A.- 1

Altura para órbita circular (H)

Para que el satélite Galileo describa una órbita circular, la fuerza gravitatoria que actúa sobre él debe igualar la fuerza necesaria para mantener la aceleración normal debida al movimiento circular uniforme:

$$F_{gravitatoria} = F_{normal}$$

Aplicando las expresiones correspondientes: $\dfrac{G\, M_{Tierra}\, m}{\left(R_{Tierra} + H\right)^2} = \dfrac{m\, v^2}{R_{Tierra} + H}$

Donde:

- $F_{gravitatoria}$ es la fuerza gravitatoria ($\dfrac{G\, M_{Tierra}\, m}{\left(R_{Tierra} + H\right)^2}$), según la ley de gravitación universal de Newton.
- F_{normal} es la fuerza normal, que surge de la aceleración normal de un cuerpo en movimiento circular ($\dfrac{m\, v^2}{R_{Tierra} + H}$).

Simplificamos eliminando la masa del satélite m y reorganizamos para H:

$$\frac{G\, M_{Tierra}}{R_{Tierra} + H} = v^2 \Rightarrow R_{Tierra} + H = \frac{G\, M_{Tierra}}{v^2} \Rightarrow H = \frac{G\, M_{Tierra}}{v^2} - R_{Tierra}$$

Velocidad orbital (v)

La velocidad orbital se determina utilizando la expresión: $v = \sqrt{\dfrac{G\, M_{Tierra}}{R_{Tierra} + H}}$

Sustituyendo los valores: $v = \sqrt{\dfrac{\left(6.67 \times 10^{-11}\right)\left(5.98 \times 10^{24}\right)}{6.37 \times 10^6 + 2.3222 \times 10^7}} \Rightarrow v \approx 3.671 \times 10^3\, m/s = 3{,}671\, km/s$

Energía total necesaria (E_{total})

La energía total necesaria es la suma del cambio en la energía potencial gravitatoria (ΔU) y la energía cinética necesaria para mantener el movimiento circular (E_c).

La energía potencial gravitatoria en un campo gravitatorio está dada por: $U = -\dfrac{G\, M_{Tierra}\, m}{r}$

El cambio en la energía potencial gravitatoria al mover el satélite desde la superficie $\left(r = R_{Tierra}\right)$ hasta la altura H ($r = R_{Tierra} + H$) es: $\Delta U = U_H - U_{superficie}$

Sustituyendo: $\Delta U = -\dfrac{\left(6.67 \times 10^{-11}\right)\left(5.98 \times 10^{24}\right)(700)}{6.37 \times 10^6 + 2.3222 \times 10^7} + \dfrac{\left(6.67 \times 10^{-11}\right)\left(5.98 \times 10^{24}\right)(700)}{6.37 \times 10^6}$

$$\Delta U = U_H - U_{superficie} \approx 3.44 \times 10^{10}\, J$$

La energía cinética necesaria para mantener el movimiento circular uniforme: $E_c = \frac{1}{2} m v^2$

Sustituyendo los valores: $E_c = \frac{1}{2}(700)(3671)^2 \Rightarrow E_c \approx 4.72 \times 10^9\, J$

La energía total necesaria para llevar el satélite a la altura H y ponerlo en órbita circular es:

$E_{total} = \Delta U + E_c$

Sustituyendo los valores: $E_{total} = 3.44 \times 10^{10} + 4.72 \times 10^9 \Rightarrow E_{total} \approx 3.91 \times 10^{10}\, J$

Periodo orbital (T)

Para obtener el período, aplicamos las leyes de Kepler y los conceptos de la dinámica gravitatoria. La tercera ley de Kepler establece que: $T^2 \propto r^3$.

Para un satélite en órbita circular, el periodo orbital es: $T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{G M_{Tierra}}}$.

Cálculo

1. Radio de la órbita: $r = R_{Tierra} + H$,
   sustituyendo: $r = 6.37 \times 10^6\, m + 2.3222 \times 10^7\, m \Rightarrow r = 2.9592 \times 10^7\, m$
2. Sustituyendo en al expresión del eríodo:
   $$T = 2\pi \sqrt{\frac{(2.9592 \times 10^7)^3}{(6.67 \times 10^{-11})(5.98 \times 10^{24})}} \Rightarrow T \approx 5.06 \times 10^4\, s;$$
3. En horas: $T \approx \frac{5.06 \times 10^4}{3600} \approx 14.06\, horas$

B.- 1

Campo magnético creado por cada corriente

El campo magnético generado por un conductor rectilíneo largo se calcula mediante la ley de Biot-Savart: $B=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$

Usando la regla de la mano derecha:

- El sentido del campo magnético es circular alrededor del conductor.
- En la región entre ambos conductores, los campos magnéticos generados por cada corriente tienen direcciones opuestas.

