A(1,1) puntutik.

37. P(1,2) puntuan zentroa duen eta R(5,4) puntutik pasatzen den zirkunferentziaren ekuazioa lortu

Erantzuna:

P eta R puntuen arteko distantziak emango digu zirkunferentziaren erradioa:

R= $\sqrt{\left((5-1)^2+(4-2)^2\right)}=\sqrt{20}$

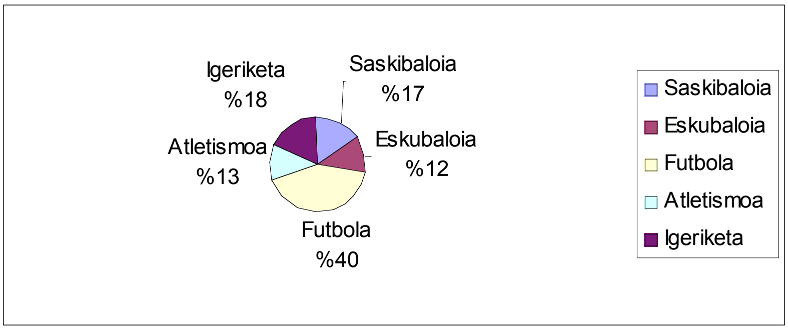
Zirkunferentziaren ekuazioa, beraz: $(x-1)^2+(y-2)^2=20$

38. Institutu bateko 120 ikasleek ondorengo kirolak praktikatzen dituzte:

Kirolak	Ikasle kopurua
Saskibaloia	20
Eskubaloia	14
Futbola	48
Atletismoa	16
Igeriketa	22
	Guztira: 120

Datu hauei dagokien sektore-diagrama marraztu.

Erantzuna:



39. Bonbilla kopuru jakin bat fabrikatzean, batzuk akastunak direla ohartu gara. 100 bonbillako 200 kutxa aztertu dira, eta ondorengo taula estatistikoa burutu da:

Bonbilla akastunak	Kutxa kopurua
	5
2	15
3	38
4	42
5	49
6	32
7	17
8	2

Kalkula ezazu bonbilla akastunen batez bestekoa.

Erantzuna:

Bonbilla akastunak x	**Kutxa kopurua f**	**x. f**
1	5	5
2	15	30
3	38	114
4	42	168
5	49	245
6	32	192
7	17	119
8	2	16
Guztira	200	Guztira 889

Batez bestekoa = $\frac{889}{200}$ = 4, 4 bonbilla akastun kutxa bakoitzeko

40. Bete ezazu ondorengo taula estatistikoa:

Aldagaia (x)	1	2	3	4	5	6	7	8
Maiztasuna (f)	4	4		7	5		7	
Maiztasun absolutua (F)			16		28	38	45	
Maiztasun erlatiboa	0,08		0,16	0,14				

Erantzuna:

Aldagaia (x)	1	2	3	4	5	6	7	8
Maiztasuna (f)	4	4	**8**	7	5	**10**	7	**5**
Maiztasun absolutua (F)	**4**	**8**	16	**23**	28	38	45	**50**
Maiztasun erlatiboa	0,08	**0,08**	0,16	0,14	**0,1**	**0,2**	**0,14**	**0,1**

Taula betetzeko maiztasunaren, maiztasun absolutuaren eta maiztasun erlatiboaren kontzeptuak ezagutu behar dira.

41. Ondorengo datu-taulak nerabe-multzo batek inteligentzia neurtzeko test batean lortutako emaitzak biltzen ditu, tarteetan oinarrituta:

Inteligentzia	**Ikasle kopurua**
85-90	5
91-95	10
96-100	20
101-105	35
106-110	15
111-115	10

a) Kalkulatu: Batez bestekoa, mediana, moda eta desbideratze tipikoa
b) Marraztu dagokion histograma.

Erantzuna:

a)

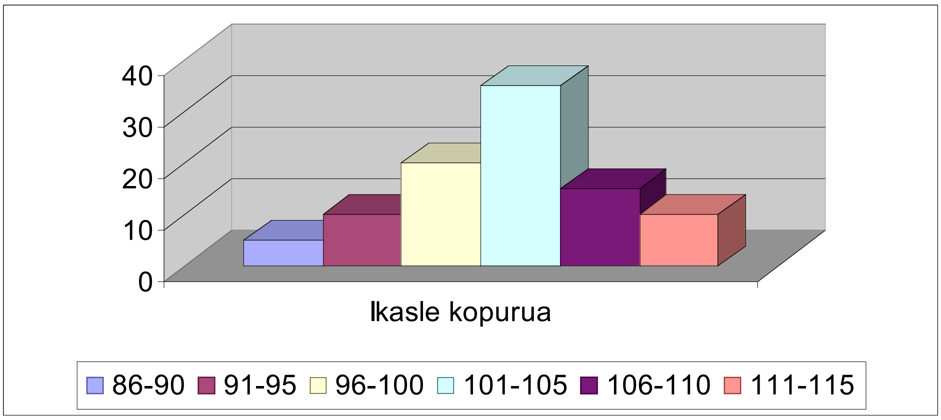
Inteligentzia X_i	Ikasle kopurua F_i	$X_i.F_i$	$(X_i - \overline{X})^2.F_i$
88	5	440	972,594045
93	10	930	800,48809
98	20	1960	311,57618
103	35	3605	38,808315
108	15	1620	549,582135
113	10	1130	1221,68809
	Guztira: 95	Guztira:9685	Guztira:3894,73686

Batez besteko aritmetikoa: $\overline{X} = \dfrac{9685}{95} = 101{,}947$

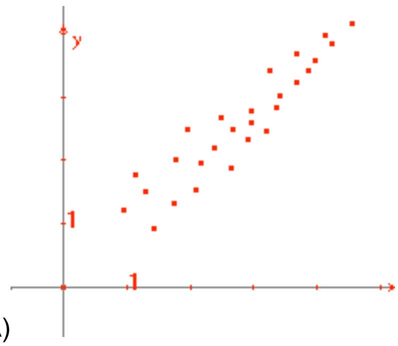
Moda = 103 (gehien errepikatzen den balioa)

Mediana = 103 (modu sinplifikatuan)

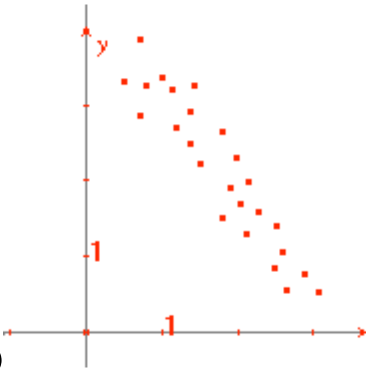
b) Histograma:



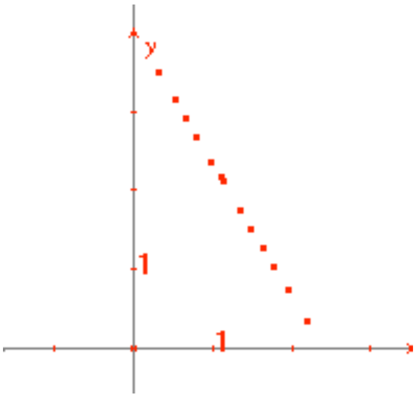
42. a) Marraz ezazu gutxi gorabehera ondorengo banaketa bidimentsionalen erregresio-zuzena:



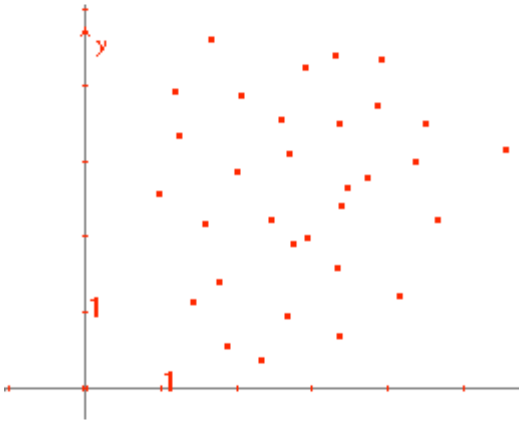
A)



B)



C)

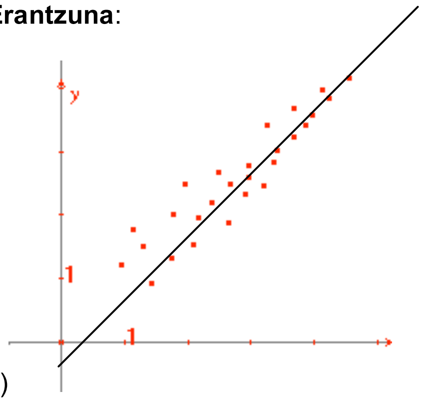


D)

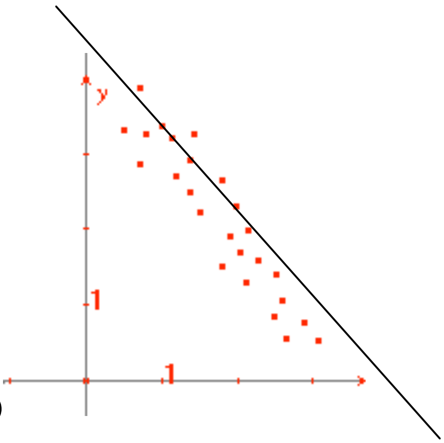
b) Bietatik zeinek du korrelazio positiboa eta zeinek negatiboa?

c) Kasu bakoitzeko korrelazio-koefizientearen gutxi gorabeherako balio bat ematen saiatu.

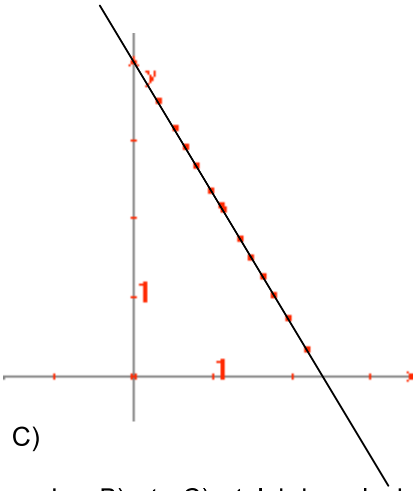
Erantzuna:



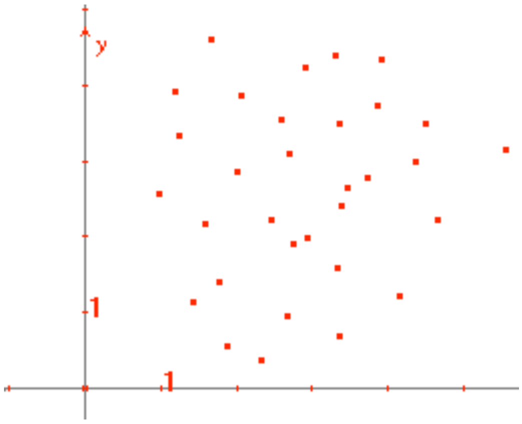
A)



B)



C)

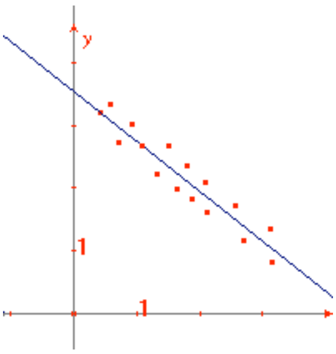


D)

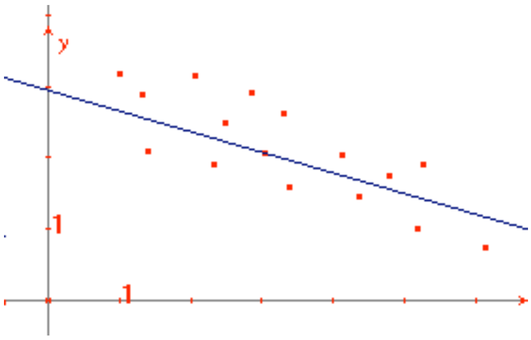
b. B) eta C) atalek korrelazio negatiboa dute eta A) atalak positiboa. D) atalean ez dago inolako korrelaziorik.
c. A) korrelazioa 0,85 ingurukoa da
   B) korrelazioa -0,85 ingurukoa da
   C) korrelazioa -1 da (funtzio-dependentzia bat badago)
   D) korrelazioa zero da.

43. Ondorengo kasu bakoitzean puntu-hodei bat eta horri dagokion erregresio-zuzena ageri dira. Korrelazio-koefizienteak

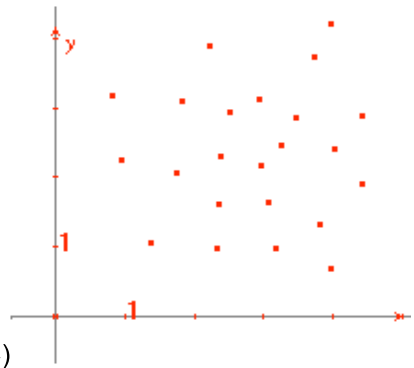
a) r=0 ; b) r= - 0,96 ; r= -0,6 ; r= 0,8 ; r= 0,95 direla jakinik,
Lotu bakoitzari dagokion puntu-hodeiarekin.



