

eman ta zabal zazu



Universidad del País Vasco

Euskal Herriko Unibertsitatea

sortu

ESPACIO

Galderak

FUTURE

ideas

Preguntas

URVIEHU

$E=mc^2$

DISCOVER

Ideiak

ecología

Solución

Learning

Ikasi

berrikuntza

CREATION

SOCIEDAD

Gizarte Zientziei Aplikatutako Matematika II USE 2018

www.ehu.eus

literature

40% 30% 60%



Azterketa honek bi aukera ditu. Haietako bati erantzun behar diozu.

Ez ahaztu azterketako orrialde bakoitzean kodea jartzea.

- Kalkulagailu zientifikoak erabil daitezke, programagarriak ez badira.
- Orri honen atzealdean, banaketa normalaren taula dago.

Este examen tiene dos opciones. Debes contestar a una de ellas.

No olvides incluir el código en cada una de las hojas de examen.

- Está permitido el uso de calculadoras científicas que no sean programables.
- La tabla de la distribución normal está en el anverso de esta hoja.

A AUKERA

A 1 (gehienez 3 puntu)

Izan bitez hiru inekuazio lineal hauek XY planoko $x \geq 0$ eta $y \geq 0$ esparruan:

$$x + 2y \leq 7, x + y \geq 3, 2y - x \geq -4.$$

- Marratzu XY planoan aurreko inekuazioek betetzen dituzten soluzio bideragarrien esparrua.
- Zein da $F(x,y) = 2x + 3y$ funtzioaren maximoa aurreko atalean zehaztutako esparruan?
- Aurkitu $F(x,y)$ funtzioaren maximoa (a) atalean zehaztutako esparruan, baina x eta y zenbaki osoak izanik.

A 2 (gehienez 3 puntu)

Inbertitzaile batek badaki zer balio izango duten enpresa baten akzioek urtean zehar. $f(t) = t^3/3 - 5t^2 + 16t + 30$ funtzioak akzioen balioa, eurotan, adierazten du, non t denboraren aldagaia, $0 \leq t \leq 12$, hiletan neurtuta dagoen. Baldin urte-hasieran inbertitzeko daukan kapitala 3000 euro bada, eta urtean zehar gehienez 2 erosketa eta 2 salmenta egiteko aukera badu:

- $f(t)$ funtzioaren maximo eta minimoen analisisa erabiliz, deduzitu zein unetan egin behar duen inbertitzaileak erosketa eta salmenta bakoitza urte-amaieran ($t = 12$) diru kopururik handiena eskuratzeko.
- Inbertitzaileak aurreko atalean aipatutako 4 eragiketa egokienak egiten baditu, zein da lortuko duen mozkin maximoa?

Oharra: Kontuan izan inbertitzaileak operazio bakoitzean duen diru edo akzio guztiekin lan egingo duela.

A 3 (gehienez 2 puntu)

Banku batek enpresentzako zein partikularrentzako maileguak eskaintzen ditu. Kreditu guztien % 60 partikularrei eman zitzairen. Denboraldi baten buruan, bankuak ez zituen berreskuratu enpresetarako kredituen % 6, ezta partikularren % 20 ere.

- Kreditu bat ausaz aukeratzen bada, zein da berankorra edo "morosoa" izateko probabilitatea?
- Berankorrak diren kredituen artean, zer probabilitate dago mailegua enpresa bati emana izatearena?

A 4 (gehienez 2 puntu)

Mediku-kontsulta batean, argi-seinaleen erreakzio-proba bat egiten da pazienteen erreflexuak neurtzeko. Emaitez —milisegundotan (ms) neurtuak— $\sigma = 300$ ms desbiderapen estandarra duen $N(\mu, \sigma)$ banaketa normal bati jarraitzen diote. Zorizko lagin arrunt bat harturik, $KT = (740,820)$ konfiantza-tartea lortzen da batezbesteko horretarako (μ), $\mathbb{P}_K = \% 95$ izanik. Hau eskatzen da:

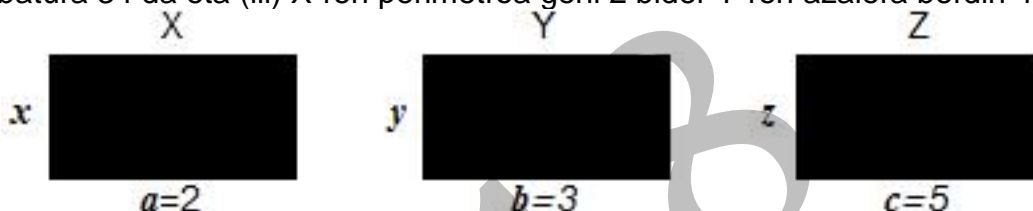
- Laginaren batezbestekoa eta aukeratutako laginaren tamaina.
- " μ "-ren kalkuluan egindako akatsa, baldin eta ausazko lagin simple baten tamaina 64 bada, eta $\mathbb{P}_K = \% 86$ rekin hartzen badugu.