Fuerza magnética entre los conductores

La fuerza magnética por unidad de longitud entre dos conductores paralelos: $F/L=\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d}$

I_1 y I_2 son las corrientes en los conductores; $d=0,06\,m$ es la distancia entre los conductores. Dado que las corrientes tienen el mismo sentido, los conductores se atraerán.

Campo magnético resultante en el punto medio

En el punto medio de la línea que une ambos conductores ($r=0,03\,m$ para ambos conductores):

- Conductor con $I_1=9\,A$ es: $B_1=\frac{\mu_0 I_1}{2\pi r}=\frac{4\pi\cdot 10^{-7}\cdot 9}{2\pi\cdot 0,03}=6\cdot 10^{-5}\,T$
- Conductor con $I_2=15\,A$ es: $B_2=\frac{\mu_0 I_2}{2\pi r}=\frac{4\pi\cdot 10^{-7}\cdot 15}{2\pi\cdot 0,03}=10\cdot 10^{-5}\,T$

  En el punto medio, los campos tienen sentidos opuestos, por lo que el campo magnético resultante es: $B_{resultante}=B_2-B_1=(10-6)\cdot 10^{-5}=4\cdot 10^{-5}\,T$

Anulación del campo magnético entre los conductores

En la región entre los conductores, el campo magnético se anula a una distancia r del conductor con $I_1=9\,A$. En este punto: $B_1=B_2$

Sustituimos las expresiones para B_1 y B_2: $\frac{\mu_0 I_1}{2\pi r}=\frac{\mu_0 I_2}{2\pi(d-r)}\Rightarrow\frac{I_1}{r}=\frac{I_2}{d-r}$

Despejamos r: $I_1(d-r)=I_2 r\Rightarrow I_1 d=r(I_1+I_2)\Rightarrow r=\frac{I_1 d}{I_1+I_2}$; $r=\frac{9\cdot 0,06}{9+15}=\frac{0,54}{24}=0,0225\,m$

B.- 2

El potencial eléctrico creado por una carga puntual q en un punto situado a una distancia r de ella es: $V=K\cdot\frac{q}{r}$.

El potencial total en un punto es la suma algebraica de los potenciales creados por cada carga: $V_{total}=V_A+V_B$.

El campo eléctrico creado por una carga puntual q en un punto situado a una distancia r de ella es: $\vec{E}=K\cdot\frac{q}{r^2}\cdot\hat{r}$

Donde $\hat{r}$ es el vector unitario en la dirección del punto respecto a la carga.

El campo total es la suma vectorial de los campos creados por cada carga: $\vec{E}_{total}=\vec{E}_A+\vec{E}_B$

Cálculo en el origen de coordenadas $(0,0)$

1. Distancias desde el origen a las cargas:
   - Distancia a q_A: $r_A=\sqrt{(-4)^2+0^2}=4\,cm=0,04\,m$.
   - Distancia a q_B: $r_B=\sqrt{(4)^2+0^2}=4\,cm=0,04\,m$.
2. Potencial eléctrico en el origen:

$$V_A=K\cdot\frac{q_A}{r_A}=9\cdot10^9\cdot\frac{5\cdot10^{-9}}{0,04}=1125\,V;\ V_B=K\cdot\frac{q_B}{r_B}=9\cdot10^9\cdot\frac{-5\cdot10^{-9}}{0,04}=-1125\,V$$

$$V_{total}=V_A+V_B=1125-1125=0\,V$$

3. Campo eléctrico en el origen:
   - El campo creado por q_A: $E_A=K\cdot\frac{q_A}{r_A^2}=9\cdot10^9\cdot\frac{5\cdot10^{-9}}{(0,04)^2}=28125\,N/C$

     Dirección: hacia fuera de q_A, hacia la derecha (vector unitario $\hat{i}$).
   - El campo creado por q_B: $E_B=K\cdot\frac{q_B}{r_B^2}=9\cdot10^9\cdot\frac{-5\cdot10^{-9}}{(0,04)^2}=28125\,N/C$

     Dirección: hacia q_B, hacia la derecha (vector unitario $\hat{i}$).
   - Campo total: $\vec{E}_{total}=\vec{E}_A+\vec{E}_B=28125\,\hat{i}+28125\,\hat{i}=56250\,\hat{i}\,N/C$

Cálculo en el punto $(0,3)\,cm$

1. **Distancias desde** $(0,3)\,cm$ **a las cargas:**

   – Distancia a q_A: $r_A=\sqrt{(-4)^2+3^2}=\sqrt{16+9}=5\,cm=0,05\,m$.

