

MATEMATIKAKO GRADUA

**2. MAILAKO IKASLEAREN GIDA
(46 TALDEA - EUSKARA)**

2026-27 IKASTURTEA

Edukien taula

1.- Matematikako Graduari buruzko informazioa.....	3
Aurkezpena.....	3
Titulazioaren gaitasunak	3
Graduko ikasketen egitura.....	3
Bigarren mailako irakasgaiak graduaren testuinguruan.....	4
Egin beharreko jarduera motak	4
Gradu Amaierako Lana (GrAL).....	4
Mugikortasuna	4
Kanpoko praktika akademikoak	4
Tutoretza akademikoak	5
Tutoretza Plana (TP).....	5
Matematika Saileko liburutegia	5
Koordinazioa.....	5
Bestelako informazio interesgarria	6
2.- Mailari buruzko informazio espezifikoa.....	6
Ikasleen banaketa irakaskuntza taldeetan	6
Egutegia, ordutegia eta azterketak	6
Irakasleak.....	6
Jarduerak bigarren mailako ikasleentzako	7
3.- Ikasturteko irakasgaien irakaskuntza gidak.....	7

Gida hau Matematikako Graduko Ikasketa Batzordeak (MATGIB) egin du

1.- Matematikako Graduari buruzko informazioa

Aurkezpena

Matematikako Graduak ikasketekin matematikako prestakuntza orokorra lortu nahi da, diziplina zientifiko gisa, eta laneko jarduerak egiteko prestakuntza eskuratzera eta hainbat eremutan hartutako trebetasunak aplikatzeko gaitasuna garatzera bideratuta dago. Eremu horiek zientifikoak izan daitezke (haien bi alderdiekin: irakaskuntza eta ikerketa), edo industria, enpresa eta administrazioko goi mailetan aplikatzeari lotutakoak.

Beraz, Matematikan Graduatu Tituluaren helburua hainbat eremutako arazoen formulazio matematikoa, analisia, ebazpena eta, kasu batzuetan, tratamendu informatikoa egitea da. Hauek izan daitezke eremu horietako batzuk: oinarritzko zientziak, gizarte eta bizitzako zientziak, ingeniariak, finantzak, aholkularitza, etab.

Titulazioaren gaitasunak

Matematikako Graduak honako hauetarako gaitzen du:

- T1. Matematika-arloen helburua, metodoak eta baliagarritasuna ezagutzea, eta haien oinarritzko kontzeptuak eta emaitzak zein diren jakitea.
- T2. Matematikaren hainbat arlotako teorema klasiko batzuen frogapen zehatzak ezagutzea.
- T3. Objektu matematikoen, behatutako errealitatearen eta beste eremu batzuen egitura-propietateen abstrakzioa egiten eta noizbehinkako propietate hutsetatik bereizten jakitea, eta testuinguru abstraktu horretan arrazoiketa matematikoa erabiltzen jakitea.
- T4. Matematikako problemak oinarritzko kalkuluko eta bestelako abilezien bidez ebaztea, eta ebazpena eskuragarri dauden tresnen eta denbora- eta baliabide-mugen arabera planifikatzea.
- T5. Eskuratutako ezagutzak eta analisirako eta abstrakziorako gaitasuna problemen definizio eta planteamenduan eta soluzioen bilaketan aplikatzea, testuinguru akademikoetan zein lanbide-testuinguruetan.
- T6. Tresna matematikoen erabilera eskatzen duten problema zientifiko, teknologiko edo beste eremu batzuetakoei buruzko datu, informazio edo emaitza garrantzitsuak bildu eta interpretatzea.
- T7. Esperimentatzeko eta kasu bakoitzerako konputazio-ingurune egokian problema matematikoak ebazteko aplikazio informatikoak erabiltzen jakitea.
- T8. Hizkuntza matematikoa ulertu eta erabiltzea, eta ezagutza, prozedura, emaitza eta ideia matematikoak idatziz zein ahoz komunikatzea.
- T9. Ondorengo ikasketak autonomia-maila handiarekin egiteko beharrezkoak diren ikaskuntza-trebetasunak garatzea.
- T10. Matematikan baliabide bibliografikoak bilatzeko tresnak erabiltzea.

