

# PROBA ESPEZIFIKOA

2019ko PROBA

**GIZARTE ETA  
OSASUN  
ZIENTZIETARAKO  
MATEMATIKA**

PROBA

ERANTZUNAK





Universidad del País Vasco Euskal Herriko Unibertsitatea

UNIBERTSITATERA SARTZEKO  
PROBAK 25 URTETIK  
GORAKOAK

2019ko MAIATZA

GIZARTE ETA OSASUN  
ZIENTZIETARAKO  
MATEMATIKA

PRUEBAS DE ACCESO A LA  
UNIVERSIDAD PARA MAYORES  
DE 25 AÑOS

MAYO 2019

MATEMÁTICAS PARA LAS  
CIENCIAS SOCIALES Y DE  
LA SALUD

### Aurretiko argibideak

Probaren iraupena: ordubete

- Sei ariketa hauetako **bosti** erantzun behar diezu
  - Ariketa bakoitzak 2 puntu balio du
1. Hiru kutxa ditugu: A izenekoak 2 bola gorri eta 3 urdin ditu, B kutxak gorri 1 eta 2 urdin eta C-k, berriz, 3 bola gorri eta 2 urdin. Zoriz kutxa bat aukeratu dugu, eta, zoriz, bola bat atera dugu. Eskuratu dugun bola gorria izan bada, zein da bola hori B kutxatik atera izanaren probabilitatea?
  2. Test tipoko azterketa batean, erantzun zuzenek puntu bat gehitzen dute eta okerrekin, berriz, puntu erdia gutxitzen. Denetara 100 galdera daude, eta denei erantzun behar zaie, hau da, galderak ezin dira erantzun gabe utzi. Ikasle baten nota 8,05 izan bada, zenbat galderari erantzun die zuzen eta zenbati oker?
  3. Kalkula ezazu bi funtzio hauek zehazturiko esparruaren azalera:

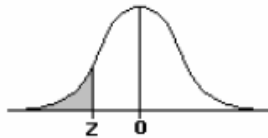
$$f(x) = -x^2 + 4 \quad \text{eta} \quad g(x) = 2x + 4$$

Marraztu ezazu esparruaren irudia.

4. a) Aurkitu itzazu funtzio honen maximo eta minimoak  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$   
b) Egin ezazu funtzioaren gutxi gorabeherako irudi bat
5. Eskola batean 500 ikasle daude, eta haien batez besteko pisua 70 kg da, eta desbideratze estandarra 3 kg. Ikasleen pisuen banaketa normala dela jakinda, aurkitu ezazu:
  - a) Zenbat ikaslek pisatzen duten 60 eta 75 kg artean
  - b) Zenbat ikaslek pisatzen duten 90 kg baino gehiago



6. Bost txanpon jaurti dira batera.
  - a) Zein da bostak aurkia ateratzearen probabilitatea?
  - b) Zein da gutxienez bat ifrentzua ateratzearen probabilitatea?



**TABLA I (A)**

**DISTRIBUCIÓN NORMAL TIPIFICADA  $N(0, 1)$**

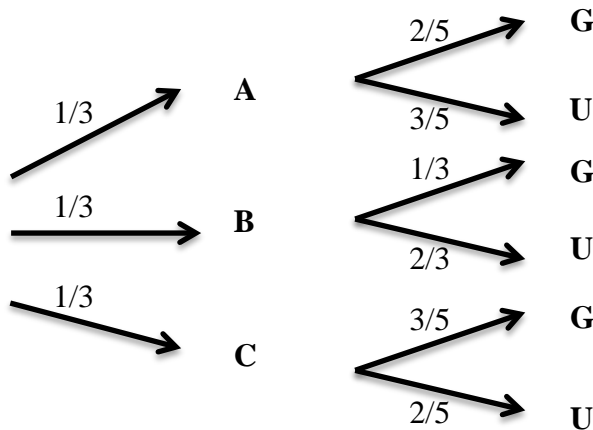
La tabla proporciona, para cada valor de  $z$ , el área que queda a su izquierda.

