

UNIBERTSITATERAKO SARBIDE PROBA
25 URTETIK GORAKOENTZAT

PROBA ESPEZIFIKOA

2021eko PROBA

MATEMATIKA

PROBA

ERANTZUNAK





MATEMATIKA

MATEMÁTICAS

Azalpenak	<ul style="list-style-type: none">• Probaren iraupena: ordubete• Proposatutako sei ariketetako bosti erantzun behar zaie• Ariketa bakoitzak 2 puntu balio du
------------------	--

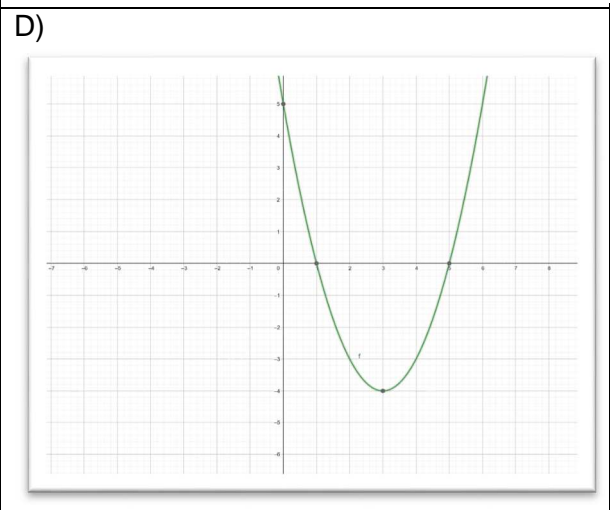
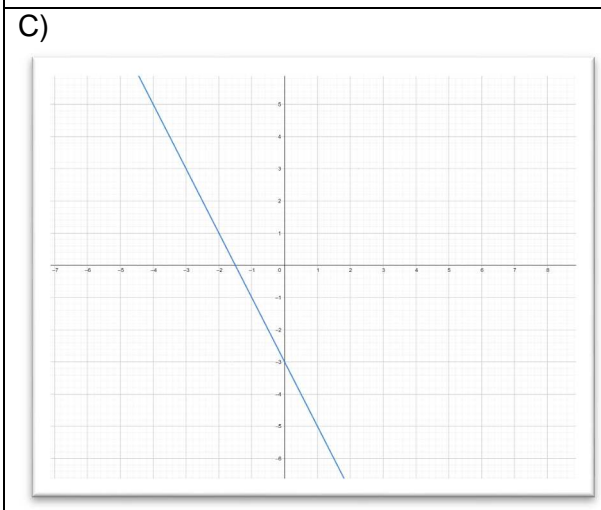
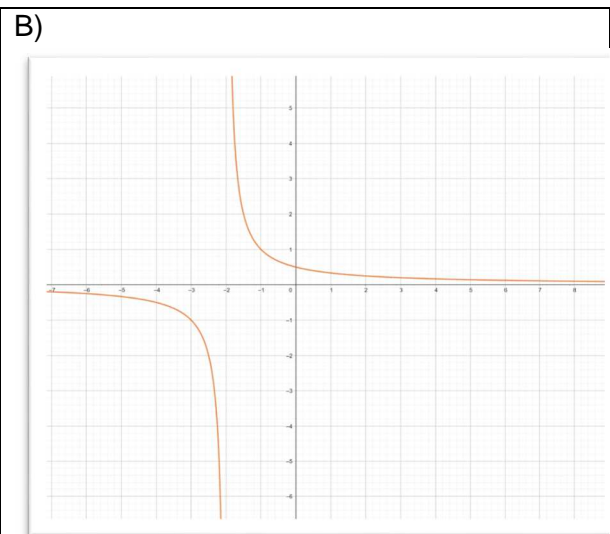
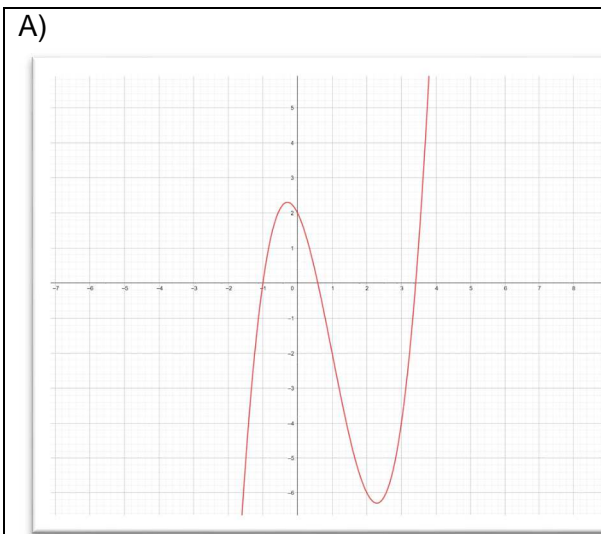
1. Familia batek partaide hauek ditu: ama, aita eta alaba bat. Haien adinen batura, gaur egun, 145 urte da. Orain dela 21 urte, amaren adina alabarena baino 10 aldiz handiagoa zen. Aita ama baino 2 urte gazteago bada, zein da partaide bakoitzaren adina gaur egun?
2. Parekatu itzazu honako formula hauek bakoitzari dagokion adierazpen grafikoarekin, baina zehaztu itzazu zure aukeraketaren arrazoiak:

a) $y = x^2 - 6x + 5$

b) $y = -2x - 3$

c) $y = x^3 - 3x^2 - 2x + 2$

d) $y = \frac{(x+1)}{(x+1)(x+2)}$





MATEMATIKA

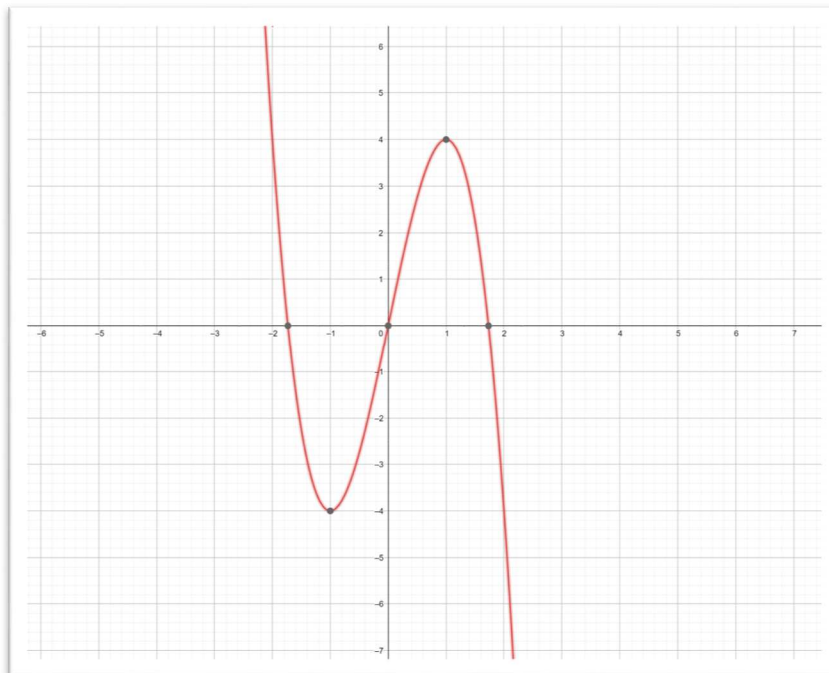
MATEMÁTICAS

3. Kalkula ezazu bi funtzio hauek zehazturiko eremuaren azalera:

$$f(x) = x - 1 \quad \text{eta} \quad g(x) = x^2 - 6x + 5$$

4. Zehaztu itzazu behean adierazitako funtzioaren honako alderdi hauek: existentzia-eremua, goratze- eta beheratze-tarteak, maximoak, minimoak, inflexio-puntua...

$$y = -2x^2 + 6x$$



5. Maiztasun-banaketa hau izanik:

- a) Eraiki ezazu taula bat non maiztasun absolutuak, maiztasun erlatiboak eta maiztasun metatu absolutu gorakorrek adieraziko diren.
- b) Adierazi grafikoki, barra-diagrama baten bitartez, aipatutako maiztasun-banaketa eta dagokion maiztasun-poligonoa.
- c) Lor ezazu maiztasun metatu absolutu gorakorren poligonoa.