Graduko ikasketen egitura

ECTS kredituak edo kreditu europarrak Ikasketa Planean jasotako helburuak lortzeko ikasle bakoitzak egin beharreko ikasketa lanaren bolumen edo zama osoa neurtzen du. ECTS kreditu bakoitza ikaslearen 25 ordu arteko lan zamari dagokio eta horietatik 10 aurrez-aurre egin beharrekoak dira (eskola magistralen, ikasgelako praktiken, ordenagailuko praktiken edo mintegien bidez) eta 15 ordu ikasleak irakasgaietan egin behar dituen lan eta jarduerari dagozkien. Matematikako Graduak 30 kredituko 8 lauhileko izango ditu. Horrela, gradua amaitzeko 240 ECTS bete behar dira.

Matematikako Gradua urte osoko edo lauhileko irakasgaietan oinarrituta antolatzen da. Denboraren banaketa 1. Taula laburbilduta dago:

1. taula: Matematikako Graduko Egitura

	Lehenengo lauhilekoa	Bigarren lauhilekoa
1. maila (60 ECTS oinarrizko irakasgaietan)	Algebra Lineala eta Geometria I (12 ECTS)	
	Fisika Orokorra (12 ECTS)	
	Kalkulu Diferentziala eta Integrala I (12 ECTS)	
	Konputaziorako Sarrera (6 ECTS)	Estatistika Deskribatzailea (6 ECTS)
	Oinarrizko Matematika (6 ECTS)	Programazioaren Oinarriak (6 ECTS)
2. maila (60 ECTS nahitaezko irakasgaietan)	Kalkulu Diferentziala eta Integrala II (15 ECTS)	
	Algebra Lineala eta Geometria II (6 ECTS)	Egitura Aljebraikoak (6 ECTS)
	Matematika Diskretua (6 ECTS)	Kurbak eta Gainazalak (9 ECTS)
	Topologia (6 ECTS)	Probabilitateen Kalkulua (6 ECTS)
	Zenbakizko Metodoak I (6 ECTS)	
3. maila	Nahitaezko 9 irakasgai: -Urte osoko irakasgai 1 (12 ECTS) -Lauhileko 8 irakasgai (6 ECTS)	
4. maila	Hautazko 8 irakasgai (6 ECTS) eta Gradu Amaierako Lana (12 ECTS). Bi espezialitate jaso ahal dira: "Matematika Hutsa" eta "Matematika Aplikatua, Estatistika eta Konputazioa"	

Informazio gehiago:

<https://www.ehu.eus/eu/web/zientzia-teknologia-fakultatea/grado-matematicas>

Bigarren mailako irakasgaiak graduaren testuinguruan

Bigarren mailatik aurrera, irakasgai guztiak Matematikako Gradurako espezifikoko dira. Horietako batzuek lehenengo mailako irakasgai jarraipen naturala ematen diete, eta gainerakoak matematikako beste adar batzuetakoak dira. Modu horretan, ikasleak espezialitate ezberdinak ikasten hasten dira, Matematika Hutsan nahiz Aplikatuan.

Egin beharreko jarduera motak

Ikasgelan ikasteko prozesua hainbat jardueraren bidez gauzatzen da: eskola magistralak, ikasgelako praktikak, ordenagailuko praktikak eta mintegiak, ikasleen parte-hartze aktiboaren mailaren arabera.

Ikasturtean zehar, ikasleak irakasgai guztietan hainbat jarduera garatu beharko ditu haren ikaste-prozesuaren barruan. Jarduera hauek irakasgaien gidetan modu orokorrean azaltzen dira, eta irakasgai bakoitzari dagokion irakaskuntza-taldeak jarduera horien inguruko informazio zehatzagoa emango du irakasgaia garatzeko orduan.

Gradu Amaierako Lana (GrAL)

Gradu Amaierako Lana (GrAL) ikasle bakoitzak zuzendari baten edo gehiagoren gidaritzapean banaka egin behar duen proiektu, memoria edo azterlana da. Lan horretan txertatu eta garatu beharko dira, hain zuzen, graduiko ikaskuntza-prozesuan zehar jasotako prestakuntza-edukiak, gaitasunak eta trebetasunak.