$z$	0'00	0'01	0'02	0'03	0'04	0'05	0'06	0'07	0'08	0'09
-4'4	0'00001	0'00001	0'00001	0'00000	0'00000	0'00000	0'00000	0'00000	0'00000	0'00000
-4'3	0'00001	0'00001	0'00001	0'00001	0'00001	0'00001	0'00001	0'00001	0'00001	0'00001
-4'2	0'00001	0'00001	0'00001	0'00001	0'00001	0'00001	0'00001	0'00001	0'00001	0'00001
-4'1	0'00002	0'00002	0'00002	0'00002	0'00002	0'00002	0'00002	0'00002	0'00002	0'00001
-4'0	0'00003	0'00003	0'00003	0'00003	0'00003	0'00003	0'00002	0'00002	0'00002	0'00002
-3'9	0'00005	0'00005	0'00004	0'00004	0'00004	0'00004	0'00004	0'00004	0'00003	0'00003
-3'8	0'00007	0'00007	0'00007	0'00006	0'00006	0'00006	0'00006	0'00005	0'00005	0'00005
-3'7	0'00011	0'00010	0'00010	0'00010	0'00009	0'00009	0'00009	0'00008	0'00008	0'00008
-3'6	0'00016	0'00015	0'00015	0'00014	0'00014	0'00013	0'00013	0'00012	0'00012	0'00011
-3'5	0'00023	0'00023	0'00022	0'00021	0'00020	0'00019	0'00019	0'00018	0'00017	0'00017
-3'4	0'00034	0'00033	0'00032	0'00030	0'00029	0'00028	0'00027	0'00026	0'00025	0'00024
-3'3	0'00049	0'00047	0'00045	0'00044	0'00042	0'00041	0'00039	0'00038	0'00036	0'00035
-3'2	0'00069	0'00067	0'00064	0'00062	0'00060	0'00058	0'00056	0'00054	0'00052	0'00050
-3'1	0'00097	0'00094	0'00091	0'00088	0'00085	0'00082	0'00079	0'00077	0'00074	0'00071
-3'0	0'00135	0'00131	0'00127	0'00123	0'00119	0'00115	0'00111	0'00107	0'00104	0'00101
-2'9	0'00187	0'00181	0'00175	0'00169	0'00164	0'00159	0'00154	0'00149	0'00144	0'00139
-2'8	0'00256	0'00248	0'00240	0'00233	0'00226	0'00219	0'00212	0'00205	0'00199	0'00193
-2'7	0'00347	0'00336	0'00326	0'00317	0'00307	0'00298	0'00289	0'00280	0'00272	0'00264
-2'6	0'00466	0'00453	0'00440	0'00427	0'00415	0'00402	0'00391	0'00379	0'00368	0'00357
-2'5	0'00621	0'00604	0'00587	0'00570	0'00554	0'00539	0'00523	0'00508	0'00494	0'00480
-2'4	0'00820	0'00798	0'00776	0'00755	0'00734	0'00714	0'00695	0'00676	0'00657	0'00639
-2'3	0'01072	0'01044	0'01017	0'00990	0'00964	0'00939	0'00914	0'00889	0'00866	0'00842
-2'2	0'01390	0'01355	0'01321	0'01287	0'01255	0'01222	0'01191	0'01160	0'01130	0'01101
-2'1	0'01786	0'01743	0'01700	0'01659	0'01618	0'01578	0'01539	0'01500	0'01463	0'01426
-2'0	0'02275	0'02222	0'02169	0'02118	0'02068	0'02018	0'01970	0'01923	0'01876	0'01831
-1'9	0'02872	0'02807	0'02743	0'02680	0'02619	0'02559	0'02500	0'02442	0'02385	0'02330
-1'8	0'03593	0'03515	0'03438	0'03362	0'03288	0'03216	0'03144	0'03074	0'03005	0'02938
-1'7	0'04457	0'04363	0'04272	0'04182	0'04093	0'04006	0'03920	0'03836	0'03754	0'03673
-1'6	0'05480	0'05370	0'05262	0'05155	0'05050	0'04947	0'04846	0'04746	0'04648	0'04551
-1'5	0'06681	0'06552	0'06426	0'06301	0'06178	0'06057	0'05938	0'05821	0'05705	0'05592
-1'4	0'08076	0'07927	0'07780	0'07636	0'07493	0'07353	0'07214	0'07078	0'06944	0'06811
-1'3	0'09680	0'09510	0'09342	0'09176	0'09012	0'08851	0'08692	0'08534	0'08379	0'08226
-1'2	0'11507	0'11314	0'11123	0'10935	0'10749	0'10565	0'10383	0'10204	0'10027	0'09853
-1'1	0'13567	0'13350	0'13136	0'12924	0'12714	0'12507	0'12302	0'12100	0'11900	0'11702
-1'0	0'15866	0'15625	0'15386	0'15150	0'14917	0'14687	0'14457	0'14231	0'14007	0'13786
-0'9	0'18406	0'18141	0'17879	0'17619	0'17361	0'17106	0'16853	0'16602	0'16354	0'16109
-0'8	0'21186	0'20897	0'20611	0'20327	0'20045	0'19766	0'19489	0'19215	0'18925	0'18673
-0'7	0'24196	0'23885	0'23576	0'23270	0'22965	0'22663	0'22363	0'22065	0'21770	0'21476
-0'6	0'27425	0'27093	0'26763	0'26435	0'26109	0'25785	0'25463	0'25143	0'24825	0'24510
-0'5	0'30854	0'30503	0'30153	0'29806	0'29550	0'29116	0'28774	0'28434	0'28096	0'27760
-0'4	0'34446	0'34090	0'33724	0'33360	0'32997	0'32636	0'32276	0'31918	0'31561	0'31207
-0'3	0'38209	0'37828	0'37448	0'37070	0'36693	0'36317	0'35942	0'35569	0'35197	0'34827
-0'2	0'42074	0'41683	0'41294	0'40905	0'40517	0'40129	0'39743	0'39358	0'38974	0'38591
-0'1	0'46017	0'45620	0'45234	0'44828	0'44433	0'44038	0'43644	0'43251	0'42858	0'42465
-0'0	0'50000	0'49601	0'49202	0'48803	0'48405	0'48006	0'47608	0'47210	0'46812	0'46414



