

UNIBERTSITATERAKO SARBIDE PROBA
25 URTETIK GORAKOENTZAT

PROBA ESPEZIFIKOA

2017ko PROBA

MATEMATIKA

PROBA

ERANTZUNAK





- *Erantzun sei ariketa hauetako **bosti**.*
- *Ariketa bakoitzak 2 puntu balio du.*

1.- Bi detergente mota nahasi ditugu; lehenak 0,94 €/litro balio du, eta bigarrenak 0,86 €/litro. Nahastu ondoren, 0,89 €/litro-ko 40 litro nahastura lortu ditugu. Mota bakoitzeko zenbat litro jarri ditugu?

2.- 12 cm-ko perimetroa duten laukizuzen guztietatik, zeinek du luzerarik txikieneko diagonalala?

3.- Kalkula ezazu zer azalera duen parabola hauek mugatutako esparruak:

$$y = -x^2 + 4x \quad ; \quad y = x^2 - 2x$$

4.- Aztertu funtzioaren goratze- eta beheratze-tarteak, maximoak eta minimoak, eta egin ezazu funtzioaren gutxi gorabeherako marrazki bat

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 3$$

5.- Taula honek ematen duen banaketa estatistiko bat izanik:

xi	61	64	67	70	73
Maiztasuna (fi)	5	18	42	27	8

Kalkulatu banaketaren moda, mediana, batezbestekoa eta desbideratze tipikoa.

6.- Ebatzi sistema eta ekuazio esponentziala

a)
$$\begin{aligned} x - y + z &= 3 \\ 2y + 3z &= 15 \\ 3x + y &= 12 \end{aligned}$$

b)
$$4^{x+1} + 2^{x+3} = 320$$



EBAZPENA MATEMATIKA
(2017ko maiatza)

1.-

EBAZPIDEA

Sistema bat planteatuz, hau izango dugu:

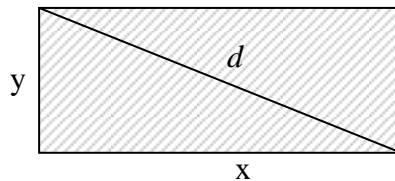
$$X + Y = 40$$

$$0,94X + 0,86Y = 40 \cdot (0,89)$$

Eta, ebatzita: $X = 15$ litro, eta $Y = 25$ litro

2.-

EBAZPIDEA



Perimetroa: $2x + 2y = 12 \Rightarrow x + y = 6 \Rightarrow y = 6 - x$ (bete beharreko baldintza)

Minimizatu beharreko funtzioa: $x^2 + y^2 = d^2 \Rightarrow d = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{x^2 + (6 - x)^2}$

Hau da, $d(x) = \sqrt{2x^2 - 12x + 36}$; alegia, aztertu beharreko funtzioa.

$$d'(x) = \frac{4x - 12}{2\sqrt{2x^2 - 12x + 36}} = \frac{2x - 6}{\sqrt{2x^2 - 6x + 18}}$$

$d'(x)$ zerora berdinduz eta hala lortzen den ekuazioa ebatziz, hau lortzen da $x = 3$

$$\text{Bigarren deribatua: } d''(x) = \frac{2\sqrt{2x^2 - 6x + 18} - \frac{4x - 6}{\sqrt{2x^2 - 6x + 18}} \cdot (2x - 6)}{2x^2 - 6x + 18}$$

Bigarren deribatuaren balioa $x = 3$ denean:

$$d''(3) = \frac{2\sqrt{2 \cdot 3^2 - 18 + 18} - 0}{2 \cdot 3^2 - 18 + 18} = \frac{2\sqrt{2 \cdot 3^2}}{2 \cdot 3^2} = \frac{\sqrt{2}}{3} > 0 \text{ (minimoa, karratu bat da)}$$



3.-

EBAZPIDEA

– Integrazio-mugak.

$$x^2 - 2x = -x^2 + 4x \rightarrow 2x^2 - 6x = 0 \rightarrow 2x(x - 3) = 0$$

Hauek dira mugak: 0 eta 3. Esparru bat.

– Diferentzia funtzioa eta jatorrizkoa

$$f(x) - g(x) = x^2 - 2x + x^2 - 4x \rightarrow f(x) - g(x) = 2x^2 - 6x$$
$$G(x) = \int (2x^2 - 6x)dx = \frac{2x^3}{3} - 3x^2$$

– $G(3)$ eta $G(0)$

$$G(3) = \frac{2x^3}{3} - 3x^2 = -9 \quad \text{eta} \quad G(0) = 0$$

– Azalera = $G(3) - G(0) = |-9| = 9$

$$A = \int_0^3 (2x^2 - 6x)dx = \left[\frac{2x^3}{3} - 3x^2 \right]_0^3 = |-9| = 9 \text{ u}^2$$

4.-

EBAZPIDEA

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 3$$

Zer **goratze-** eta **beheratze-tarte** dituen aztertuko dugu.