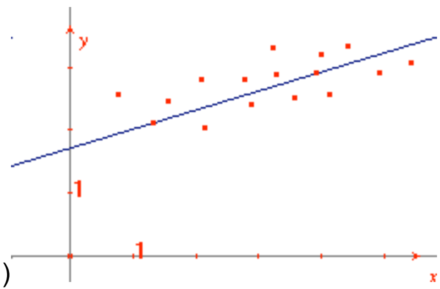
A)



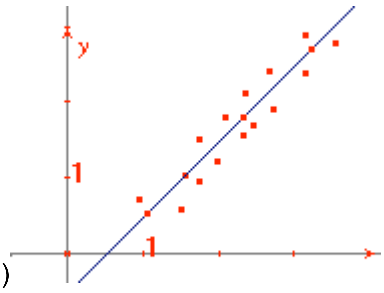
B)



C)

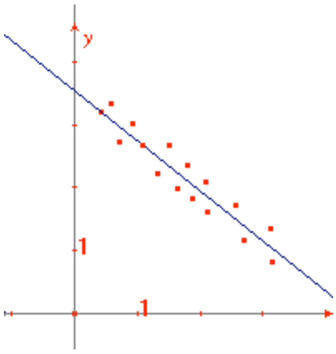


D)

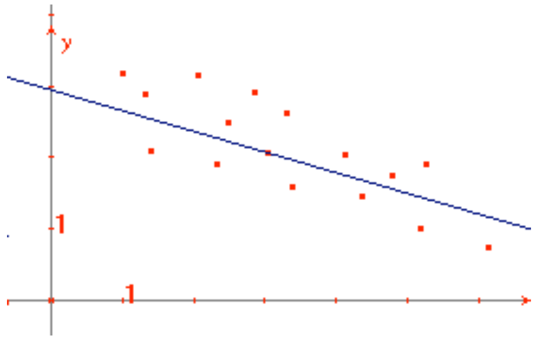


E)

Erantzuna:

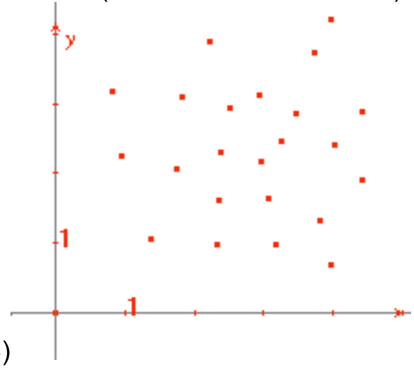


B)

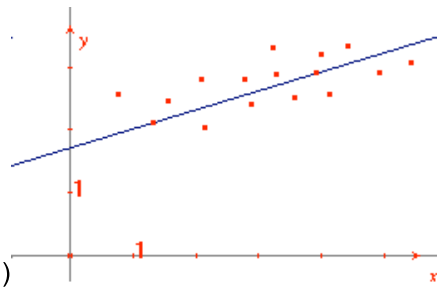


B)

R = -0,96 (korrelazioa indartsua da) r = -0,6 (ez dago korrelazio handirik, baina negatiboa da)

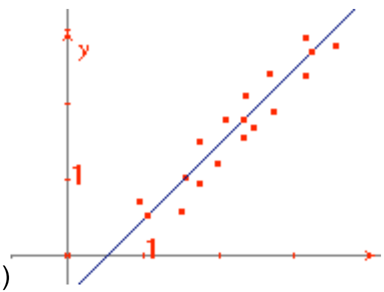


C)



D)

R = 0 (ez dago korrelaziorik) r = 0,8



E)
r = 0,95 (aurreko kasuan baino hurbilago dago puntu-hodeia erregresio-zuzenetik)

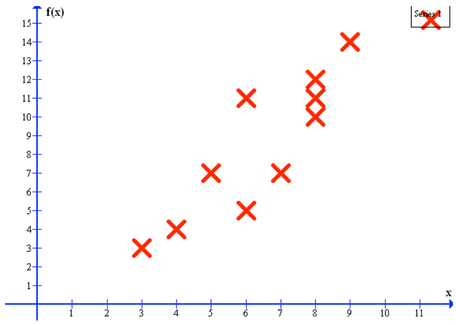
44. 10 ikasleren notak, azterketa prestatzen emandako orduak, azterketaren aurreko egunetan Interneten konektatuta pasa zituzten orduak eta bakoitzaren neurria agertzen ditu beheko taulak.
Adierazi kasu bakoitza puntu-hodeia erabiliz, aldagaietako bat beti lortu den nota izanik eta beste aldagaia txandatuz.

Nota	3	4	5	6	6	7	8	8	8	9

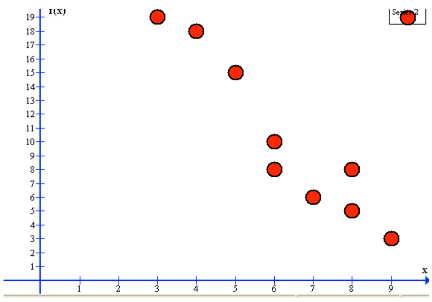
Ikasketa-orduak	3	4	7	11	5	7	10	11	12	14
Internet orduak	19	18	15	10	8	6	5	5	8	3
Altuera (cm)	156	167	170	170	172	166	179	167	158	167

Erantzuna:

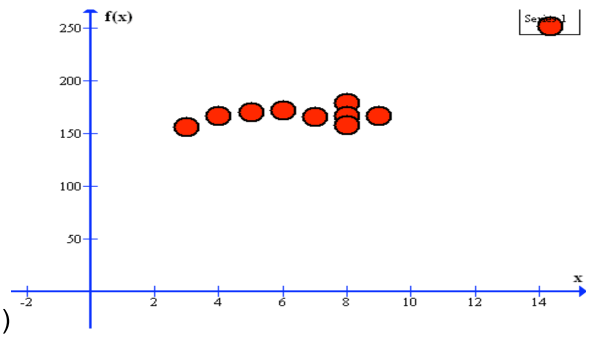
Nota / ikasketa-orduak



Nota/ Internet orduak



Orduak / altuera (cm)



45. Bi dado kubiko jaurti eta bakoitzean irten den zenbakia behatuko dugu. Kalkulatu:

a) Bi dadoetan zenbaki bera ateratzeko probabilitatea.
b) Atera diren bi zenbakien batura 7 izateko probabilitatea.
c) Atera diren bi zenbakien biderkadura 12 izateko probabilitatea.

Erantzuna:

a) 36 kasu gerta daitezke: (1,1),(1,2)...(6,5) eta (6,6)
Bi zenbakiak berdinak izateko probabilitatea: 6/36 = 1/6 (6 baitira aldeko kasuak: (1,1); (2,2);... (6,6))

b) Ondorengo kasuetan bakarrik izango du batura 7: (1,6); (6, 1); (2, 5); (5,2);(3, 4) eta (4,3). Aldeko kasuak 6 dira guztira. Probabilitatea, beraz: 6/36= 1/6

c) Biderkadura 12 izango deneko kasuak: (2, 6); (6,2); (3,4) eta (4,3).
4 aukera daude, eta beraz, probabilitatea: 4/36 = 1/9

46. 12 bola gorri, 3 bola urdin eta 2 zuri ditu kutxa batek.
Edozein bola aterako dugu. Zein da bola hori gorria izateko probabilitatea?

Erantzuna:
Guztira 17 bola ditugu, eta horietatik 12 direnez gorriak, eskatutako probabilitatea P=12/17 da.

47. Bi dado aldi berean jaurtitzeko ausazko esperientzian, zein dira esperientzia horretako oinarrizko gertakariak?

Erantzuna:

36 kasu posible ditugu, (1,1),(1,2)...(6,5) eta (6,6), oinarrizko gertakari direnak, hain zuzen ere.