GrALari buruzko informazio gehiago:

<https://www.ehu.eus/eu/web/zientzia-teknologia-fakultatea/trabajos-fin-grado>

Mugikortasuna

Fakultateak parte hartzen duen mugikortasun programen bidez, ikasleek aukera izango dute lauhileko edo ikasturte oso bat beste honako esteka honetan ikus daitezke:

<https://www.ehu.eus/eu/web/zientzia-teknologia-fakultatea/programas-intercambio-alumnado>

Kanpoko praktika akademikoak

Kanpoko erakundeetan praktikak egiteak aukerak zabaltzen dizkie ikasleei lan-munduan sartzeko, eta ezagutza eta gaitasun praktikoak bereganatzeaz ez ezik, lan-eskarmentua ere eskuratzen dute. Matematikako Graduan kanpoko praktika akademikoak egin daitezke, curriculumetik kanpokoak; hau da, hautazkoak dira. Horiek egiteko, 120 ECTS gainditu behar dira. Informazio gehiago:

<https://www.ehu.eus/eu/web/zientzia-teknologia-fakultatea/insercion-laboral>

Tutoretza akademikoak

Tutoretza akademikoa, funtsean, ikasleei aholkularitza eta orientazio akademikoa ematean datza, irakasle baten bidez. Aholkularitza honi esker ikasleak laguntza jasoko du ikasten dituen irakasgaietan. Lauhileko bakoitzaren hasieran irakasle bakoitzak bere tutoretza-ordutegien berri emango du.

Tutoretza Plana (TP)

Tutoretza Planaren (TP) bidez ikasleei irakasle tutore bat edukitzeko aukera eskaintzen zaie eta, horrela, unibertsitateko bizitzaren alderdi guztietan integratzea errazagoa izango dute. Horrez gain, irakasle tutore bakoitzak ibilbide akademiko osoan zehar orientatuko ditu bere ikasleak.

Irakasle tutoreen xedeak honako hauek dira:

- o Prestakuntza integraleko prozesuan ikasleei laguntzea, ikuspegi akademikoan, pertsonalean eta profesionalean.
- o Ikasleei Fakultatearen jardura akademikoan integratzen laguntzea.
- o Ikasleei unibertsitatean eskuragarri dituzten zerbitzu eta jardueren berri ematea.
- o Ikasketa aldian ager daitezkeen zailtasunak identifikatzea eta ikasteko gaitasunen eta estrategien garapena erraztea.
- o Erabakiak hartzen laguntzea, bereziki curriculum ibilbidea aukeratu behar duenean.
- o Ikasleen garapen akademikorako eta profesionalerako interesgarria izan daitekeen informazioa ematea.

Lehenengo mailaren hasieran, irakasle tutore bana esleitzen zaie Matematikako Graduako ikasleei. Esleipen hori indarrean egongo da gradua lortu arte.

Matematika Saileko liburutegia

Matematika Sailak dibulgazio matematikako eta logikako problemei buruzko liburu bilduma du interesdunen eskura.

<https://www.ehu.eus/eu/web/departamento-matematicas/biblioteca>

web orrian eskuragarri dauden liburuen zerrenda dago eta horiek maileguan hartzeko eskaera egiteko modua azaltzen da.

Koordinazioa

Gradu Ikasketen Batzordea (GIB) Graduako koordinazioaz arduratzen da, hau da, graduaren curriculumaren garapenaz, jarraipenaz, errebisioaz eta hobekuntzaz arduratzen dira. Gida hau idazterakoan, honako hauek osatzen dute Matematikako Graduako GIB:

Mota	Koordinatzailea	Kontaktua
Gradua TP	Ana María Valle Martín Matematika Saila	anamaria.valle@ehu.eus 946015467 E.P0.19
1. maila	Osane Oruetxebarria Fdez. de la Peña Matematika Saila	osane.oruetxebarria@ehu.eus 946015476 E.P1.11
2. maila	Leticia Hernando Rodríguez Matematika Saila	leticia.hernando@ehu.eus 946015459 E.P1.17
3. maila	Javier Canto Llorente Matematika Saila	javier.canto@ehu.eus 946015474 E.S1.18
4. maila GrAL	Miren Agurtzane Amparan Larrabaster Matematika Saila	agurtzane.amparan@ehu.eus 946015466 E.S1.4

Matematikako Graduako GIBari buruzko informazio gaurkotua honako esteka honetan kontsultatu daiteke: <https://www.ehu.eus/eu/web/zientzia-teknologia-fakultatea/comisiones-grado#GraduIkasketenBatzor8>.