B AUKERA

B 1 (gehienez 3 puntu)

a) Izan bitez $R = \begin{pmatrix} x & 3 \\ -1+x & 3y \end{pmatrix}$ eta $S = \begin{pmatrix} 1 & -15 \\ 0 & 36 \end{pmatrix}$ matrizeak. Aurkitu $x > 0$ eta y osagaien balioak $R^2 = S$ ekuazio matriziala bete dadin, non $R^2 = R \cdot R$ den.

b) Irudiaren X, Y eta Z laukizuzen bakoitzaren alde bat ezaguna da, $a = 2$, $b = 3$ eta $c = 5$, eta beste aldeak, berriz, ezezagunak, x , y , z (EZ dira eskalaz marraztu). Aurkitu x , y , z honako baldintza hauek bete daitezten: (i) hiru laukizuzenen azaleren batura 64 da, (ii) X eta Y laukizuzenen perimetroen batura 34 da eta (iii) X-ren perimetroa gehi 2 bider Y-ren azalera berdin 48 da.



B 2 (gehienez 3 puntu)

$f(x)$ funtzioa zatika definituta dago. Baldin $x \leq 3$ bada, orduan $f(x) = ax + b$; eta baldin $x \geq 3$ bada, orduan $f(x) = cx^2 + dx + e$ da. a , b , c , d eta e parametro ezezagunak dira. Baldin $f(x)$ funtzioak $x = 4$ puntuan maximoa badauka eta bai funtzioa eta haren deribatua, $x = 3$ puntuan, hurrenez hurren, $f(3) = 3$ eta $f'(3) = 2$ badira:

- Aurkitu $f(x)$ funtzioa zehazten duten a , b , c , d eta e parametroak.
- Aurkitu $f(x)$ funtzioaren eta OX abzisa-ardatzaren arteko P eta Q ebaketa-puntuak, eta kalkulatu $f(x)$ funtzioaren integrala $[P, Q]$ tartean.

B3 (gehienez 2 puntu)

Kutxa batean 15 bola zuri eta 5 bola beltz daude. Kalkulatu:

- Bola bat ausaz ateratzen bada, zein da zuria izateko probabilitatea?
- Bi bola ausaz ateratzean, zein da biak zuriak izateko probabilitatea?
- Aurretik bola bat ateratzen bada eta ondoren beste bat, lehenengoa beltza izan bada, zein da bigarrena ere beltza izateko probabilitatea?
- Bola bat eta gero beste bat ateratzen badira, zein da kolore desberdinetakoak izateko probabilitatea?

B4 (gehienez 2 puntu)

Eskualde bateko erretzaile kopuruaren gaineko ikerketa bat egin da 361 elementuko lagin batean oinarritua, eta emaitzak dio % 35 erretzaile direla. Horren harira, hau galdetzen da:

- Zein da konfiantza-tartea % 95eko erretzaile-proporziorako?
- Zer tamaina izan behar luke laginak % 99ko konfiantza-tartean zabalera 0'12 izateko?



CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK

GIZARTE ZIENTZIEI APLIKATUTAKO MATEMATIKA II

Puntuazio-sistema

Probaren puntuazioa, guztira, 0 eta 10 puntu bitartekoa izango da.

Lehenengo bi problemak 0 eta 3 puntu artean baloratuko dira, eta azken biak 0 eta 2 puntu artean.

Problema batean zenbait atal badaude, atal guztiak berdin baloratuko dira.

Galdera batean erabili beharreko ebazpen-metodoa zehazten ez bada, galdera hori modu egokian ebazten duen edozein bide onartuko da.

Balorazio positiboa merezi duten faktoreak

- Planteamendu zuzenak.
- Kontzeptuak, hiztegia eta notazio zientifikoa zuzen erabiltzea.
- Zenbakizko datuak eta datu grafikoak interpretatzeko edo/eta kalkulatzeko erabiltzen diren teknika espezifikoak ezagutzea.
- Problema osorik bukatzea eta emaitzaren zehaztasuna.
- Bi emaitza zenbakizko kalkuluetan erabilitako zehaztasun-mailan soilik desberdintzen badira, biak ontzat emango dira.
- Ariketa ebaztean egindako pausoen azalpen argia.
- Aurkezpenaren txukuntasuna, bai eta unibertsitatera sartzear dagoen ikasle batek beharko lukeen heldutasuna erakusten duen beste edozein alderdi.