48. Bi txanpon aldi berean jaurtiko ditugu. Zein dira esperientzia horren oinarrizko gertakariak?

Erantzuna:
Lau kasu posible ditugu: (a,+),(+,a),(a,a) eta (+,+)

49. Hiru txanpon aldi berean jaurtiko ditugu. Zein dira esperientzia horren oinarrizko gertakariak?

Erantzuna:
Zortzi kasu posible ditugu: (a,a,a),(a,a,+),.......eta (+,+,+)

50. Kutxa batean bola gorri 1 eta 2 bola zuri ditugu.
Ausaz bi bola aterako ditugu. Zein da bi bolak zuriak izateko probabilitatea?

Erantzuna:
Kasu posible guztiak kalkulatzen baditugu, hauxe izango dugu:
(g,z1), (g,z2),(z1,z2) (hiru kasu ditugu)
Aldeko kasuen kopurua 1 denez, P = 1/3 izango da.

PROBARAKO ADIBIDEA

Proposatu diren sei ariketetatik bost erantzun (ariketa bakoitzak: 2 ptu.)

1. Hiri zehatz bateko 40 gasolindegietako langileen kopurua adierazi da ondorengo taulan:

[0, 10]	[10, 20]	[20, 30]	[30, 40]	[40, 50]	**Langile-kop.**
2	8	10	12	8	**Gasolindegi-kop.**

a) Marraztu taulari dagokion histograma.
b) Kalkulatu batez bestekoa eta desbideratze estandarra.

2. Gasolina edo gasolioa erretzen dituzten bi autoren artean bat hautatu nahi du erosle batek. Lehenengoak 9 litro kontsumitzen ditu 100 km-tan. Bigarrenak 6 litro 100 km-tan. Gasolioa erretzen duen autoa gasolinakoa baino 4.000 euro garestiagoa da. Gasolinaren litroko prezioa 0,71 euro eta gasolioarena 0,42 euro direla jakinik:
Kalkulatu zein den errentagarriagoa, egindako kilometroen arabera. Azaldu arrazoiak.

3. Funtzio hau dugularik: $y = 3x^2 - 2x - 2$

a) Kalkulatu kurba horrek x = 3 puntuan duen zuzen ukitzailea.
b) Zein da funtzioaren balio minimoa?
c) Funtzioa marrazten saiatu.

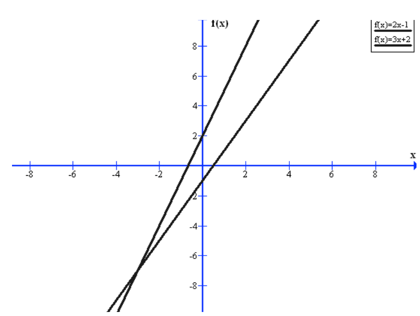
4. Gauss-en metodoa aplikatuz ondorengo ekuazio-sistema ebatzi. Ebatzi, halaber, beheko bigarren mailako ekuazioa.

a) $$\begin{aligned} 3x - 2y + z &= 3 \\ 2x + y - z &= -1 \\ -x - y + 5z &= 0 \end{aligned}$$

b) $$\frac{8-x}{2-x} - \frac{8+x}{2+x} = \frac{9}{4}$$

5. y =2x-1 eta y = 3x+2 funtzioak izanik:

a) Topatu ebakidura-puntua.
b) Zenbatekoa izan behar du A-ren balioak (3, A) puntua maldarik handieneko zuzenean egoteko?
c) Kalkula ezazu P(4,8) puntutik pasatuko den eta y = 2x – 1 zuzenarekiko paraleloa izango den zuzena.
d) Adierazi erantsitako irudian zein den funtzio bakoitza



6. Kalkulatu $y = x^2$ kurbak, OX ardatzak eta x= 2 eta x= 6 ordenatuek mugatzen duten azalera. Irudika ezazu egindakoa.

PROBARAKO ADIBIDEEN ERANTZUNAK

Proposatu diren sei ariketetatik bost erantzun (ariketa bakoitzak: 2 ptu.)

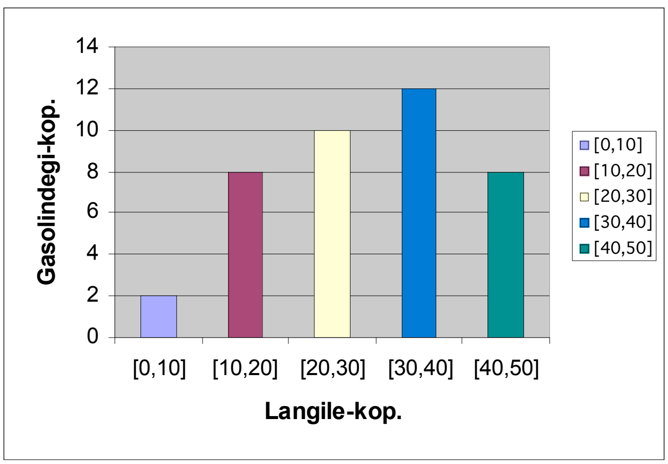
1. Hiri zehatz bateko 40 gasolindegietako langileen kopurua adierazi da ondorengo taulan:

[0, 10]	[10, 20]	[20, 30]	[30, 40]	[40, 50]	**Langile-kop.**
2	8	10	12	8	**Gasolindegi-kop.**

a) Marraztu taulari dagokion histograma.
b) Kalkulatu batez bestekoa eta desbideratze estandarra.

Erantzuna:

a) Marraztu taulari dagokion histograma.



b) Kalkulatu batez bestekoa eta desbideratze estandarra.

Batez bestekoa kalkulatzeko, tarte bakoitzaren bitarteko balioa hartuko dugu ordezkaritzat, eta kalkuluak egingo ditugu.

x_i	f_i	$x_i \cdot f_i$
5	2	10
15	8	120
25	10	250
35	12	420
45	8	360
GUZTIRA	40	1.160

$$\overline{X} = \frac{x_1 \cdot f_1 + \ldots + x_5 \cdot f_5}{f_1 + f_2 + \ldots + f_5}$$

$$\overline{X} = \frac{1.160}{40} = 29$$

Desbideratze estandarraren kalkulua antzekoa da.

$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i$
-24	1.152
-14	1.568
-4	160
6	432
16	2.048
GUZTIRA	5.360

$$s = \sqrt{\frac{(x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i + \ldots + (x_5 - \bar{x})^2 \cdot f_5}{f_1 + f_2 + \ldots + f_5}}$$

$$s = \sqrt{\frac{5.360}{40}} = 11'57$$

2. **Gasolina edo gasolioa erretzen dituzten bi autoren artean bat hautatu nahi du erosle batek. Lehenengoak 9 litro kontsumitzen ditu 100 km-tan. Bigarrenak 6 litro 100 km-tan. Gasolioa erretzen duen autoa gasolinakoa baino 4.000 euro garestiagoa da. Gasolinaren litroko prezioa 0,71 euro eta gasolioarena 0,42 euro direla jakinik:**
Kalkulatu zein den errentagarriagoa, egindako kilometroen arabera. Azaldu arrazoiak.