Gainera, graduako irakasgai bakoitzerako koordinatzaile bat izendatu da, zeina irakasgai hura ematen duen irakasle-taldea koordinatzeaz arduratuko baita. Matematikako Graduako irakasgaietako koordinatzaileak honako esteka honetan kontsultatu daitezke:

<https://www.ehu.eus/eu/web/zientzia-teknologia-fakultatea/coordinacion-asignaturas-mat>

Bestelako informazio interesgarria

Graduko irakasgaietan, irakasleek ikasgela birtuala erabiltzen dute irakaskuntza presentzialaren osagarri gisa. Ikasgela horiek eGelan daude (<https://egela.ehu.eus>). EGelan sartzeko LDAP erabiltzaile-izena eta pasahitza behar dira, ikasle bakoitzari esleitzen zaiona ikasle berriko matrikula egitean. LDAP erabiltzaile-izena eta pasahitza ere GAUREn sartzeko erabiltzen da, zeina administrazio tramiteak eta ikasleen bizitza akademikoari lotutako datuak kontsultatzeko erabiltzen den erreminta informatikoa baita.

Matematikako Graduan matrikulatutako ikasle bakoitzak posta elektronikoko korporatibo propioa dauka; kasu honetan ere, ikasle berriko matrikula egitean helbidea eta pasahitza esleitzen zaio ikasle bakoitzari. Helbide honetara iristen dira irakasleek, eGelak, dekanotza taldeak eta unibertsitateko bestelako estamentuek bidalitako mezuak. Helbide honetara iristen diren mezuak posta elektronikoko pertsonalera birbideratu daitezke. Informazio gehiago honako esteka honetan https://www.ehu.eus/eu/web/zientzia-teknologia-fakultatea/bbc_alumnado

Partekatutako fitxategi gordailu-zerbitzua ere badago
<https://www.ehu.eus/eu/group/ikt-tic/bildu>

Posta korporatiboaren erabilerari edo UPV/EHUko zerbitzu informatikoei lotutako edozein zalantza edo arazo izanez gero, gomendagarria da EAZrekin (Erabiltzailearentzako Arreta Zerbitzua) kontaktatzea <https://lagun.ehu.eus> web orriaren bidez, LDAP erabiltzaile-izena eta pasahitza erabiliz. EAZri buruzko informazio gehiago <https://www.ehu.eus/eu/web/ikt-tic/eaz-cau> estekan aurkitu daiteke.

Zientzia eta Teknologia Fakultateko Ikaslearentzako Arreta Zerbitzuak (ZTFIAZ) aholku ematen die ikasleei, eta enpresetako praktiketan zein akademia-elkartruke programetan parte hartzeko beharrezko izapidetz ere arduratzen da. Fakultateko Idazkaritzan kokatuta dago. ZTFIAZri buruzko informazio gehiago <https://www.ehu.eus/eu/web/zientzia-teknologia-fakultatea/atencion-estudiantes> estekan aurkitu daiteke.

Matematikako Graduari buruzko informazio gehiago:

<https://www.ehu.eus/eu/web/zientzia-teknologia-fakultatea/grado-matematicas>

Fakultateko web orria:

<https://www.ehu.eus/eu/web/zientzia-teknologia-fakultatea>

2.- Mailari buruzko informazio espezifiko

Bigarren mailan, ikasleek, "Egitura Aljebraikoak", "Matematika Diskretua", "Probabilitateen Kalkulua" eta "Zenbakizko Metodoak I" irakasgaiak ingelesez edo euskaraz ikasi ahal dituzte. Irakasgai hauek ingelesez eta euskaraz ordutegi berdina dute talde bikoizketako kasu partikularretan izan ezik. Gomendatzen da ingeleseko B2 maila izatea gutxienez irakasgai hauek ingelesez egin nahi izanez gero, irakasgaia ondo jarraitu eta ulertu ahal izateko.

Ikasleen banaketa irakaskuntza taldeetan

Irakasgai batean talde bat baino gehiago dagoen kasuetan, ikasleei bere taldea zein den jakinaraziko zaie lauhileko bakoitzeko lehen asteetan zehar.