Balorazio negatiboa merezi duten faktoreak

- Planteamendu okerrak.
- Kontzeptuen nahasketa.
- Kalkulu-akatsen ugaritasuna (oinarrizko gabezien adierazle delako).
- Akats bakanak, hausnarketa kritikoa edo sen ona falta dela erakusten dutenean (adibidez, problema baten soluzioa $-3,7$ hozkailu dela esatea, edo probabilitate baten balioa $2,5$ dela esatea).
- Akats bakanak, haien ondorioz ebatzitako problema hasieran proposatutakoa baino errazagoa bilakatzen denean.
- Azalpenik eza, bereziki erabiltzen ari diren aldagaien esanahiarena.
- Akats ortografiko larriak, desordena, garbitasun falta, idazkera okerra, eta unibertsitatera sartzear dagoen ikasle batek izan beharko ez lukeen edozein ezaugarri desegoki.



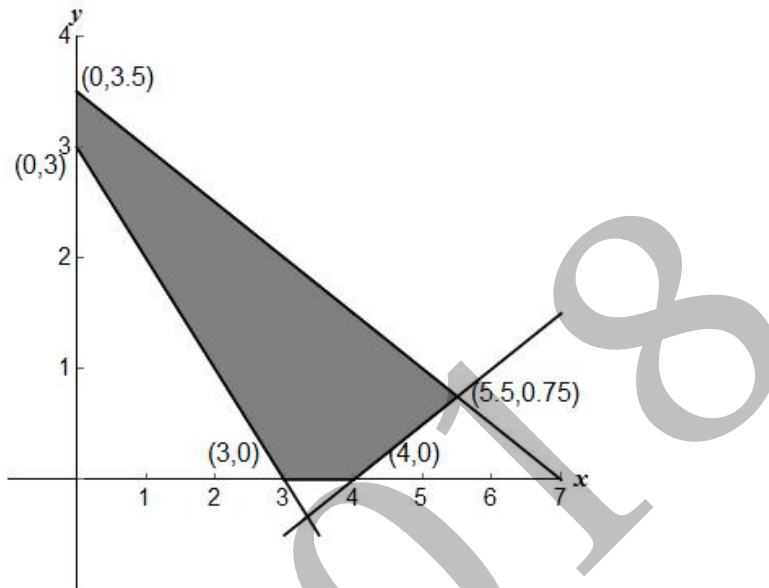
CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK

EBAZPENAK

A AUKERA

A 1 Bi aldagaiko programazio linealeko problema baten ebazpena:

a) Soluzio bideragarrien esparrua XY planoan:



- b) Esparruaren erpinak $(0,3)$, $(0,3.5)$, $(3,0)$, $(4,0)$ eta $(5.5,0.75)$ dira. $F(x,y)$ funtzioaren maximoa $(5.5,0.75)$ puntuan dago, $F(5.5,0.75) = 13.25$ delarik.
- c) Soluzio bideragarrien esparruan, puntu hauen koordinatuak zenbaki osoak dira: $(0,3)$, $(1,2)$, $(1,3)$, $(2,1)$, $(2,2)$, $(3,0)$, $(3,1)$, $(3,2)$, $(4,0)$, $(4,1)$ eta $(5,1)$. Maximoa $(5,1)$ puntuan dago, $F(5,1) = 13$ delarik.

A 2 Funtzio baten balioak eta haren maximoa kalkulatzeko. Interpretazioa:

a) $f(t) = t^3/3 - 5t^2 + 16t + 30 \Rightarrow f'(t) = t^2 - 10t + 16$.

$$f'(t) = 0 \Rightarrow t = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 4 \cdot 16}}{2} \Rightarrow \begin{cases} t = 2, \\ t = 8. \end{cases}$$

$t = 2$ puntuan, maximoa dago, $f''(2) < 0$, eta $t = 8$ puntuan minimoa, $f''(8) > 0$. Mozkinik handiena lortzeko, minimoetan erosi behar da ($t = 0$ eta $t = 8$) eta prezio maximoetan saldu ($t = 2$ eta $t = 12$).

b) Mozkinik handienak lortzeko, eragiketa-segida honi jarraitu behar zaio:

$t = 0$, $f(0) = 30$: erosi 100 akzio = 3000 €

$t = 2$, $f(2) = 134/3$: saldu 100 akzioak = 4466.67 €



CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK

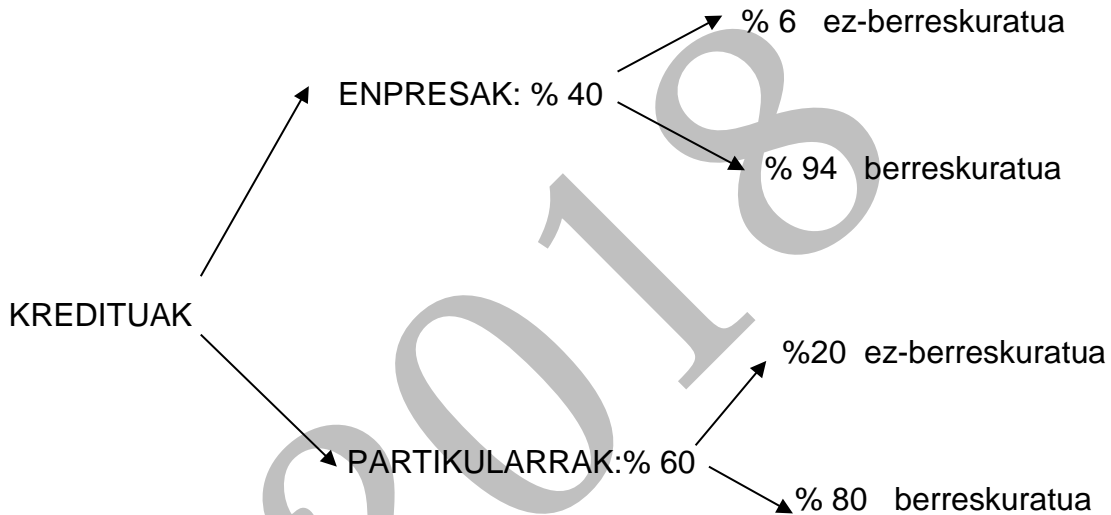
$t = 8, f(8) = 26/3$: erosi 515 akzio = 4466.67 € (3.33 € soberan).

$t = 12, f(12) = 78$ saldu 515 akzioak = 40170 €

Salmentagatik lortutako diru kopurua gehi soberako 3.33 € = 40173.33 €
ken hasierako 3000 € = 37173.33 € (mozkinak).

Oharra: Ikasleak 40170 € edo 40173.33 € soluzioa ematen badu, ariketa ontzat emango zaio prozesua ulertu duelako.

A 3 Probabilitate baten kalkulua, zuhaitz-diagramaren bidez eta probabilitate baldintzatuaren bidez ebazten dena:



a) $P(\text{berankorra}) = 0.4 \cdot 0.06 + 0.6 \cdot 0.2 = 0.024 + 0.12 = 0.144.$

b) $P(\text{enpresa/berankorra}) = 0.4 \cdot 0.06 / (0.4 \cdot 0.06 + 0.6 \cdot 0.2) =$
 $0.024 / 0.144 = 0.166.$

A 4 Banaketa normal bati jarraitzen dion populazio baten batezbestekoaren konfiantza-tartearen kalkulua:



CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK

a) $Z_{\frac{\alpha}{2}}$ ren kalkulua: $Z_{\frac{\alpha}{2}}: \frac{1+n_k}{2} = \frac{1+0'95}{2} = 0'9750 \Rightarrow Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1'96$

$$(740, 820) = (\bar{x} - Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$$

$$\bar{x} - 1'96 \frac{300}{\sqrt{n}} = 740$$

$$\bar{x} + 1'96 \frac{300}{\sqrt{n}} = 820$$

$$\left. \begin{array}{l} \bar{x} - 1'96 \frac{300}{\sqrt{n}} = 740 \\ \bar{x} + 1'96 \frac{300}{\sqrt{n}} = 820 \end{array} \right\} 2\bar{x} = 1560 \Rightarrow \bar{x} = 780.$$

Laginaren tamainaren kalkulua adierazpen honetatik: $\bar{x} + Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 820,$

$$\sqrt{n} = 1'96 \cdot 300 / (820 - 780) \Rightarrow n = 217 \quad (216'09 \text{ balioa biribilduta})$$

b) $n_k = \% 86 \quad n = 64.$

$$Z_{\frac{\alpha}{2}}: \frac{1+n_k}{2} = \frac{1+0'86}{2} = 0'9300 \Rightarrow Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1'48.$$

Akatsa: $Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1'48 \cdot \frac{300}{\sqrt{64}} = 1'48 \cdot 37'5 = 55'5 \text{ ms}$



CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK

B AUKERA

B 1 Kalkulu matrizialaren eta sistema linealen ebazpenaren ariketa:

$$a) R^2 = \begin{pmatrix} -3 + 3x + x^2 & 3x + 9y \\ -x + x^2 - 3y + 3xy & -3 + 3x + 9y^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -15 \\ 0 & 36 \end{pmatrix} = S$$

$$x^2 + 3x - 3 = 1, x > 0 \Rightarrow x = \frac{-3 + \sqrt{9+16}}{2} = 1. \text{ Beste baldintzetatik: } y = -2.$$

b) Emandako baldintzetatik, honako sistema hau idatz daiteke:

$$\left. \begin{array}{l} 2x + 3y + 5z = 64, \\ 2(2 + x) + 2(3 + y) = 34, \\ 2(2 + x) + 2 \cdot 3y = 48. \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{cases} x = 7, \\ y = 5, \\ z = 7. \end{cases}$$

B 2 Funtzioaren jarraitutasuna eta parametro ezezagunen kalkulua. Integral mugatuaren kalkulua:

$$a) \begin{cases} x \leq 3: f'(3) = 2 \Rightarrow a = 2, f(3) = 3 \Rightarrow b = -3 \\ x \geq 3: f'(3) = 2 \Rightarrow 6c + d = 2, f(3) = 3 \Rightarrow 9c + 3d + e = 3, f'(4) = 0 \Rightarrow 8c + d = 0, \end{cases}$$

Ondorioz $a = 2, b = -3, c = -1, d = 8, e = -12$.

b) Funtzioaren eta OX ardatzaren arteko ebaketa-puntuak:

$$x \leq 3: f(x) = 0 \Rightarrow 2x - 3 = 0 \Rightarrow x = \frac{3}{2} \Rightarrow P = \left(\frac{3}{2}, 0\right).$$

$$x \geq 3: f(x) = 0 \Rightarrow -x^2 + 8x - 12 = 0 \Rightarrow x = \frac{-8 - \sqrt{64 - 48}}{-2} = 6 \Rightarrow Q = (6, 0).$$

Integral mugatuaren kalkulua:

$$\begin{aligned} \int_{\frac{3}{2}}^6 f(x) dx &= \int_{\frac{3}{2}}^3 (2x - 3) dx + \int_3^6 (-x^2 + 8x - 12) dx \\ &= [x^2 - 3x]_{\frac{3}{2}}^3 + \left[-\frac{x^3}{3} + 4x^2 - 12x\right]_3^6 = 2.25 + 9 = 11.25 \end{aligned}$$

B 3 Gertaeren probabilitate baten kalkulua. Laplace-ren legea:

- $P(\text{zuria}) = 15/20 = 0'75$.
- $P(\text{bi zuri}) = 15/20 \cdot 14/19 = 21/38 = 0'552$.
- $P(\text{1.a beltza bada, 2.a ere bai}) = 4/19 = 0'210$.
- $P(\text{bi kolore desberdinetakoak}) = 15/20 \cdot 5/19 + 5/20 \cdot 15/19 = 0'394$.

B 4 Banaketa normal bati jarraitzen dion populazio baten batezbestekoaren konfiantza-tartearen kalkulua:



CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK

$$a) \hat{p} = 0'35 \quad \hat{q} = 0'65 \quad n_k = 0'95 \quad n = 361.$$

$$Z_{\frac{\alpha}{2}} \text{ ren kalkulua: } \frac{1+n_k}{2} = \frac{1+0'95}{2} = 0'9750 \Rightarrow Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1'96.$$

$$Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{p} \cdot \hat{q}}{n}} \Rightarrow 1'96 \cdot \sqrt{\frac{0'35 \cdot 0'65}{361}} = 1'96 / 19 \sqrt{0'2275} = 0'049.$$

$$K.T. \equiv \left(\hat{p} - Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{p} \cdot \hat{q}}{n}}, \hat{p} + Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{p} \cdot \hat{q}}{n}} \right) = (0'35 - 0'049, 0'35 + 0'049) = (0'301, 0'399)$$

b) Laginaren tamaina: "n".

$$n_k = 0'99 \Rightarrow Z_{\frac{\alpha}{2}}: \frac{1+n_k}{2} = \frac{1+0'99}{2} = 0'9950 \Rightarrow Z_{\frac{\alpha}{2}} = 2'575.$$

Tartearen luzera 0'12; orduan, akatsa = 0'06 da.

$$2'575 \cdot \sqrt{\frac{0'35 \cdot 0'65}{n}} = 0'06 \Rightarrow n = \left(\frac{2'575}{0'06} \right)^2 \cdot 0'35 \cdot 0'65 = 419'01 \Rightarrow n = 420.$$