Erantzuna:

Gasolioa erretzen duenak 0,06 l/km gastatzen du
Gasolina erretzen duenak 0,09 l/km gastatzen du

C_1 = X (km) egin ondoren gasolioko autoaren gastua = 4.000 + (0´06) · 0´42 · X

C_2 = X (km) egin ondoren gasolinako autoaren gastua = (0´09) · 0´71 · X

Beraz:
C_1 = = 4.000 + 0´0252X
C_2 = 0´0639X

Ekuazio-sistema hau ebazteko, $C_1 = C_2$ noiz izango den kalkulatuko dugu, eta hortik baten eta bestearen arteko errentagarritasunaren muga:

X ⊕103.359,17 km

3. **Funtzio hau dugularik:** $y = 3x^2 - 2x - 2$
   a) **Kalkulatu kurba horrek x = 3 puntuan duen zuzen ukitzailea.**
   b) **Zein da funtzioaren balio minimoa?**
   c) **Funtzioa marrazten saiatu.**

Erantzuna:

a) Kalkulatu kurba horrek x = 3 puntuan duen zuzen ukitzailea.

Y´ = 6x-2 Y(3) = 27-6-2 = 19
Y´(3) = 16

Zuzen ukitzailea: $\boxed{y - 19 = 16\,(x - 3)}$

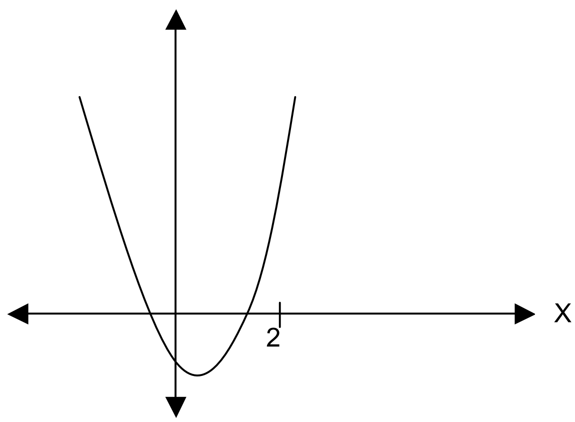
b) Zein da funtzioaren balio minimoa?

Y´ =6x-2=0

X= $1/3$ $\longrightarrow y\left(\frac{1}{3}\right)=-\frac{7}{3}$

Minimoa $\left(\frac{1}{3}\ ,\ -\frac{7}{3}\right)$

c) Funtzioa marrazten saiatu.



4. Gauss-en metodoa aplikatuz ondorengo ekuazio-sistema ebatzi. Ebatzi, halaber, beheko bigarren mailako ekuazioa.

a)
$$\begin{aligned}3x-2y+z&=3\\2x+y-z&=-1\\-x-y+5z&=0\end{aligned}$$

b) $$\frac{8-x}{2-x}-\frac{8+x}{2+x}=\frac{9}{4}$$

Erantzuna:

a) $$\left.\begin{aligned}3x-2y+z&=3\\2x+y-z&=-1\\-x-y+5z&=0\end{aligned}\right\}\longrightarrow\left.\begin{aligned}-x-y+5z&=0\\-5y+16z&=3\\-y+9z&=-1\end{aligned}\right\}\longrightarrow\left.\begin{aligned}-x-y+5z&=0\\-5y+16z&=3\\-29z&=8\end{aligned}\right\}$$

Soluzioa: $z=\frac{-8}{29}$ $y=\frac{-43}{29}$ $x=\frac{3}{29}$

b) $\dfrac{8-x}{2-x}-\dfrac{8+x}{2+x}=\dfrac{9}{4}$

$$4[(8-x)\cdot(2+x)-(8+x)(2-x)]=9(4-x^2)$$

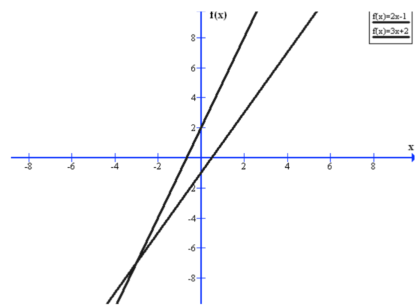
$$4[\cancel{16}+6x-\cancel{x^2}-\cancel{16}+6x+\cancel{x^2}]=36-9x^2$$

$$48x=36-9x^2 \rightarrow 3x^2+16x-12=0$$

$$x=\frac{-16\pm\sqrt{256+144}}{6} \begin{cases} +2/3 \\ -6 \end{cases}$$

5. y =2x-1 eta y = 3x+2 funtzioak izanik:

a) Topatu ebakidura-puntua.
b) Zenbatekoa izan behar du A-ren balioak (3, A) puntua maldarik handieneko zuzenean egoteko?
c) Kalkula ezazu P(4,8) puntutik pasatuko den eta y = 2x – 1 zuzenarekiko paraleloa izango den zuzena.
d) Adierazi erantsitako irudian zein den funtzio bakoitza



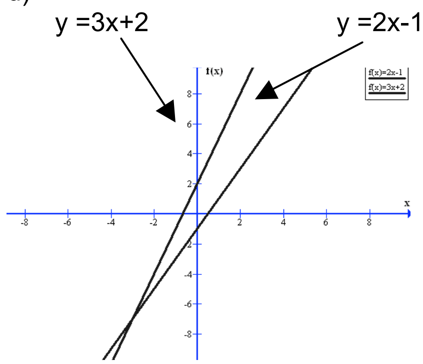
Erantzuna:

a) $\left.\begin{array}{l} y=2x-1 \\ y=3x+2 \end{array}\right\} \rightarrow$ Eta sistema ebatzita: P(-3,-7)

b) y = 3x+2 da malda handieneko zuzena
A = 3*3+2 = 11

c) Zuzenaren malda m = 2 da eta P(4,8) puntutik pasatzen da.
Beraz, eskatu zaigun zuzena:
y-8 = 2(x-4)

d)



6. Kalkulatu $y = x^2$ kurbak, OX ardatzak eta x= 2 eta x= 6 ordenatuek mugatzen duten azalera. Irudika ezazu egindakoa.

Erantzuna:

Barrow-en teorema aplikatuta kalkula daiteke azalera:

$$A = \int_2^6 x^2 dx = \left. \frac{x^3}{3} \right|_2^6 = \frac{6^3}{3} - \frac{2^3}{3} = \frac{208}{3}$$

PROBAKO GALDEREN ETA EZAGUTZA-ADIERAZLEEN ARTEKO ELKARREKIKOTASUNAK

Galdera	Ezagutza-adierazlea
1	4.1 eta 4.2
2	1.5, 1.6, 3.5 eta 3.6
3	1.2, 1.3, 2. 2, 2.4, 2.9, 2.10 eta 2.11
4	1.6, 1.7 eta 1.9
5	1.5, 2.4, 3.4, 3.5 eta 3.6
6	1.2, 1.3, 2.4, 2.12 eta 2.13

PROGRAMAZIOA ETA IKASKETARAKO BALIABIDEAK

• PROGRAMAZIOA

Hamalau ikasketa-unitatetan antolatu da modulu hau. Lau eduki-blokeetan agertzen diren eduki guztiak jorratzen dira ikasketa-unitateotan. Lehenengo lau unitateak oinarrizkoak eta funtsezkoak dira gainontzekoak ulertzeko, funtzioen esparruko alderdiak sakontzen baitira gero. Hurrengo lau unitateak funtzioen ariketen ingurukoak dira, eta esparru horretan funtsezkoak diren alderdiak ikasiko dira: funtzioen kontzeptua, limiteak, kurben marrazketa, deribatua eta integrala kontzeptuak, eta euren aplikazioak. Hurrengo hiru unitateak trigonometriari eta planoen geometriari buruzkoak izango dira, eta unitateetako batean zirkunferentzia aztertuko da. Azken hiru unitateetan estatistikaren eta zoriaren inguruko edukiak landuko dira, matematikan nahiz gure inguruan garrantzia hartzen ari diren esparruak baitira.