Egutegia, ordutegia eta azterketak

Ikastegiko eskola-egutegia webgune honetan kontsultatu daiteke: <https://www.ehu.eus/eu/web/zientzia-teknologia-fakultatea/calendario>

Ordutegi ofiziala, jarduera bakoitza emango den ikasgelen inguruko informazioa eta azterketen egutegi ofiziala Fakultateko web-orrian argitaratu eta eguneratuko dira. Honako esteka honetan kontsultatu daitezke: <https://www.ehu.eus/eu/web/zientzia-teknologia-fakultatea/egutegia-ordutegiak>

Horrez gain, aurreko estekan graduko ikasgaietarako izendatutako 5. eta 6. deialdiko tribunalak kontsultatu daitezke.

Irakasleak

Talde honetako irakasgaietako mota desberdinak (teoria, mintegiak, ...) ematen dituzten irakasleen informazioa (harremanetarako datuak, tutoretza-orduak) ondoko estekan aurki daiteke: <https://www.ehu.eus/eu/web/graduak/matematikako-gradua/irakasleak>

Irakasle batek aurreko estekan duen informazioa eskuratzeko, nahikoa da haren izenean klik egitea.

Jarduerak bigarren mailako ikasleentzat

Matematikako graduako bigarren mailako ikasleek bilaketa bibliografikoak egiteko tresnen inguruko formakuntza ikastaro bat jasoko dute UPV/EHUko Liburutegi Nagusian.

3.- Ikasturteko irakasgaien irakaskuntza gidak

Gidak ordena alfabetikoaren arabera ordenatuta daude. Gida bakoitza irakasgaia emango den hizkuntzan agertzen da.

COURSE GUIDE

2026/27

Faculty 310 - Faculty of Science and Technology**Cycle** .**Degree** GMATEM31 - Bachelor's Degree in Mathematics**Year** Second year**COURSE**

26684 - Algebraic Structures

Credits, ECTS: 6**COURSE DESCRIPTION**

This course is an introduction to the main algebraic structures (groups, rings and fields) that, together with vector spaces (studied in the courses Linear Algebra I and II in the first and second year of the degree, respectively) are the foundations of Algebra, that will be studied more deeply in future courses (Commutative Algebra, Algebraic Equations, Groups and Representations, etc.).

COMPETENCIES/LEARNING RESULTS FOR THE SUBJECT**SPECIFIC COMPETENCES**

M01CM01 Understand what an abstract group is from known examples of groups in other courses: groups of numbers, residue classes, matrices, etc.

M01CM02 Know the basic concepts in group theory (subgroups, normal subgroups, factor groups, homomorphisms,...).

M01CM03 Know how to operate with elements in some important groups (cyclic groups, direct products, permutation groups,...) and their main properties.

M01CM04 Understand the basic concepts in the theory of rings and fields (subrings, ideals, quotients, homomorphisms, field characteristic, field of fractions,...).

M01CM05 Understand the properties of divisibility of univariate polynomials and, in particular, the use of the main irreducibility criteria.

LEARNING RESULTS

To know the basic concepts of group theory (subgroups, normal subgroups, quotients, homomorphisms ...) and the properties of the most important groups (cyclic, direct products, dihedral, symmetric, ...).

To know the basic concepts of the theory of rings and fields and, in particular, of the rings of polynomials in one and several indeterminates.

Theoretical and Practical Contents

1. GROUPS. FUNDAMENTALS: Concept of group. Examples (groups of numbers, $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ and its units, groups of matrices, groups of symmetries,...). Subgroups. Subgroup generated by a set. Cosets and index of a subgroup. Lagrange's Theorem. Products of subgroups. The order of an element. Cyclic groups.
2. NORMAL SUBGROUPS AND GROUP QUOTIENTS: Conjugacy and its properties. Normal subgroups. Construction of group quotients. Subgroups of a group quotient.
3. GROUP HOMOMORPHISMS: Group homomorphisms. The kernel and the image of a group homomorphism. Isomorphic groups. The Isomorphism Theorems.
4. CYCLIC AND ABELIAN GROUPS: The subgroups of a cyclic group. Direct products. Classification of the abelian finite groups. Classification of some groups of small order.
5. THE SYMMETRIC GROUP: Permutations, decomposition in disjoint cycles. Signature. The symmetric and alternating groups. Conjugacy in the symmetric group. Cayley's Theorem. Simplicity of the alternating groups.
6. RINGS AND FIELDS: Rings and fields, first properties. Characteristic and prime field. Integral domains. The field of fractions of an integral domain. Subrings, ideals and ring homomorphisms. Maximal ideals and fields. The Chinese Remainder Theorem.
7. UNIVARIATE POLYNOMIALS: Factorization of univariate polynomials. Irreducibility criteria. Quotients of polynomial rings. Finite fields.

