

PROBA ESPEZIFIKOA

2016ko PROBA

**GIZARTE ETA
OSASUN
ZIENTZIETARAKO
MATEMATIKA**

PROBA

ERANTZUNAK





- Erantzun sei ariketa hauetako **bosti**.
- Ariketa bakoitzak 2 puntu balio du.

1.- Hiru kutxa ditugu: A kutxak 3 bola gorri eta 5 bola beltz ditu; B kutxak 2 bola gorri eta 1 beltz; eta C kutxak 2 bola gorri eta 3 beltz. Zoriz kutxa bat hautatu, eta bola bat aterako dugu zoriz.

- a) Zer probabilitate dago bola beltza izateko? Zer probabilitate dago bola gorria izateko?
- b) Bola gorria atera bada, zer probabilitate dago bola A kutxatik aterea izateko?

2.- Enpresa batek diru kopuru bat banatu nahi du bere langileen artean. Konturatu da langile bakoitzari 80 euro emanez gero 20 euro geratuko zaizkiola soberan eta bakoitzari 90 euro emanez gero 40 euro faltako zaizkiola.

- a) Zenbat langile ditu enpresak?
- b) Zenbat diru du banatzeko?

3.- Kalkula ezazu zer azalera duen parabola hauek mugatutako esparruak:

$$y = 4 - x^2, \quad y = x^2 - 4.$$

4.- Kalkula itzazu funtzio honen goratze- eta beheratze-tarteak eta maximoak eta minimoak:

$$f(x) = \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1}$$

5.- Lanpara-fabrika batek aztertu du zer batezbesteko bizitza duten berak ekoizten dituen lanparek. Jotzen da banaketa normal baten arabera banatzen direla. Batez beste, 68 hilabete irauten dute, eta 5 hilabeteko desbideratze tipikoa dute. Fabrikatik 10.000 lanparako sorta bat irten da.

- a) Lanparen zer portzentajek gaindituko du, aurreikuspenen arabera, 75 hilabeteko bizitza?
- b) Zenbat lanpara hondatuko dira 60 hilabete baino lehen?

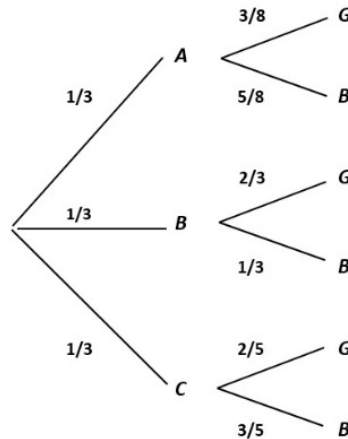
6.- Eskualde jakin bateko biztanleen % 15 ilehoriak dira. Eskualde horretako 600 biztanleko lagin bat hartzen da. Hau eskatzen da:

- a) Zer probabilitate dago pertsona ilehorien kopurua 80 baino handiagoa izateko?
- b) Zer probabilitate dago pertsona ilehorien kopurua 80 eta 110 artean egoteko?



1.- Ebazpena

Zuhaitz-diagrama motako eskema bat egiten badugu



diagramaren gainean arrazoibidea erabiliz ebatz dezakegu problema:

a) Hau da beltza izateko probabilitatea:

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{5}{8} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5} = \frac{127}{360}$$

Jakina, hau da gorria izateko probabilitatea:

$$1 - \frac{127}{360} = \frac{173}{360}$$

b) Bayesen bidez arrazoituz, hau izango dugu:

$$P(A/G) = \frac{P(A) \cdot P(G/A)}{P(A) \cdot P(G/A) + P(B) \cdot P(G/B) + P(C) \cdot P(G/C)} =$$

$$= \frac{\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{8}}{\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{8} + \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{5}} = \frac{45}{173} = 0,260$$

2.- Ebazpena

Ezezagunak hautatzen dira

x = langile kopurua

y = banatzeko dirua

Hala, sistema hau planteatu dezakegu:

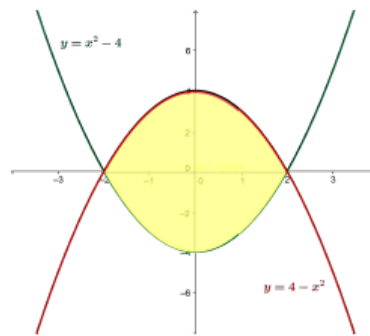
$$80x + 20 = y$$

$$90x - 40 = y$$

Eta, ebatzita: $x = 6$, $y = 500$. Beraz, 6 langile ditu, eta 500 euro ditu banatzeko.



3.- Ebazpena



Bi parabolaren ebakitze-puntuak $x = 2$ eta $x = -2$ dira. Ikus daitekeen bezala, esparru itxia bi parabolaren artean dago.