Moduluaren zentzua guztiz praktikoa da, eta funtzio anitzekoa. Ariketen ebazpenean oinarritutakoa da. Modulu honetako jarduerak azaltzerakoan kontuan izan behar dugu matematika dela beste hainbat esparrutan sakontzeko oinarrizko tresna: fisikan, kimikan, teknologian eta matematikan, noski.

Jarraian laburki azaltzen dira ikasketa-unitateak. Moduluaren jarraipen logikoa egiteko ikasketa-unitateak orden honetan jorratzea gomendatzen da: 1, 2, 3, 4, 5, 9, 6, 7, 8, 10, 11, 12, 13 eta 14. unitateetan murgildu aurretik, komeni da irakasle bakoitzak beharrezkotzat jotzen dituen kontzeptuak eta prozedurak errepasatzeko astia hartzea.

Eduki-blokeak	Ikasketa Unitateak	Izendapena	Ordu kopurua
1. Aritmetika eta Aljebra	IU 1	Zenbakiak eta eragiketak	6 ordu
	IU 2	Lengoaia aljebraikoa eta aplikazioak	7 ordu
	IU 3	Matrizeak eta Determinanteak	4 ordu
	IU 4	Ekuazio-sistemak eta euren ebazpena	5 ordu
2. Analisi matematikoa	IU 5	Funtzioen mundua	4 ordu
	IU 6	Zenbait funtzioren ikasketa	5 ordu
	IU 7	Deribatuen mundua eta aplikazioak	14 ordu
	IU 8	Integralen mundua eta aplikazioak	10 ordu
3. Geometria	IU 9	Trigonometria eta bere aplikazioak	8 ordu
	IU 10	Koordenatu-sistema eta zuzenen ekuazioak	5 ordu
	IU 11	Konikak: zirkunferentzia	4 ordu
4. Estatistika eta probabilitatea	IU 12	Dimentsio bakarreko estatistika	6 ordu
	IU 13	Bi dimentsiotako estatistika	6 ordu
	IU 14	Probabilitatea	6 ordu

1. Ikasketa Unitatea: ZENBAKIAK ETA ERAGIKETAK (6 ordu)

Geroko garapenerako funtsezkoa da unitate hau. Bertan lantzen diren zenbakiak eta euren arteko erlazioak trebetasunez erabiltzea da helburuetako bat. Testuinguru ezberdinetan zenbaki osoen, arrazionalen eta irrazionalen erabilera iaioa ezinbestekoa da. Gainera, garrantzitsua izango da oso zenbaki handiekin edo oso txikiekin lan egiteko ikasleek notazio zientifikoari buruzko gaitasuna garatzea.

Zenbaki-mota bakoitza ongi erabiltzen eta zuzen errealean egoki kokatzen jakin behar dute ikasleek. Zenbaki horiekin burututako ohiko eragiketak segurtasunez eta konfiantzaz burutu behar dira. Unitate honetan eragiketa berri bat sartu dute: logaritmoa. Kontzeptu hau ongi ulertu eta egoki aurkezteko, funtzio esponentzialarekin eta notazio zientifikoa duten zenbakien irudikapenarekin duen lotura azaltzea komenigarria da.

Unitate osoan kalkulagailua zentzuz erabiliz gero kalkulu asko aurreztuko dizkigu, eta bestelako prozesuetan buru-belarri jardun ahal izango dugu. Unitate honen amaieran progresio aritmetikoak eta geometrikoak jorratuko dira, eta eduki hauetan asko sakonduko ez badugu ere, bien artean dauden ezberdintasunak ikasiko ditugu, hori baita gehien interesatzen zaiguna. Progresio bakoitzeko gai orokorra kalkulatzea izan daiteke zenbakizko segiden kontzeptua ulertarazteko abiapuntua.

Zenbakiak jorratzen dituzten ariketa-mota anitz ebazteko balio behar du unitate honek. Matematikan aurrera egiteko beharrezkoak diren oinarrizko tresnez hornitzea da unitate honen helburua.

2. Ikasketa Unitatea: LENGOAIA ALJEBRAIKOA ETA APLIKAZIOAK (7 ordu)

Aljebran eta bere metodoetan sakontzen da unitate honetan. Unitatea hasteko, gure lengoaiaren eta aljebrako lengoaiaren arteko loturak aztertuko dira. Gero adierazpen aljebraikoak eta adierazpen aljebraiko mota zehatz bat (polinomioak) ikasiko dira. Unitatearen zatirik handiena polinomioen maneiuari buruzkoa da: balio numerikoa, erroak eta faktorizazioa (hemen Ruffini-ren erregelari buruzko ezagutzak aplikatu beharko dira), eta euren arteko oinarrizko eragiketak. Geroago ekuazioa eta ekuazioen ebazpenak jorratuko dira. Ekuazioa ebazteak zer esan nahi duen eta ebazteko teknikak zeintzuk diren jakitea oso garrantzitsua da. Unitatearen azken atala bigarren mailako ekuazioen ebazpenak burutzeko utzi da. Unitate honetako zentzua oso instrumentala da, hau da, ekuazioak (lehenengo eta bigarren mailakoak) ebazteko tresna ahaltsua da aljebra, baita planteamendu aljebraikoak dituzten ariketen ebazpenerako ere. Ariketak ebazterakoan alferrik galdu behar ez dugun tresna ahaltsua da aljebra.

3. Ikasketa Unitatea: MATRIZEAK ETA DETERMINANTEAK (4 ordu)

Oso zentzu instrumentaleko unitatea da; baina, matrizeen eta determinanteen kontzeptuak ongi ulertzea oso garrantzizkoa da, bestelako edukiak ulertzeko ezinbestekoak baitira, hala nola: sistemen ebazpena (4. IU) eta planoaren geometriari buruzko zenbait ariketen ebazpena (10. IU). Matrizeekin oinarrizko eragiketak (batuketak, kenketak, eta zenbaki eskalar batengatik biderkatzeak) egiten iaioa izan behar du ikasleak, eta gainera, 3x3 determinanteak Sarrus-en erregelaren bidez kalkulatzen ere jakin beharko dute. Eragiketa hauen bidez sistema linealak ebatzi ahal izango ditugu matrizeak erabiliz.