**EBAZPENA GIZARTE ETA OSASUN ZIENTZIETARAKO MATEMATIKA (2019ko maiatza)**

1. **G** deituko diogu bola gorri bat ateratzeari, eta **U**, berriz, urdin bat ateratzeari. Hona hemen G eta U gertaeren probabilitateak hiru kutxetarako:



Eskatutako probabilitatea  $P(A/G)$  da. *Bayes-en teorema* erabilita, hau lortuko dugu:

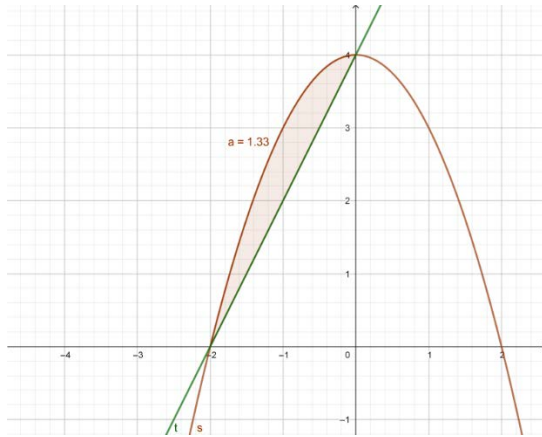
$$P(B/G) = \frac{P(B) \cdot P(G/B)}{P(A) \cdot P(G/A) + P(B) \cdot P(G/B) + P(C) \cdot P(G/C)} =$$

$$= \frac{\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3}}{\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{5} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5}} = \frac{\frac{1}{9}}{\frac{2}{15} + \frac{1}{9} + \frac{3}{15}} = \frac{1}{9} = \boxed{\frac{1}{4}}$$

2.

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 100 \\ x - 0,5 \cdot y = 8,05 \end{array} \right\} \quad x = \text{erantzun zuzenak (87) eta } y = \text{erantzun okerrak (13)}$$

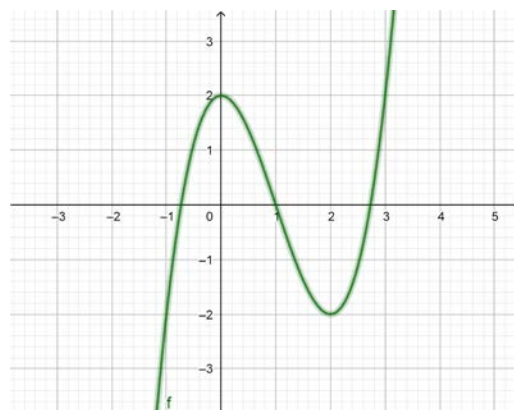
3. Funtzio biak puntu hauetan gurutzatzen dira:  $x = -2$  eta  $x = 0$



$$\begin{aligned} \int_{-2}^0 (-x^2 + 4 - (2x + 4)) dx \\ &= \int_{-2}^0 (-x^2 - 2x) dx \\ &= \left[ -\frac{x^3}{3} - \frac{2x^2}{2} \right]_{-2}^0 \\ &= 0 - \left( \frac{8}{3} - \frac{8}{2} \right) = -\frac{16 - 24}{6} \\ &= \frac{8}{6} = \boxed{\frac{4}{3} u^2} \end{aligned}$$