   – Distancia a q_B: $r_B=\sqrt{(4)^2+3^2}=\sqrt{16+9}=5\,cm=0,05\,m$.

2. **Potencial eléctrico en** $(0,3)\,cm$**:**

$$V_A=K\cdot\frac{q_A}{r_A}=9\cdot10^9\cdot\frac{5\cdot10^{-9}}{0,05}=900\,V;\ V_B=K\cdot\frac{q_B}{r_B}=9\cdot10^9\cdot\frac{-5\cdot10^{-9}}{0,05}=-900\,V$$

$$V_{total}=V_A+V_B=900-900=0\,V$$

3. **Campo eléctrico en** $(0,3)\,cm$**:**

   – El campo creado por q_A: $E_A=K\cdot\frac{q_A}{r_A^2}=9\cdot10^9\cdot\frac{5\cdot10^{-9}}{(0,05)^2}=18000\,N/C$

   Dirección: desde q_A hacia $(0,3)$. Vector unitario: $\hat{r}_A=\frac{(4,3)}{5}=(0,8,0,6)$

$$\vec{E}_A=18000\cdot(0,8\,\hat{i}+0,6\,\hat{j})=(14400\,\hat{i},10800\,\hat{j})\,N/C$$

   – El campo creado por q_B: $E_B=K\cdot\frac{q_B}{r_B^2}=18000\,N/C$

   Dirección: hacia q_B, hacia la carga (vector unitario): $\hat{r}_B=\frac{(4,-3)}{5}=(0,8,-0,6)$

$$\vec{E}_B=18000\cdot(0,8\,\hat{i}-0,6\,\hat{j})=(14400\,\hat{i},-10800\,\hat{j})\,N/C$$

   – Campo total:

$$\vec{E}_{total}=\vec{E}_A+\vec{E}_B=(14400+14400)\,\hat{i}+(10800-10800)\,\hat{j};\ \vec{E}_{total}=28800\,\hat{i}\,N/C$$

C.- 1

Para realizar el trazado de rayos:

- Dibuja el espejo cóncavo y el eje principal.
- Marca la posición del foco ($f = 50\,cm$) y del centro de curvatura ($C = 2f = 100\,cm$).
- Coloca el objeto en $d_o = 25\,cm$.
- Traza los rayos descritos y determina el punto donde se cruzan. Este es el lugar donde se forma la imagen.

Cálculo de la posición y tamaño de la imagen

- La posición de la imagen se calcula usando la ecuación del espejo: $\frac{1}{f} = \frac{1}{d_o} + \frac{1}{d_i}$

  Donde: f: distancia focal ($50\,cm$); d_o: distancia del objeto ($25\,cm$); d_i: distancia de la imagen (a determinar).

  Reorganizamos para despejar $\frac{1}{d_i}$: $\frac{1}{d_i} = \frac{1}{f} - \frac{1}{d_o}$

  Sustituimos los valores: $\frac{1}{d_i} = \frac{1}{50} - \frac{1}{25} \Rightarrow \frac{1}{d_i} = \frac{1}{50} - \frac{2}{50} = -\frac{1}{50} \therefore d_i = -50\,cm$

  El signo negativo indica que la imagen se forma del lado opuesto al objeto (imagen virtual).

- El tamaño de la imagen se calcula usando la relación de aumentos: $M = \frac{h_i}{h_o} = -\frac{d_i}{d_o}$

  Donde: M: aumento;h_i: altura de la imagen; h_o: altura del objeto $(1\,cm)$.

  Sustituimos los valores: $M = -\frac{-50}{25} = 2$; Por lo tanto: $\frac{h_i}{1} = 2 \Longrightarrow h_i = 2\,cm$

  La imagen tiene una altura de $2\,cm$ y es virtual, derecha y ampliada.