4. Ikasketa Unitatea: EKUAZIO SISTEMAK ETA EUREN EBAZPENA (5 ordu)

Algebraren alorreko unitate garrantzitsua da. Ekuazio-sistemak ebazteak zer adierazten duen ulertu behar dugu lehenik. Sistema bateragarrien eta bateraezinen arteko ezberdintasuna ulertu. Bi sistema baliokide zer diren jakin. Sistema batek soluzio bakarra (mugatua) edo infinitu soluzio (mugagabea) izan ditzakeela ulertu. Izaera instrumentaleko unitatea da: Ekuazio-sistemak prozedura ezberdinen bidez ebaztea da helburua; baina Gauss-en metodoa bereziki azpimarratuz. Ariketak aljebraren kontzeptuak erabiliz planteatu eta ebaztea da unitate honen alderdi nagusienetakoa.

5. Ikasketa Unitatea: FUNTZIOEN MUNDUA (4 ordu)

Funtzioaren kontzeptua ulertzeko ezinbesteko unitatea da. Beste hainbat ikasketa-unitaterekin duen lotura oso argia da, hurrengo hiru ikasketa-unitateekin bereziki. Gaia ongi ikasteko grafikoetako zenbait lengoaia (hitzezkoa, tabularra, grafikoa eta aljebraikoa) eta lengoaia batetik bestera itzultzeko gaitasuna trebatu behar dira.

Funtzioek aldi berean aldatzen diren bi magnituderen arteko lotura ematen dutela argi geratu behar zaigu unitate honetan. Modu berean, grafikoetako ezaugarri orokorrak (hazkundea, beherapena, jarraitasuna, etab.) eta funtzioen eremuak ikastea ere garrantzizkoa da. Ahal dela, funtzioak hainbat testuingurutan agertzen dituzten jarduerak eta ariketak proposatu behar dira.

6. Ikasketa Unitatea: ZENBAIT FUNTZIOREN IKASKETA (5 ordu)

Hainbat funtzio-mota sakonean aztertzen dira ikasketa-unitate honetan: linealak, koadratikoak, esponentzialak eta logaritmikoak.

Funtzio linealak eta koadratikoak aurreko ikastaldietan ikusitakoak badira ere, unitate honetan sakonago ikasiko ditugu. Unitatean zehar ikasiko ditugun funtzioen alderdi esanguratsuenak ulertzen saiatuko gara: hazkundea, beherapena, joerak, maximoak, minimoak, etab. Funtzio trigonometrikoak 9. IUn ikasiko dira. Funtzio hauen oinarrizko ezaugarri batzuk ezagutu beharko dira nahitaez: aldizkakotasuna, funtzioaren eremua, heina, etab.

7. Ikasketa Unitatea: DERIBATUEN MUNDUA ETA APLIKAZIOAK (14 ordu)

Unitate guztietarako (ez soilik analisi matematikoaren inguruko unitateetarako) funtsezkoa da ikasketa-unitate hau. Zenbakizko segidak eta funtzioek puntu zehatz batean duten limitea jorratuko dira unitatearen hasieran, baita jarraitutasunaren eta etenen kontzeptua ere (oso maila intuitiboan). Oso izaera praktikoa izan behar dute kontzeptuok, eta oso lan kualitatiboak izango dira, landuko diren edukiak argi gelditzeko.

FFuntzio baten deribatua (puntu zehatz batean) aztertuko da unitatearen nukleoan, eta kontzeptu horren esanahi geometrikoa azalduko da. Kurbak puntu zehatz batean duen zuzen ukitzailearekin lotura handia du honek, eta beraz, 6. IUn ikasitako funtzio linealei buruzko hainbat alderdi argi izan beharko ditugu. Puntu zehatz bateko deribatuaren kontzeptua ulertutakoan, emandako funtzioaren funtzio deribatua aztertuko dugu. Unitatearen azken atalean deribaziorako oinarrizko arauak praktikoki landuko ditugu, eta horrela, oinarrizko hainbat funtzio deribatu ahal izango ditugu. Deribatuen hainbat aplikaziorekin amaituko dugu unitatea, eta kurbak funtzioaren puntu kritikoen (maximoak, minimoak, etab.) bidez adierazten ikasiko dugu bereziki.

8. Ikasketa Unitatea: INTEGRALEN MUNDUA ETA APLIKAZIOAK (10 ordu)

Aurreko unitatearekin oso lotutakoa da unitate hau, eta aurrekoa guztiz finkatu arte ezingo da hau landu. Ongi bereizitako bi atal ditu unitate honek. Horrela, lehenengo atalean zenbait funtzioren jatorrizkoa kalkulatuko dugu. Funtzio baten funtzio deribatuaren eta jatorrizko funtzioaren artean dagoen lotura (euren arteko alderantzizko eragiketak dira) ikustea interesgarria da. Unitatearen bigarren zatia integral mugatuaren ingurukoa izango da, eta hainbat aplikazio ikusiko ditugu, kurbaren azpiko azaleraren kalkulua bereziki (Barrow-en erregela). Oso izaera instrumentala du unitate honek, eta honekin, analisi matematikoari dagokion eduki-blokea amaituko dugu.

9. Ikasketa Unitatea: TRIGONOMETRIA ETA BERE APLIKAZIOAK (8 ordu)

Trigonometriaren inguruko kontzeptuak lantzen dira unitate honetan. Angeluen neurriak (sistema hirurogeitarrekoak nahiz radianak) ongi menderatu beharko dira. Gero zirkunferentzia goniometrikoarekin (unitateko erradioa duen zirkunferentzia) eta trigonometriako arrazoi garrantzitsuenekin (sinua, kosinua, tangentea) lan egingo dugu, eta horrela, angelu jakin batzuen arrazoiak kalkulatu ahal izango ditugu, beste angelu batzuen arrazoiak erabiliz. Funtzio trigonometriko nagusienak ikasiko dira, horrela 6. IUn ikasitako zenbait funtzioren osagarri izango baitira. 7. eta 8. IU ikasi aurretik landu beharko da IU hau. Unitatearen amaierako atalean triangeluak eta horiek ebazteko metodoak ikasiko dira, eta horretarako sinuaren eta kosinuaren teoremak ezagutu beharko dira. Unitatearen izaera instrumentala da; edukiak finkatzeko, zeharkako neurriei (distantzien kalkuluak, etab.) buruzko kalkuluak ongi ebazten jakin behar da. Kalkulagailu zientifikoa unitate osoan erabili beharko da.

10. Ikasketa Unitatea: KOORDENATU-SISTEMA ETA ZUZENEN EKUAZIOAK (5 ordu)

Aurreko unitatearekin lotutako unitatea da, baina baita 6. IUrekin ere. Funtzio linealean are gehiago sakontzen da unitate honetan: alderdi metrikoak (zuzenen arteko distantzia, puntuaren eta zuzenaren arteko distantzia) eta zuzenen arteko posizioa (paralelotasuna, elkarzutasuna, etab.) ikasten dira. Zuzenen malda kontzeptu garrantzitsua ere oinarrizko kontzeptu trigonometrikoekin eta deribatuarekin batera aplikatu ahal izango dugu. Maldaren bidez funtzio linealen hazkundea edo beherapena aztertu ahal izango dugu. Bi puntu zehatzetatik pasatzen diren zuzenen ekuazioak (funtzio linealak) kalkulatzen ere jakin beharko dugu, eta puntuak/malda ekuazioarekin lotuko ditugu.