TEACHING METHODS

Masterclasses, seminars and problem sessions. Students must participate actively in class solving the proposed problems.

TYPES OF TEACHING

Types of teaching	M	S	GA	GL	GO	GCL	TA	TI	GCA
Hours of face-to-face teaching	36	6	18						
Horas de Actividad No Presencial del Alumno/a	54	9	27						

Legend: M: Lecture-based S: Seminar GA: Applied classroom-based groups
GL: Applied laboratory-based groups GO: Applied computer-based groups GCL: Applied clinical-based groups
TA: Workshop TI: Industrial workshop GCA: Applied fieldwork groups

Evaluation methods

- End-of-course evaluation

Evaluation tools and percentages of final mark

- Ver Orientaciones. 100%

ORDINARY EXAMINATION PERIOD: GUIDELINES AND OPTING OUT

The exams and assessment activities for this course will be conducted in accordance with the principles of academic integrity, honesty, and ethical conduct established in EHU regulations. Upon enrolling at EHU, students signed the Declaration of Commitment to Ethical Behavior and Academic Integrity pledging not to engage in plagiarism, academic fraud, or use unauthorized materials or devices, including artificial intelligence tools when not expressly permitted, in exams and academic assignments. Failure to comply with these obligations may result in the academic and disciplinary consequences provided for in current university regulations.

Final written exam: 80%-100%

Homework and/or individual tests and/or group tests: 0-20%

EXTRAORDINARY EXAMINATION PERIOD: GUIDELINES AND OPTING OUT

The exams and assessment activities for this course will be conducted in accordance with the principles of academic integrity, honesty, and ethical conduct established in EHU regulations. Upon enrolling at EHU, students signed the Declaration of Commitment to Ethical Behavior and Academic Integrity pledging not to engage in plagiarism, academic fraud, or use unauthorized materials or devices, including artificial intelligence tools when not expressly permitted, in exams and academic assignments. Failure to comply with these obligations may result in the academic and disciplinary consequences provided for in current university regulations.

- 100% final written exam.

MANDATORY MATERIALS

None.

BIBLIOGRAPHY

Basic bibliography

J.D. DIXON, Problems in Group Theory. Dover, 1973.
S. LANG, Undergraduate Algebra, 2nd ed. Springer, New York, 2001.
G. NAVARRO, Un curso de álgebra. Universidad de Valencia, 2002.
A. VERA; F. VERA, Introducción al Álgebra, I. Ellacuría, Bilbao, 1984.
A. VERA; F. VERA, Aljebra arako Sarrera, I. Ellacuría, 1991.
A. VERA; J. VERA, Problemas de Álgebra, I: Teorías de Grupos y de Cuerpos. AVL, 1995.

Detailed bibliography

J. F. HUMPHREYS, A Course in Group Theory. Oxford University Press, 1996.
I. M. ISAACS, Algebra. A Graduate Course. Brooks/Cole Publishing Company, Pacific Grove, California, 1994.
H. KURZWEIL; B. Stellmacher, The Theory of Finite Groups. An Introduction. Universitext, Springer, New York, 2004.
J.S. ROSE, A course on Group Theory. Cambridge University Press, 1978.

Journals

This is an introductory course, so no periodic publication is recommended.