x_i	n_i
1	9
2	22
3	13
4	23
5	8
6	25

6. Ebatzi ekuazio hauek:

a) $2^{x+1} + 2^{x-1} = 20$

b) $x^3 + 2x^2 - x - 2 = 0$

MATEMATIKA

MATEMÁTICAS

Erantzunak

1. Familia batek partaide hauek ditu: ama, aita eta alaba bat. Haien adinen batura, gaur egun, 145 urte da. Orain dela 21 urte, amaren adina alabarena baino 10 aldiz handiagoa zen. Aita ama baino 2 urte gazteago bada, zein da partaide bakoitzaren adina gaur egun?

$$\begin{cases} x + y + z = 145 & 1 \\ (x - 21) = 10(z - 21) & 2 \\ y + 2 = x & 3 \end{cases}$$

$$3 \rightarrow y = x - 2 \quad \begin{cases} 3 \rightarrow y = x - 2 \\ 2 \rightarrow x - 10z = -189 \end{cases} \rightarrow 21z = 525 \rightarrow \boxed{z = 25}$$

$$1 \rightarrow 2x + 25 = 147 \rightarrow \boxed{x = 61} \rightarrow \boxed{y = 59}$$

x = 61, y = 59 eta z = 25

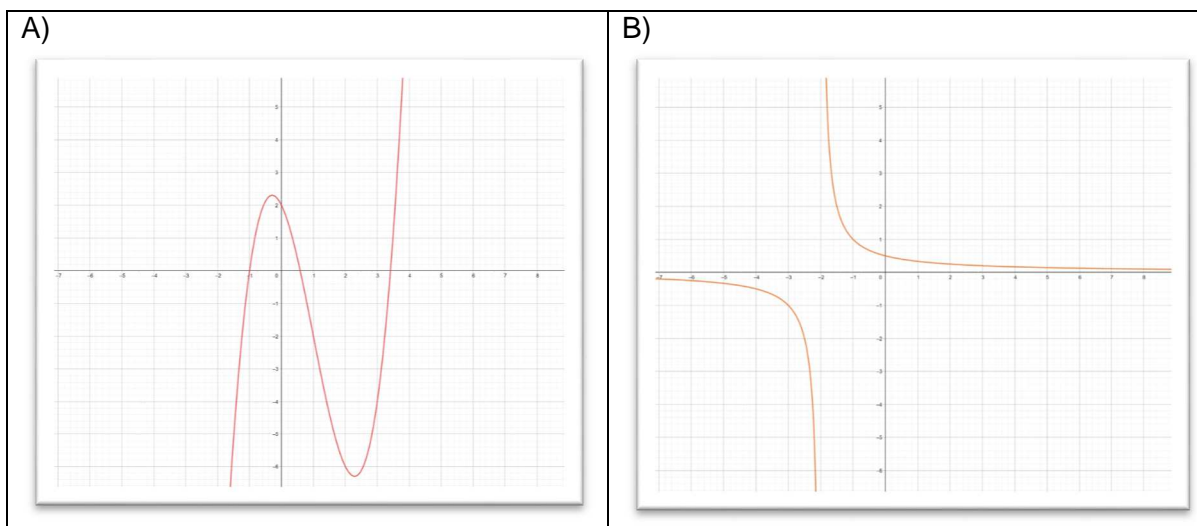
2. Parekatu itzazu honako formula hauek bakoitzari dagokion adierazpen grafikoarekin, baina zehaztu itzazu zure aukeraketaren arrazoiak:

a) $y = x^2 - 6x + 5$

b) $y = x^2 - 6x + 5$

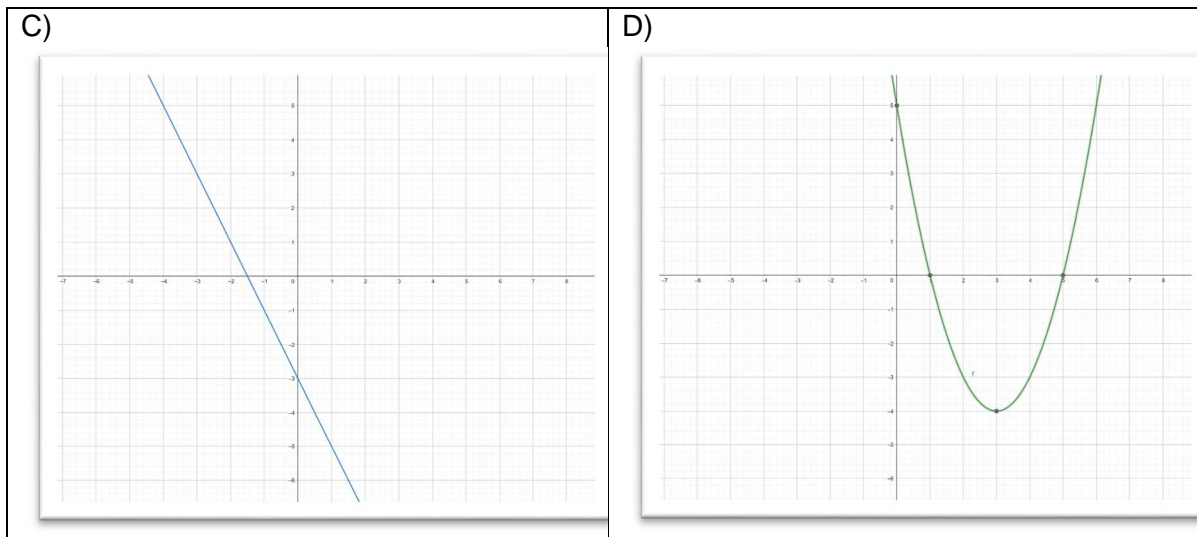
c) $y = x^3 - 3x^2 - 2x + 2$

d) $y = \frac{(x+1)}{(x+1)(x+2)}$



MATEMATIKA

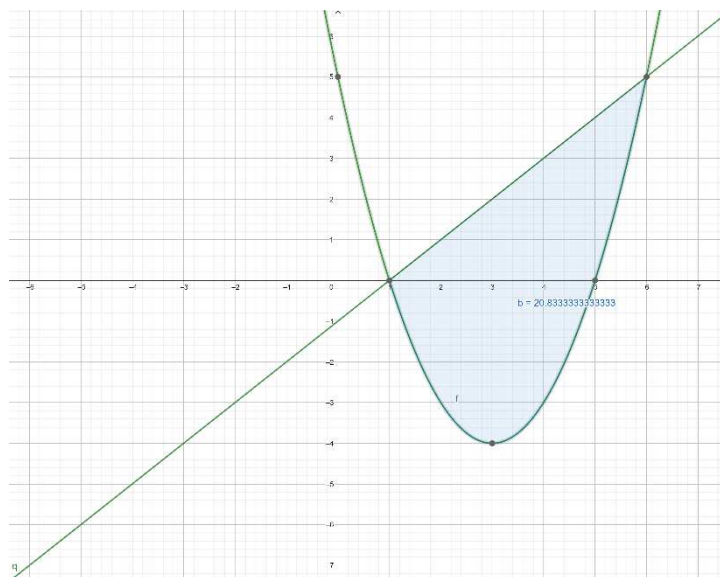
MATEMÁTICAS



Parekatzeak: a-D; b-C; c-A eta d-B

3. Kalkula ezazu bi funtzio hauek zehazturiko eremuaren azalera:

$$f(x) = x - 1 \quad y \quad g(x) = x^2 - 6x + 5$$



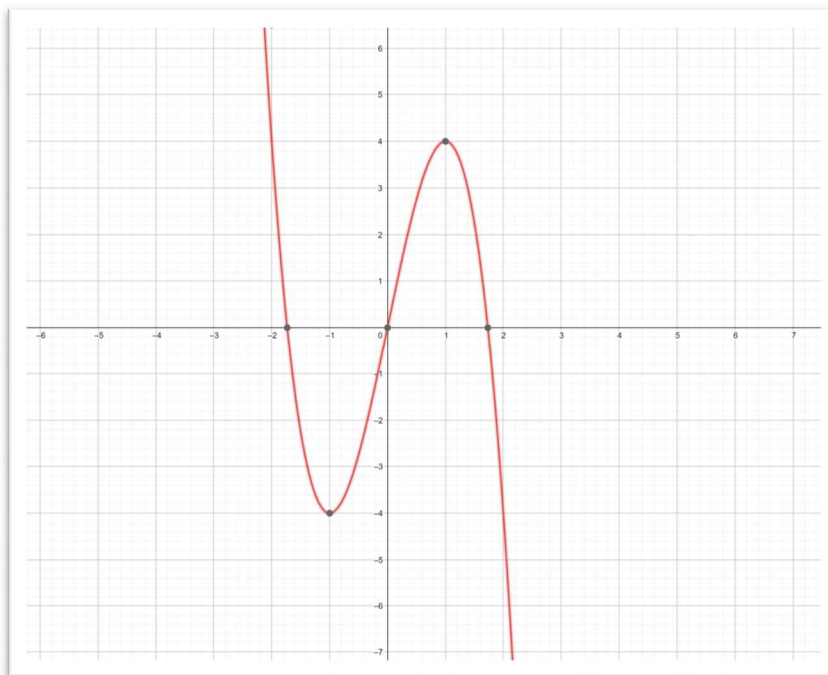
$$\begin{aligned} \int_1^6 (x - 1 - (x^2 - 6x + 5)) dx &= \int_1^6 (-x^2 + 7x - 6) dx = \left[\frac{-x^3}{3} + \frac{7x^2}{2} - 6x \right]_1^6 \\ &= \frac{-216}{3} + \frac{252}{2} - 36 - \left(\frac{-1}{3} + \frac{7}{2} - 6 \right) = \boxed{20,8\hat{3} u^2} \end{aligned}$$

MATEMATIKA

MATEMÁTICAS