11. Ikasketa Unitatea: KONIKAK: ZIRKUNFERENTZIA (6 ordu)

Konika zehatz bat ikasiko dugu unitate honetan: zirkunferentzia. Hala ere, bestelako konikak ere zehazki (grafikoki) ezagutaraziko dira: elipsea, parabola eta hiperbola. Parabola dagoeneko 6. ikasketa-unitatean aztertu dugunez, ez dugu berriz sakonean aztertuko. Zirkunferentziari dagokionez, bere zentroaren eta erradioaren ekuazioa lortu eta ulertzea interesatzen zaigu. Iraupen motzeko unitatea bada ere, oso grafikoa da.

12. Ikasketa Unitatea: DIMENTSIO BAKARREKO ESTATISTIKA (6 ordu)

Dimentsio bakarreko estatistikaren esparruan moduluak biltzen dituen kontzeptu guztiak azaltzen dira unitate honetan. Maiztasun-taulen bidez datu estatistikoak bildu eta antolatzea jorratuko da unitate honen hasieran. Gero, estatistikako grafikoak aztertuko dira: histogramak, barra-diagramak, sektore-diagramak, etab.

Estatistikaren parametroak sakonean aztertuko dira, batez besteko aritmetikoa eta desbideratze estandarra bereziki. Kalkuluak, ahal dela, kalkulagailuaren bidez egingo dira. Parametro horien alderdi kuantitatiboa nahiz kualitatiboa garrantzizkoak dira: batez besteko aritmetikoa izango da balio nagusia, eta desbideratze estandarrak batez besteko horretatik dagoen desbideratzea adieraziko digu. Komunikabideetatik ateratako datuekin lan egiteko unitate aproposa da.

13. Ikasketa Unitatea: BI DIMENTSIOTAKO ESTATISTIKA (6 ordu)

Bi dimentsiotako estatistikaren esparruan moduluak biltzen dituen kontzeptu guztiak azaltzen dira unitate honetan. Puntu-hodeien bidez bi dimentsioetako datu estatistikoak adieraztea jorratuko da unitate honen hasieran. Gero, bi aldagaien artean izan daitezkeen erlazioak ikasiko ditugu, korrelazioaren kontzeptua aztertuz. Bi aldagaien arteko korrelazio posibleen hurbilketak kalkulatzen ikasi behar dugu. Unitatearen azken atalean puntu-hodeiak zuzen baten bidez doitzen ikasiko dugu, aldagaien arteko erlazioa existitzen deneko kasuetan. Erregresio-zuzena izango da zuzen hori, eta hurbilketaren bidez kalkulatzen da.

Ahal den neurrian praktikoa eta funtzionala izan behar du unitate honek, eta komunikabideetan agertutako egoeretaz balia gaitezke.

14. Ikasketa Unitatea: PROBABILITATEA (6 ordu)

Probabilitatearen eta zoriaren esparruan moduluak biltzen dituen kontzeptu guztiak azaltzen dira unitate honetan. Zoriaren lengoaia ezagutzea eta neurri batean menperatzea beharrezkoa da: ausazko saiakuntza, funtsezko gertaerak, gertaera segurua, etab.

Geroago, gertaeren maiztasuna eta probabilitatea kontzeptuak aztertuko dira. Probabilitatearen kontzeptuak argi gelditu behar du, eta horretarako, ausazko saiakuntza asko proposatu eta gertakarien probabilitatea kalkulatu behar dira (oinarrizkoak izanik ala ez izanik), intuizioa erabilita egiten bada ere. Unitatearen azken atalean Laplace-ren legea aztertzen da, zenbait gertakari konplexuagoetako probabilitatea kalkulatu ahal izateko. Unitatea praktikoa izango da guztiz, eta ongi aukeratutako jarduera esanguratsuen ebazpenak burutuko dira.

Ikasketa Unitateen eta ezagutza-adierazleen arteko elkarrekikotasunak.

Ikasketa Unitateak	Izendapena	Ezagutza-adierazleak
IU 1	Zenbakiak eta eragiketak	1.1 eta 1.2
IU 2	Lengoaia aljebraikoa eta aplikazioak	1.3 eta 1.4
IU 3	Matrizeak eta Determinanteak	1.7 eta 1.8
IU 4	Ekuazio-sistemak eta euren ebazpena	1.5, 1.6 eta 1.9
IU 5	Funtzioen mundua	2.2, 2.3 eta 2.6
IU 6	Zenbait funtzioren ikasketa	2.3, 2.4 eta 2.5
IU 7	Deribatuen mundua eta aplikazioak	2.1, 2.4, 2.6, 2.7, 2.8, 2.9, 2.10 eta 2.11
IU 8	Integralen mundua eta aplikazioak	2.12 eta 2.13
IU 9	Trigonometria eta bere aplikazioak	3.1, 3.2 eta 3.3
IU 10	Koordenatu-sistema eta zuzenen ekuazioak	3.4, 3.5, 3.6 eta 3.7
IU 11	Konikak: zirkunferentzia	3.8 eta 3.9
IU 12	Dimentsio bakarreko estatistika	4.1 eta 4.2
IU 13	Bi dimentsiotako estatistika	4.3 eta 4.4
IU 14	Probabilitatea	4.5 eta 4.6

Ikasketa-unitateetan aplikatu beharreko metodologia

Ongi aukeratutako ariketen ebazpenean oinarrituko da unitate guztietako metodologia.

• IKASKETARAKO BALIABIDEAK

Gai hauek prestatzen laguntzeko (prestaketa autodidakta nahiz zuzendua), baliabide eta euskarri didaktikoak erabiltzea ezinbestekoa da, eta liburuak izaten dira horien artean erabilienak**.**

Modulu hau prestatzeko, Batxilergoan erabiltzen den matematikari buruzko edozein liburu erabil dezakegu. Horregatik, ikasketarako beheko testuak gomendatzen dira:

- **Matemáticas de 1º y 2º de Bachillerato**
  Egileak: José Colera eta beste hainbat.
  ISBN: 84-667-0125-7
  Argit.: ANAYA.

- **Matemáticas (serie Bachillerato)**
  Egileak: Agustín Estévez eta Juan Enciso.
  Argit. Mc Graw Hill

- **Compendio de Problemas de Matemáticas para el Bachillerato**
  Egileak: D. Torrecilla eta J.D. Molina.
  Argit.: Grupo Editorial Universitario.

- **Método de Matemáticas para acceso a la Universidad.**

- **Apuntes y problemas de Matemáticas para acceso a la univesidad**

  Argit.: Libros de la Jarda

  Webgunea: www. lajarda.com/mat

  Apunteen formatua duten liburuak dira bi horiek, eta metodologia autodidakta dute eduki praktiko askorekin: 4.000 ariketa baino gehiago. Ariketa horiek esparru zientifiko-teknikoan unibertsitateko sarbide-probak prestatzeko diseinatu dira.

  Webgunetik soilik eskuratu ahal izango dira liburuok.

Baliabide matematikoak Interneten:

a) www.matemáticas.net

b) www.divulgamat.net