Web sites of interest

<http://mathworld.wolfram.com/topics/GroupTheory.html>
http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/HistTopics/Development_group_theory.html
<http://www.springerlink.com/content/u503q3/>

OBSERVATIONS

Ikastegia 310 - Zientzia eta Teknologia Fakultatea

Zikl. Zehaztu gabea

Plana GMATEM31 - Matematikako Gradua

Ikastaroa 2. maila

IRAKASGAIA

26666 - Aljebra Lineala eta Geometria II

ECTS kredituak: 6

IRAKASGAIAREN AZALPENA ETA TESTUINGURUA ZEHAZTEA

Irakasgai hau modulu berean dagoen Aljebra Lineala eta Geometria I irakasgaiaren jarraipena da eta helburu bera du: Aljebra linealaren eta Geometria afin eta euklideararen oinarritzko kontzeptuak ezagutzea eta horiek erabiltzea problema linealak matrizeen bidez ebazteko eta plano eta espazioko problema geometrikoak ebazteko. Lehenengo mailako irakasgaiaren ikusitako zenbait ataletan gehiago sakonduko dugu (forma kanonikoak, geometria afin eta euklidearra eta konika eta koadriak) eta beste zenbait eraikuntza aljebraiko eta geometria berri ere ikusiko ditugu. Bi irakasgai hauetan landutako edukiak graduko beste hainbat irakasgaietan ere erabiliko dira.

GAITASUNAK / IRAKASGAIA IKASTEAREN EMAITZAK**GAITASUN ESPEZIFIKOAK**

M16CM03 - Espazio bektorialaren eta horri lotutako oinarritzko kontzeptu abstraktoak ulertzea (azpiespazio eta zatidura espazioak, oinarriak, sistema sortzaileak, aplikazio afinak).

M16CM04 - Matrizeak diagonalizatzen ikastea eta matrize baten Jordan-en forma kanonikoa lortzeko gai izatea.

M16CM05 - Espazio euklidearrean bektore multzo bat ortogonalizatzen jakitea.

M16CM06 - Forma koadratikoak diagonalizatzen jakitea.

M16CM07 - Puntu, bektore, distantzia eta angeluekin eragiketak egitea espazio afin eta euklidearrean.

M16CM08 - Erreferentzia sistemak, azpiespazioak eta transformazio afinak modu egokian erabiltzea.

M16CM09 - Ebatzi, modu egokian, plano eta espazioko problema geometrikoak.

M16CM10 - Plano eta espazioko isometriak sailkatzea horien mota eta berezko elementuak zehaztuz.

M16CM11 - Geometria afin, euklidear eta proiektiboaren oinarriak ulertzea.

M16CM12 - Homografia mota nagusiak ezagutzea.

M16CM13 - Konika eta koadriak sailkatzen jakitea eta horien elementu nagusiak kalkulatzeko gai izatea.

IRAKASGAIA IKASTEAREN EMAITZAK

- Matrize baten diagonalizatzen jakitea eta bere Jordanen forma kalkulatzeko jakitea.
- Espazio euklidear bateko bektore sistema ortogonalizatzen jakitea.
- Forma koadratiko bat diagonalizatzen jakitea.
- Espazio afin eta euklidearrean puntu, bektore, distantzia eta angeluekin eragiketak egiten jakitea.
- Erreferentzia sistemak, azpiespazioak eta transformazio afinak modu egokian erabiltzea.
- Planoko eta espazioko isometriak sailkatzea bere mota eta elementu nagusiak zehaztuz.
- Homografia mota nagusiak ezagutzea.
- Konika eta koadriak sailkatzen jakitea eta horien elementu nagusiak kalkulatzeko gai izatea.
- Planoko eta espazioko problema geometrikoak modu egokian ebazteko gai izatea.
- Geometria bakoitzari dagozkion kalkulu-metodoak erabiltzen jakitea.

