

UNIBERTSITATERAKO SARBIDE PROBA
25 URTETIK GORAKOENTZAT

PROBA ESPEZIFIKOA

2016ko PROBA

MATEMATIKA

PROBA

ERANTZUNAK

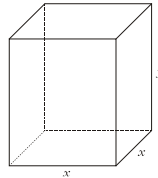




- Erantzun sei ariketa hauetako **bosti**.
- Ariketa bakoitzak 2 puntu balio du.

1.- Test motako azterketa batek 160 galdera ditu. Zuzentzeko orduan, 5 puntu batzen dira erantzun zuzen bakoitzeko eta 3 puntu kentzen dira gaizki erantzundako edo erantzun gabe utzitako erantzun bakoitzeko. Ikasle batek 320 puntu lortu baditu testean, zenbat galderari eman die erantzun zuzena?

2.- Zer dimentsio izan behar ditu 4.000 litroko edukiera eta oinarri karratua duen aluminiozko depositu ireki batek (goiko estalkirik gabe) haren fabrikazioa ahalik eta merkeena izan dadin? (Oharra: 1 dezimetro kubiko = 1 litro).



3.- Kalkula ezazu zer azalera duen parabola hauek mugatutako esparru lauak:

$$y = 4 - x^2, \quad y = x^2 - 4.$$

4.- Aztertu goratze- eta beheratze-tarteak, maximoak eta minimoak, eta egin ezazu funtzioaren gutxi gorabeherako marrazki bat

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$$

5.- 49 galderaz osatutako test bat pasatu zaie 500 pertsonari, eta hauek dira emaitzak:

ERANTZUN ZUZENAK	[0, 10)	[10, 20)	[20, 30)	[30, 40)	[40, 50)
PERTSONA KOPURUA	45	123	206	84	42

Kalkulatu banaketaren batezbestekoa eta desbideratze tipikoa.

6.- Ebatzi sistema eta ekuazio esponentziala

a)
$$\begin{cases} 3x + 2y + z = 1 \\ 5x + 3y + 4z = 2 \\ x + y - z = 1 \end{cases}$$

b)
$$2^{2x+1} - 3 \cdot 2^x + 1 = 0$$



1.- Ebazpena

Erantzun zuzenen kopuruari x eta gaizki erantzundako item kopuruari y deituz gero, sistema hau planteatu dezakegu:

$$x + y = 160$$

$$5x - 3y = 320$$

Ebatzita: $x = 100$ erantzun zuzen

$$y = 60$$
 erantzun ez-zuzen

2.- Ebazpena

Oinarriaren aldeari x eta deposituaren altuerari y deituko diegu. Beraz, hau izango da bolumena:

$$V = x^2 y = 4000 \text{ dm}^3 \rightarrow y = \frac{4000}{x^2}$$

Deposituaren azalera osoa hau izango da (gogoan izan irekia dela):

$$A = 4xy + x^2 = 4x \cdot \frac{4000}{x^2} + x^2 = \frac{16000}{x} + x^2; \quad x > 0$$

x bilatuko dugu A minimoa izan dadin:

$$A' = \frac{-16000}{x^2} + 2x = \frac{-16000 + 2x^3}{x^2}$$

A' zerora berdinduta, hau izango dugu:

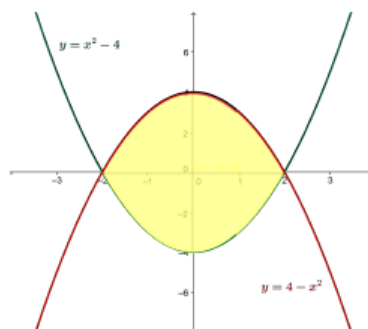
$$\rightarrow x^3 = \frac{16000}{2} = 8000 \rightarrow x = \sqrt[3]{8000} = 20 \text{ dm}$$

Egiazta daiteke minimo bat dela.

$$A'' = \frac{32000}{x^3} + 2, \quad A''(20) > 0 \rightarrow x = 20 \text{ denean, minimoa da}$$

Beraz, oinarriaren aldeak $x = 20 \text{ dm} = 2 \text{ m}$ izan behar du, eta deposituaren altuera, orduan, $y = 10 \text{ dm} = 1 \text{ m}$ da.

3.- Ebazpena





Bi parabolaren ebakitze-puntuak $x = 2$ eta $x = -2$ dira. Ikus daitekeen bezala, esparru itxia bi parabolaren artean dago.

Eskatutako azalera Barrow-ren erregela aplikatuz kalkulatzen da:

$$A = \int_{-2}^2 [(4 - x^2) - (x^2 - 4)] dx = 64/3$$

4.- Ebazpena

a) Eremua: \mathbb{R} jarraitua da, eta \mathbb{R} osoan deribagarria (funtzio polinomiko bat baita)

b) Ardatzekiko ebakitze-puntuak

i) $x = 0 \Rightarrow y = 0, (0,0)$

ii) $y = 0 \Rightarrow x^3 - 6x^2 + 9x = 0 \Rightarrow x(x^2 - 6x + 9) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 & (0, 0) \\ x = 3 & (3, 0) \end{cases}$

c) Simetriak: $\begin{cases} f(-x) = (-x)^3 - 6(-x)^2 + 9(-x) = -x^3 - 6x^2 - 9x \\ f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x \end{cases} \Rightarrow f(-x) \neq \pm f(x) \Rightarrow f$ funtzioa

ez da bikoitia, ezta bakoitia ere; beraz, ez da simetrikoa jatorriarekiko ezta ordenatu-ardatzarekiko ere.