C.- 2

Cálculo del número de onda k y la fase inicial ϕ_0

- La relación entre la velocidad de propagación v, el número de onda k y la frecuencia angular $\omega = 200\pi\, rad/s$ es: $v = \frac{\omega}{k} \Rightarrow k = \frac{\omega}{v} \Rightarrow k = \frac{200\pi}{400} = \frac{\pi}{2}\, rad/m$

- Para determinar ϕ_0, se usa la condición inicial $y(0,0) = 1.5\, cm$: $y(0,0) = 3\, sen(\phi_0) = 1.5$

  Despejamos $sen(\phi_0)$: $sen(\phi_0) = \frac{1.5}{3} = 0.5$; Por lo tanto: $\phi_0 = \arcsin(0.5) = \frac{\pi}{6}$

  Además, se indica que la velocidad de oscilación en $t=0$ y $x=0$ es positiva. La velocidad de oscilación está dada por la derivada temporal de $y(x,t)$:

$$\frac{\partial y}{\partial t} = -3 \cdot 200\pi \cos(kx - 200\pi t + \phi_0)$$

  En $x=0$ y $t=0$: $\frac{\partial y}{\partial t}(0,0) = -3 \cdot 200\pi \cos(\phi_0)$

  Para que la velocidad sea positiva, $\cos(\phi_0) < 0$. Esto ocurre cuando: $\phi_0 = \pi - \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6}$

  Por lo tanto: $\phi_0 = \frac{5\pi}{6}$

Aceleración máxima de oscilación

La aceleración está dada por la segunda derivada temporal de $y(x,t)$:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -3 \cdot (200\pi)^2\, sen(kx - 200\pi t + \phi_0)$$

La aceleración máxima ocurre cuando $sen(kx - 200\pi t + \phi_0) = \pm 1$: $|a_{max}| = 3 \cdot (200\pi)^2$

Sustituimos los valores:

$|a_{max}| = 3 \cdot (200\pi)^2 = 3 \cdot 40000\pi^2 \Rightarrow |a_{max}| \approx 3 \cdot 40000 \cdot 9.87 = 1.18 \cdot 10^6\, cm/s^2 \Rightarrow |a_{max}| \approx 1.18 \cdot 10^4\, m/s^2$

D.- 1

Comprobación del Efecto Fotoeléctrico

El **trabajo de extracción** (Φ) es la energía mínima necesaria para liberar un electrón de la superficie del metal. En nuestro caso, el trabajo de extracción es: $\Phi = 2{,}29\,\mathrm{eV}$

Convertimos a **Julios** usando $1\,\mathrm{eV} = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J}$: $\Phi = 2{,}29 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J} = 3{,}66 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J}$

La energía de la radiación incidente se calcula con : $E_{\text{fotón}} = \dfrac{h \cdot c}{\lambda}$

Sustituimos los valores: $E_{\text{fotón}} = \dfrac{6{,}6 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{8}}{0{,}2 \cdot 10^{-6}} = 9{,}9 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J}$

Para que se produzca el **efecto fotoeléctrico**, la energía del fotón debe ser mayor que el trabajo de extracción: $E_{\text{fotón}} > \Phi$

Comprobamos: $9{,}9 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J} > 3{,}66 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J}$ **Sí se produce el efecto fotoeléctrico**.

Velocidad de los Electrones Emitidos

Una vez que el electrón es liberado, la **energía cinética máxima** (E_k) del electrón se puede calcular con la diferencia entre la energía del fotón y el trabajo de extracción: $E_k = E_{\text{fotón}} - \Phi$

$$E_k = 9{,}9 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J} - 3{,}66 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J} = 6{,}24 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J}$$

La **velocidad** se calcula usando la expresión de la energía cinética: $E_k = \dfrac{1}{2} m_e v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\dfrac{2E_k}{m_e}}$

Sustituimos los valores: $v = \sqrt{\dfrac{2 \cdot 6{,}24 \cdot 10^{-19}}{9{,}1 \cdot 10^{-31}}} \Rightarrow v = \sqrt{1{,}372 \cdot 10^{12}} \Rightarrow v \approx 1{,}2 \cdot 10^{6}\,\mathrm{m/s}$

Frecuencia Umbral

La **frecuencia umbral** (v_0) se puede calcular con la ecuación: $\Phi = h \cdot v_0 \Rightarrow v_0 = \dfrac{\Phi}{h}$

Sustituimos los valores: $v_0 = \dfrac{3{,}66 \cdot 10^{-19}}{6{,}6 \cdot 10^{-34}} \Rightarrow v_0 \approx 5{,}5 \cdot 10^{14}\,\mathrm{Hz}$

Diferencia de Potencial para Detener los Electrones

El potencial de frenado (V_s), se calcula con: $e \cdot V_s = E_k \Rightarrow V_s = \dfrac{E_k}{e}$

Sustituimos los valores: $V_s = \dfrac{6{,}24 \cdot 10^{-19}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}} \Rightarrow V_s \approx 3{,}9\,\mathrm{V}$