4. a) Lehenengo deribatua kalkulatu ondoren, haren erroak bilatuko ditugu. Erro horiek izango dira azertu beharreko puntuak  $f'(x) = 3x^2 - 6x$ ; beraz:  $x = 0$  eta  $x = 2$ . Bigarren deribatuan, orain, lehenengo deribatuaren zeroek zer zeinu hartzen duten aztertuko dugu.  $f''(x) = 6x - 6$  eta  $f''(0) = -6$ enez, maximoa  $x = 0$  puntuan dago;  $f''(2) = 6$ enez, berriz, minimoa  $x = 2$  puntuan dago.

b) Egin ezazu funtzioaren gutxi gorabeherako irudia:



5. a)

$$\begin{aligned} p[60 < X \leq 75] &= p\left(\frac{60 - 70}{3} < Z \leq \frac{75 - 70}{3}\right) = \\ &= p(-3,33 < Z \leq 1,67) = p(Z \leq 1,67) - [1 - p(Z \leq 3,33)] = \\ &= 0,9525 - (1 - 0,9996) = 0,9521 \\ &0,9521 \cdot 500 = \boxed{476} \end{aligned}$$



$$b) p(X > 90) = p\left(Z > \frac{90-70}{3}\right) = p(Z > 6,67)$$

$$1 - p(Z > 6,67) = 1 - 1 = 0$$
$$0 \cdot 500 = 0$$

$$6. a) p = \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1}{32}$$

$$b) p = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^5 = 1 - \frac{1}{32} = \frac{31}{32}$$

## EBALUAZIO-IRIZPIDE OROKORRAK

1. Azterketari emango zaion puntuazioa 0 eta 10 puntu artekoa izango da.
2. Problema guztiek balio bera dute: 2 puntu gehienez.
3. Planteamendu zuzenari emango zaio balioa, bai globalari, bai atal bakoitzari (atalik balego).
4. Zenbakizko erroreak, kalkulu-erroreak eta abar ez dira kontuan hartuko, baldin eta kontzeptualak ez badira.
5. Problema eta problemaren soluzioa hobeto bistaratzen laguntzen duten ideia, grafiko, aurkezpen, eskema eta abarri balio positiboa emango zaie.
6. Aurkezpen egokiari balioa emango zaio.

### Problema bakoitzerako irizpideak

#### 1. problema (2 puntu)

Problemari puntuazioa emateko, hau hartuko da kontuan:

- Problema planteatzeko, zuhaitz-diagrama edo antzekoa erabiltzea (0,75 puntu)
- Problema modu egokian ebaztea (1,25 puntu)

#### 2. problema (2 puntu)

Problemari puntuazioa emateko, hau hartuko da kontuan:

- Problemaren planteamendua (1 puntu)
- Problemaren ebazpena (1 puntu)

#### 3. problema (2 puntu)

Problemari puntuazioa emateko, hau hartuko da kontuan:



- Esparrua irudikatzea eta ebaki-puntuak lortzea (1 puntu)
- Barrow-en teorema aplikatzea (0,25 puntu)
- Egindako kalkulu zuzentasuna (0,75 puntu)

**4. problema** (2 puntu)

Problemari puntuazioa emateko, hau hartuko da kontuan:

- Deribatua modu egokian lortzea (0,5 puntu)
- Tarte gorakor zein beherakorren eztabaida eta puntu kritikoak lortzea (1 puntu)
- Funtzioaren gutxi gorabeherako irudia (0,5 puntu)

**5. problema** (2 puntu)

Problemari puntuazioa emateko, hau hartuko da kontuan:

- Banaketa normalari eta eskatutako probabilitateari lotutako kalkuluak (puntu bat bakoitzeko)

**6. problema** (2 puntu)

Problemari puntuazioa emateko, hau hartuko da kontuan:

- a) (1 puntu)
- b) (1 puntu)

**PROBAKO GALDEREN ETA  
EZAGUTZA-ADIERAZLEEN ARTEKO ERLAZIOA**

<b>Galdera</b>	<b>Ezagutza-adierazlea</b>
<b>1</b>	<b>3.7 eta 3.9</b>
<b>2</b>	<b>1.4 eta 1.5</b>
<b>3</b>	<b>2.12 eta 2.13</b>
<b>4</b>	<b>2.8, 2.9 eta 2.11</b>
<b>5</b>	<b>3.6</b>
<b>6</b>	<b>3.9</b>