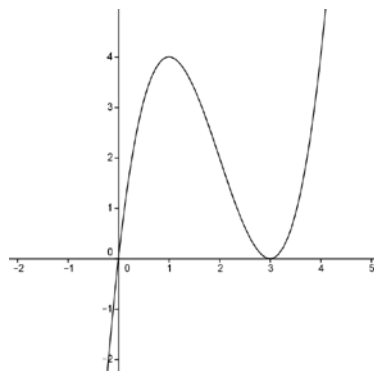
d) Asintotak: Ez du zertan funtzio polinomiko bat izan.

e) Goratzea, beheratzea, maximoak eta minimoak:

$$y' = 3x^2 - 12x + 9 = 0 \Rightarrow x^3 - 4x + 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$$

f'-ren zeinua	+		-		+
f:	Gorakorra	1	Behetakorra	3	Gorakorra
		Max.		Min.	

Funtzioak minimo erlatibo bat du (1, 4) puntuan, eta maximo erlatibo bat (3, 0) puntuan.



Funtzioa hazkorra da $x < 1$ eta $x > 3$ denean, eta beherakorra da (1, 3) tartean.



5.- Ebazpena

Tartea	x_i	n_i	$x_i \cdot n_i$	$(x_i)^2$	$(x_i)^2 \cdot n_i$
[0,10)	5	45	225	25	1125
[10,20)	15	123	1845	225	27675
[20,30)	25	206	5150	625	128750
[30,40)	35	84	2940	1225	102900
[40,50)	45	42	1890	2025	82050
GUZTIRA		500	12050		345500

Batezbesteko aritmetikoaren eta desbideratze tipikoaren kalkuluak eginez, hau izango dugu:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i \cdot n_i}{N} = \frac{12.050}{500} = 24,1$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 \cdot n_i}{N} - \bar{x}^2 = \frac{345.500}{500} - 24,1^2 = 691 - 580,81 = 110,19$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{110,19} = 10,49$$

6.- Ebazpena

a) Sistema metodo ezagunetako edozeinen bidez ebatzita, hau lortuko dugu:

$$x = -4, y = 6 \text{ eta } z = 1$$

b) Ekuazioa ebazteko, aldagai-aldaketa egingo dugu:

$$2^x = t \qquad 2^{2x} = (2^x)^2 = t^2$$

Ekuazioa ebatzi, eta desegin egingo dugu aldagai-aldaketa.

$$2t^2 - 3t + 1 = 0 \quad \begin{cases} t_1 = \frac{1}{2} & 2^x = \frac{1}{2} & x_1 = -1 \\ t_2 = 1 & 2^x = 1 & x_2 = 0 \end{cases}$$



EBALUAZIO-IRIZPIDE OROKORRAK

1. Azterketari emango zaion puntuazioa 0 eta 10 puntu artekoa izango da.
2. Problema guztiek balio bera dute: 2 puntu gehienez.
3. Planteamendu zuzenari emango zaio balioa, bai globalari, bai atal bakoitzari (atalik balego).
4. Zenbakizko erroreak, kalkulu-erroreak eta abar ez dira kontuan hartuko, baldin eta kontzeptualak ez badira.
5. Problema eta problemaren soluzioa hobeto bistaratzen laguntzen duten ideia, grafiko, aurkezpen, eskema eta abarri balio positiboa emango zaie.
6. Aurkezpen egokiari balioa emango zaio.

Problema bakoitzerako irizpideak

- 1. problema** (2 puntu)
 - Problemaren planteamendu egokia. (1 puntu)
 - Problema ebaztea: egin beharreko kalkuluak (1 puntu)
- 2. problema** (2 puntu)
 - Maximoaren baldintza planteatzea (1 puntu)
 - Maximoaren baldintza ezartzea eta deribatuaren bidez kalkulatzeko (1 puntu)
- 3. problema** (2 puntu)
 - Esparrua marraztea (1 puntu)
 - Barrow-ren teorema aplikatzea (0,25 puntu)
 - Kalkuluen zehaztasuna (0,75 puntu)
- 4. problema** (2 puntu)
 - Deribatua, goratze- eta beheratze-tarteak eta puntu kritikoak kalkulatzeko (1,25 puntu)
 - Funtzioaren gutxi gorabeherako marrazki bat egitea (0,75 puntu)
- 5. problema** (2 puntu)
 - Batezbestekoa kalkulatzeko (1 puntu).
 - Desbideratze tipikoa kalkulatzeko (1 puntu)
- 6. problema** (2 puntu)
 - Atal bakoitzak puntu bat balio du.

PROBAKO GALDEREN ETA EZAGUTZA-ADIERAZLEEN ARTEKO ERLAZIOA

Galdera	Ezagutza-adierazlea
1	1.5 , 1.6, 1.7 eta 1.9
2	2.9, 2.10 eta 2.11
3	2.12 eta 2.13
4	2.9, 2.10 eta 2.11
5	4.1 eta 4.2
6	1.2 eta 1.3