Deribatu egingo dugu, eta hau lortuko dugu:

$$f'(x) = 3x^2 - 6x$$

Deribatuaren **erroak** aurkituko ditugu:

$$f'(x) = 3x^2 - 6x = 3(x^2 - 2x) = 3x(x - 2)$$

Erroak: $x = 0$ eta $x = 2$



Muturrak f' -ren erroak dituzten **tarte irekiak** hauek izango dira:

$$]-\infty, 0[,]0, 2[\text{ eta }]2, +\infty[$$

Aztertuko dugu zer **zeinu** hartzen duen deribatuak **tarte** bakoitzeko barne-balioetan; adibidez, -1, 1 eta 3 balioetan:

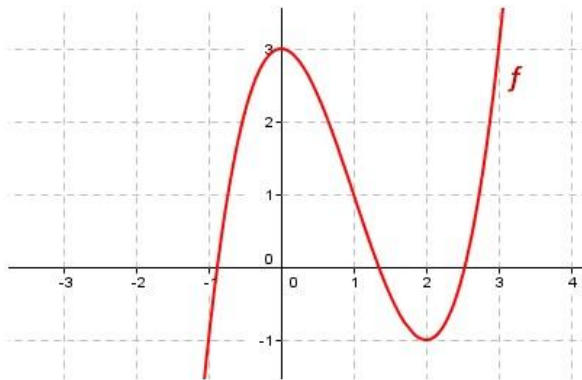
$$f'(-1) = 3 \cdot (-1)^2 - 6 \cdot (-1) = 3 \cdot 1 + 6 = 9 > 0$$

$$f'(1) = 3 \cdot 1^2 - 6 \cdot 1 = 3 - 6 = -3 < 0$$

$$f'(3) = 3 \cdot 3^2 - 6 \cdot 3 = 27 - 18 = 9 > 0$$

Hau aurkituko dugu:

- f **gorakorra** da $]-\infty, 0[$ tartean eta $]2, +\infty[$ tartean.
- f **beherakorra** da $]0, 2[$ tartean.





**5.-
EBAZPIDEA**

x_i	f_i	F_i	$x_i \cdot f_i$	$x_i^2 \cdot f_i$
61	5	5	305	18 605
64	18	23	1152	73 728
67	42	65	2814	188 538
71	27	92	1890	132 300
73	8	100	584	42 632
GUZTIRA	100		6745	455 803

Moda , $M_o = 67$

Mediana, $100/2 = 50$; beraz, hau da mediana: $M_e = 67$

Batezbestekoa

$$\bar{x} = \frac{6745}{100} = 67.45$$



Universidad
del País Vasco

Euskal Herriko
Unibertsitatea

UNIBERTSITATERA SARTZEKO
PROBAK 25 URTETIK
GORAKOAK

2017ko MAIATZA

MATEMATIKA

PRUEBAS DE ACCESO A LA
UNIVERSIDAD PARA MAYORES
DE 25 AÑOS

MAYO 2017

MATEMÁTICAS

Batez besteko desbideratzea

$$D_{\bar{x}} = \frac{226.5}{100} = 2.265$$

6.-

EBAZPIDEA

- a) $x = y = z = 3$ ebatziz:
- b) $x = 3$



EBALUAZIO-IRIZPIDE OROKORRAK

1. Azterketari 0 eta 10 puntu arteko puntuazioa emango zaio.
2. Problema guztiek balio bera dute: 2 puntu gehienez.
3. Planteamendu zuzenari emango zaio balioa, bai globalari, bai atal bakoitzari (atalik balego).
4. Zenbakizko erroreak, kalkulu-erroreak eta abar ez dira kontuan hartuko, baldin eta kontzeptualak ez badira.
5. Problema eta problemaren soluzioa hobeto bistaratzen laguntzen duten ideia, grafiko, aurkezpen, eskema eta abarri balio positiboa emango zaie.
6. Aurkezpen egokiari balioa emango zaio.

Problema bakoitzerako irizpideak

- 1. problema** (2 puntu)
 - Problemaren planteamendu egokia. (1 puntu)
 - Problema ebaztea: egin beharreko kalkuluak (1 puntu)
- 2. problema** (2 puntu)
 - Maximoaren baldintza planteatzea (1 puntu)
 - Maximoaren baldintza ezartzea eta, deribatuaren bidez, haren balioa kalkulatzeko (1 puntu)
- 3. problema** (2 puntu)
 - Deribatua, goratze- eta beheratze-tarteak eta puntu kritikoak kalkulatzeko (1,25 puntu)
 - Funtzioaren gutxi gorabeherako marrazki bat egitea (0,75 puntu)
- 4. problema** (2 puntu)
 - Esparrua marraztea (1 puntu)
 - Barrow-ren teorema aplikatzea (0,25 puntu)
 - Kalkuluen zehaztasuna (0,75 puntu)
- 5. problema** (2 puntu)
 - Batezbestekoa, moda eta mediana kalkulatzeko (1 puntu).
 - Desbideratze tipikoa kalkulatzeko (1 puntu)
- 6. problema** (2 puntu)
 - Atal bakoitzak puntu bat balio du.

PROBAKO GALDEREN ETA EZAGUTZA-ADIERAZLEEN ARTEKO ERLAZIOA

Galdera	Ezagutza-adierazlea
1.	1.5 , 1.6, 1.7 eta 1.9
2.	2.9, 2.10 eta 2.11
3.	2.12 eta 2.13
4.	2.9, 2.10 eta 2.11
5.	4.1 eta 4.2
6.	1.2 eta 1.3