4. Zehaztu itzazu behean adierazitako funtzioaren honako alderdi hauek: existentzia-eremua, goratze- eta beheratze-tarteak, maximoak, minimoak, inflexio-puntua ...

$$y = -2x^2 + 6x$$



Existentzia – eremua $R = (-\infty, \infty)$, *Gorakorra* $(-1, 1)$, *Beherakorra* $((-\infty, -1) \cup (1, \infty))$

Maximoa $(1, 4)$, *Minimoa* $(-1, -4)$, *Inflexio – puntua* $(0, 0)$

5. Maiztasun–banaketa hau izanik:

- a) Eraiki ezazu taula bat non maiztasun absolutuak, maiztasun erlatiboak eta maiztasun metatu absolutu gorakorrak adieraziko diren.

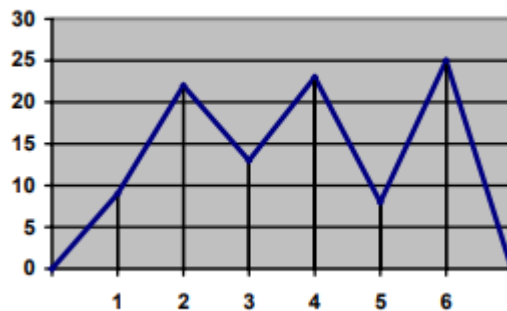
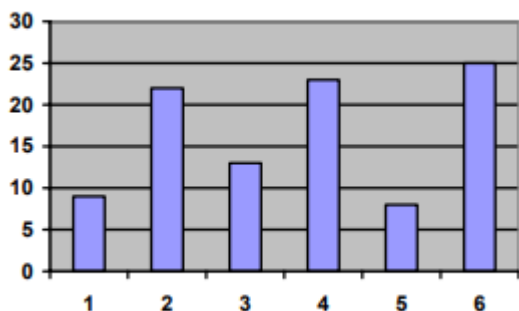
x_i	n_i
1	9
2	22
3	13
4	23
5	8
6	25

x_i	n_i	f_i	$N_{i\downarrow}$
1	9	0,09	9
2	22	0,22	31
3	13	0,13	44
4	23	0,23	67
5	8	0,08	75
6	25	0,25	100
	100	1	