Eskatutako azalera Barrow-ren erregela aplikatuz kalkulatzen da:

$$A = \int_{-2}^2 [(4 - x^2) - (x^2 - 4)] dx = 64/3$$

4.- Ebazpena

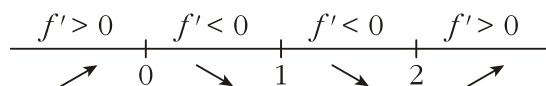
Funtzioa ez dago definituta $x = 1$ puntuan. Deribatua kalkulatu gero, hau izango dugu:

$$f'(x) = \frac{(2x-2)(x-1) - (x^2 - 2x + 2)}{(x-1)^2} = \frac{2x^2 - 2x - 2x + 2 - x^2 + 2x - 2}{(x-1)^2} = \frac{x^2 - 2x}{(x-1)^2}$$

$$f'(x) = 0 \rightarrow x^2 - 2x = 0 \rightarrow x(x-2) = 0 \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Deribatuaren zeinua analizatu:

$f'(x)$ -ren zeinua.



Beraz, $f(x)$ gorakorra da $x > 2$ eta $x < 0$ kasuetarako; eta beherakorra da $(0,1)$ eta $(1, 2)$ tarteetan.

Maximo bat du $(0,-2)$ puntuan eta minimo bat $(2, 2)$ puntuan.



5.- Ebazpena

Banaketa normala denez, taulara joko dugu aztertzeko.

$$\text{a) } P(X > 75) = P(t > 1,4) = 1 - P(t \leq 1,4) = 1 - 0,9192 = 0,0808$$

Beraz, lanparen % 8,08k (808 lanpara) 75 hilabetetik gora iraungo dute

$$\text{b) } P(X \leq 60) = P(t \leq -1,6) = P(t > 1,6) = 1 - P(t \leq 1,6) = 0,0548$$

Beraz, probablea da 548 lanpara ez iristea 60 hilabete irautera.

6.- Ebazpena

Aldagai aleatorioak eredu binomial honi jarraitzen dio: $p = 0,15$, $q = 0,85$

Bestalde, behar diren baldintzak betetzen dira banaketa normalera hurbiltzeko ($n > 30$, $n \cdot p > 5$, $n \cdot q > 5$).

Erabiltzen den normalaren parametroek binomialaren batezbestekoa eta desbideratze tipikoa izan behar dute.

- Batezbestekoa = $n \cdot p = (600) \cdot (0,15) = 90$
- Desbideratze tipikoa = erro ($n \cdot p \cdot q$) = erro $((600) \cdot (0,15) \cdot (0,85)) = \text{erro } (76,5)$

a) Beraz, hau da laginean 80 ilehori baino gehiago izateko probabilitatea:

$$p(X \geq 80) = p\left(Z > -\frac{10}{\sqrt{76.5}}\right) = p(Z > -1.14) = 0.8729$$

b) Hau da pertsona ilehorien kopurua 80 eta 110 artean egoteko probabilitatea:

$$p(80 < X < 110) = p\left(-\frac{10}{\sqrt{76.5}} < Z < \frac{20}{\sqrt{76.5}}\right) = p(-1.14 < Z < 2.28) = 0.9887 - 0.1271 = 0.8616$$

EBALUAZIO-IRIZPIDE OROKORRAK

1. Azterketari emango zaion puntuazioa 0 eta 10 puntu artekoa izango da.
2. Problema guztiek balio bera dute: 2 puntu gehienez.
3. Planteamendu zuzenari emango zaio balioa, bai globalari, bai atal bakoitzari (atalik balego).
4. Zenbakizko erroreak, kalkulu-erroreak eta abar ez dira kontuan hartuko, baldin eta kontzeptualak ez badira.
5. Problema eta problemaren soluzioa hobeto bistaratzen laguntzen duten ideia, grafiko, aurkezpen, eskema eta abarri balio positiboa emango zaie.
6. Aurkezpen egokiari balioa emango zaio.



Problema bakoitzerako irizpideak

1. problema (2 puntu)

- Problema zuhaitz-diagramaren bidez edo antzeko modu batez planteatzea (0,75 puntu)
- Galderaren atal bakoitza (0,30 puntu)
- Problema zuzen ebaztea (0,65 puntu)

2. problema (2 puntu)

- Problema planteatzea (1 puntu)
- Problema ebaztea (1 puntu)

3. problema (2 puntu)

- Esparrua marraztea eta ebakitze-puntuak lortzea (1 puntu)
- Barrow-ren teorema aplikatzea. (0,25 puntu)
- Kalkuluen zehaztasuna. (0,75 puntu)

4. problema (2 puntu)

- Deribatua ondo kalkulatzeko (0,75 puntu)
- Hazkunde-tarteak eztabaidatzea eta puntu kritikoak lortzea (1,25 puntu)

5. problema (2 puntu)

- Banaketa normalari eta eskatutako probabilitateari lotutako kalkuluak (1 puntu).
- Problema zuzen ebaztea (1 puntu)

6. problema (2 puntu)

- Banaketa binomiala dela konturatzea (0,5 puntu)
- Batezbestekoa eta desbideratze tipikoa kalkulatzeko (0,5 puntu)
- Banaketa normala banaketa binomialaren mugatzat harturik egin beharreko kalkuluak egitea (1 puntu)

PROBAKO GALDEREN ETA EZAGUTZA-ADIERAZLEEN ARTEKO ERLAZIOA

Galdera	Ezagutza-adierazlea
1	3.7; 3. 6 eta 3.9
2	1. 4, 1.6 eta 1.8
3	2.12 eta 2.13
4	2.8; 2.9; 2.10 eta 2.11
5	3.6
6	3.5 eta 3.6