D.- 2

Determinación del Trabajo de Extracción (Φ)

En la primera medida, la longitud de onda de la luz incidente es $\lambda = 700\, nm$. La energía del fotón se puede calcular utilizando la siguiente ecuación: $E_{\text{fotón}} = \frac{h \cdot c}{\lambda}$

La energía del fotón está relacionada con el trabajo de extracción (Φ) y la energía cinética máxima del electrón (E_k) mediante la ecuación del efecto fotoeléctrico:

$$E_{\text{fotón}} = \Phi + E_k \Rightarrow \Phi = E_{\text{fotón}} - E_k$$

Sustituimos la expresión de $E_{\text{fotón}}$: $\Phi = \frac{h \cdot c}{\lambda} - E_k \Rightarrow \Phi = \frac{h \cdot c}{\lambda_1} - E_{k_1}$

Frecuencia de la Luz Utilizada en la Segunda Medida

En la segunda medida, tenemos una energía cinética máxima del electrón igual a $E_k = 1,49\,\text{eV}$. La energía del fotón ahora se puede escribir como: $E_{\text{fotón}} = \Phi + E_k$

Donde Φ ya lo tenemos en términos generales: $\Phi = \frac{h \cdot c}{\lambda} - E_{k_1}$

Sustituimos Φ en la ecuación del fotón: $E_{\text{fotón}\,2} = \left(\frac{h \cdot c}{\lambda_1} - E_{k_1}\right) + E_{k_2}$

- E_{k_1} es la energía cinética máxima en la primera medida ($0,45\,\text{eV}$).
- E_{k_2} es la energía cinética máxima en la segunda medida ($1,49\,\text{eV}$).

La frecuencia está relacionada con la energía mediante:

$$E_{\text{fotón}\,2} = h \cdot \nu_2 \Rightarrow \nu_2 = \frac{E_{\text{fotón}\,2}}{h} \Rightarrow \nu_2 = \frac{\left(\frac{h \cdot c}{\lambda_1} - E_{k_1}\right) + E_{k_2}}{h}$$

Frecuencia Umbral (ν_0)

La **frecuencia umbral** (ν_0) se relaciona con el trabajo de extracción (Φ) mediante la siguiente ecuación: $\Phi = h \cdot \nu_0 \Rightarrow \nu_0 = \frac{\Phi}{h} \Rightarrow \nu_0 = \frac{\left(\frac{h \cdot c}{\lambda_1} - E_{k_1}\right)}{h}$

Sustitución de Valores y Cálculos Numéricos, si se hace uso del valor de h.

1. **Trabajo de Extracción (Φ)** $E_{\text{fotón}} = \frac{(6,63 \times 10^{-34}) \cdot (3 \times 10^{8})}{700 \times 10^{-9}}$ $E_{\text{fotón}} = 2,84 \times 10^{-19}\,\text{J}$

   Convertimos E_k de eV a julios: $E_{k_1} = 0,45 \times 1,6 \times 10^{-19}\,\text{J} = 7,2 \times 10^{-20}\,\text{J}$

Calculamos Φ: $\Phi = 2{,}84 \times 10^{-19}\,\mathrm{J} - 7{,}2 \times 10^{-20}\,\mathrm{J} = 2{,}12 \times 10^{-19}\,\mathrm{J}$

Convertimos Φ a eV: $\Phi = \dfrac{2{,}12 \times 10^{-19}}{1{,}6 \times 10^{-19}} = 1{,}33\,\mathrm{eV}$

2. Frecuencia en la segunda medida $E_{k_2} = 1{,}49 \times 1{,}6 \times 10^{-19}\,\mathrm{J} = 2{,}38 \times 10^{-19}\,\mathrm{J}$

$$E_{\text{fotón}} = \Phi + E_{k_2} = 2{,}12 \times 10^{-19}\,\mathrm{J} + 2{,}38 \times 10^{-19}\,\mathrm{J} = 4{,}50 \times 10^{-19}\,\mathrm{J}$$

Calculamos la frecuencia: $v = \dfrac{E_{\text{fotón}}}{h} = \dfrac{4{,}50 \times 10^{-19}}{6{,}63 \times 10^{-34}} = 6{,}79 \times 10^{14}\,\mathrm{Hz}$

3. Frecuencia Umbral $v_0 = \dfrac{\Phi}{h} = \dfrac{2{,}12 \times 10^{-19}}{6{,}63 \times 10^{-34}} = 3{,}20 \times 10^{14}\,\mathrm{Hz}$