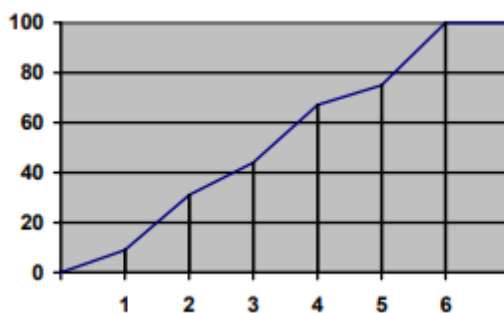
MATEMATIKA

MATEMÁTICAS

b) Adierazi grafikoki, barra-diagrama baten bitartez, aipatutako maiztasun-banaketa eta dagokion maiztasun-poligonoa.



c) Lor ezazu maiztasun metatu absolutu gorakorren poligonoa.



6. Ebatzi ekuazio hauek:

a) $2^{x+1} + 2^{x-1} = 20$ $2 \cdot 2^x + \frac{2^x}{2} = 20; 2^x = 8; x = 3$

b) $x^3 + 2x^2 - x - 2 = 0$ $x = 1; x = -1$ eta $x = -2$

EBALUAZIO-IRIZPIDE OROKORRAK

1. Azterketari emango zaion puntuazioa 0 eta 10 puntu artekoa izango da.
2. Problema guztiek balio bera dute: 2 puntu gehienez.
3. Planteamendu zuzenari emango zaio balioa, bai globalari, bai atal bakoitzari (atalik balego).
4. Zenbakizko erroreak, kalkulu-erroreak eta abar ez dira kontuan hartuko, baldin eta kontzeptualak ez badira.
5. Problema eta problemaren soluzioa hobeto bistaratzen laguntzen duten ideia, grafiko, aurkezpen, eskema eta abarri balio positiboa emango zaie..
6. Aurkezpen egokiari balioa emango zaio.

Problema bakoitzerako irizpideak

1. problema (2 puntu) Problema zuzentzean, hau hartuko da kontuan:

- Problemaren planteamendu egokia (1 puntu)
- Problemaren ebazpena eta horri lotutako kalkuluak (1 puntu)

2. problema (2 puntu) Problema zuzentzean, hau hartuko da kontuan:

- Adierazpen aljebraikoak eta adierazpen grafikoak parekatzea (1 puntu)
- Parekatzeak arrazoitzea (1 puntu)

3. problema (2 puntu) Problema zuzentzean, hau hartuko da kontuan:

- Integrazio mugatuaren mugak zehaztea (0,5 puntu)
- Barrow-en teoremaren aplikazioa (1 puntu)
- Kalkuluen zehaztasuna (0,5 puntu)

MATEMATIKA

MATEMÁTICAS

4. problema (2 puntu) Problema zuzentzean, hau hartuko da kontuan:

- Existentzia-eremua (0,5 puntu)
- Goratze- zein beheratze-tarteen kalkulua (0,5 puntu)
- Maximo eta minimoen kalkulua (0,5 puntu)
- Inflexio-puntuaren kalkulua (0,5 puntu)

5. problema (2 puntu) Problema zuzentzean, hau hartuko da kontuan:

- Taula osatzea (0,75 puntu)
- Barra- eta poligono-diagrama (0,75 puntu)
- Poligono-diagrama (0,5 puntu)

6. problema (2 puntu) Problema zuzentzean, hau hartuko da kontutan:

- Ebazpenaren planteamendua (1 puntu)
- Planteamendua garatzea, ebazteko (1 puntu)

**PROBAKO GALDEREN ETA
EZAGUTZA-ADIERAZLEEN ARTEKO ERLAZIOA**

Galdera	Ezagutza-adierazlea
1	1.5 , 1.6, 1.7 eta 1.9
2	2.4
3	2.9, 2.10 eta 2.11
4	2.9, 2.10 eta 2.11
5	4.1 eta 4.2
6	1.2 eta 1.3