EDUKI TEORIKO-PRAKTIKOAK

1. ZATIDURA ESPAZIO BEKTORIALAK: Zatidura espazio bektorialak. Oinarriak eta dimentsioa. Isomorfiari buruzko teorema espazio bektorialetarako.
2. TRIANGULARIZAZIOA ETA JORDAN-EN FORMA KANONIKOA: Endomorfismo eta matrize triangulagarriak. Oinarritzko azpiespazio orokortuak. Jordan-en forma kanonikoaren lorbidea. Cayley-Hamilton-en teorema. Polinomio minimoa.
3. ESPAZIO DUALA: Espazio duala. Oinarri dualak. Aplikazio duala. Ortogonalitasuna.
4. ESPAZIO AFIN EUKLIDEARRAK: Espazio euklidearrak: ortogonalitasuna eta dualtasuna. Espazio afinak. Azpiespazio afinak. Erreferentzia sistema afinak. Koordenatu barizentrikoak. Konbexutasuna. Aplikazio afinak. Espazio afin euklidearrak. Azpiespazio afin ortogonalak. Isometrien sailkapena.
5. ESPAZIO PROIEKTIBOAK: Espazio proiektiboak. Koordenatu homogeneoak. Azpiespazio proiektiboak. Espazio proiektibo duala. Homografiak. Puntu eta hiperplano bikoitzak. Oinarritzko homografia-motak.
6. KONIKAK ETA KOADRIKAK: Konika eta koadriken sailkapen afina, proiektiboa eta metrikoa. Sortak.

METODOLOGIA

Eduki teorikoa eskola magistralen bidez azalduko da, horretarako bibliografian eta nahitaezko materialean ageri diren oinarritzko erreferentziak erabiliko direlarik. Eskola magistral horien osagarri gisa ariketa-eskolak erabiliko dira. Horietan, eskola teorikoetan landutako edukien alde praktikoa jorratuko da. Azkenik, mintegietan irakasgai honetako zenbait adibide edota ariketa adierazgarri izango dira eztabaidagai. Mintegian zehar izango den hausnarketa eta eztabaida aberatsagoa izan dadin, ariketa horiek ikasleei aldeztu aurretik proposatuko zaizkie mintegiaren egunerako landuta ekartzeko.

IRAKASKUNTZA MOTAK

Eskola mota	M	S	GA	GL	GO	GCL	TA	TI	GCA
Ikasgelako eskola-orduak	36	6	18						
Horas de Actividad No Presencial del Alumno/a	54	9	27						

Legenda: M: Magistrala

S: Mintegia

GA: Gelako p.

GL: Laborategiko p.

GO: Ordenagailuko p.

GCL: P. klinikoak

TA: Tailerra

TI: Tailer Ind.

GCA: Landa p.

EBALUAZIO-SISTEMAK

- Ebaluazio jarraituaren sistema
- Azken ebaluazioaren sistema

KALIFIKAZIOKO TRESNAK ETA EHUNEKOAK

- Ikusi ORIENTAZIOAK % 100

OHIKO DEIALDIA: ORIENTAZIOAK ETA UKO EGITEA

Irakasgai hau ebaluatzeko proba eta jardueren ardatz izango dira UPV/EHuren araudian xedatzen diren printzipioak: zuzentasun akademikoa, zintzotasuna eta jarrera etikoa. Ikasleak onartzen eta gogoratzen du unibertsitatean matrikula egin zuenean Zintzotasunez eta portaera etikoz jokatzeko konpromiso adierazpena izenpetu zuela eta, haren bidez, hitzeman zuela plagiorik edo bestelako iruzur akademikorik ez zuela egingo, ezta ebaluazio probetan eta lanetan baimenduta ez dagoen objektu eta gailu teknologikorik erabiliko ere -adimen artifizialeko tresnak barne, halakorik berariaz baimenduta ez dagoenean-. Betebehar horiek urratzeak ondorio akademiko eta diziplinazkoak izan ditzake, unibertsitatean indarrean dagoen araudian xedatutakoaren arabera.

EBALUAZIO JARRAITUA:

Bukaerako idatzizko azterketa: %80-%100

Banakako edo/eta taldekako lanak edo/eta frogak: 0-%20

Ikasleren batek ebaluazio jarraituari uko egiten badio, ohiko deialdiko azken azterketa idatziak %100 balioko du.

EZOHIKO DEIALDIA: ORIENTAZIOAK ETA UKO EGITEA

Ezohiko deialdiko azken azterketa idatziak kalifikazioaren %100a balioko du.

NAHITAEZ ERABILI BEHARREKO MATERIALAK

BIBLIOGRAFÍA

Oinarrizko bibliografia

M. CASTELLET e I. LLERENA, Álgebra Lineal y Geometría, Reverté, 2000.

I.M. GUELFAND, Lecciones de Álgebra Lineal, Servicio Editorial de la Universidad del País Vasco, 1986.

E. HERNÁNDEZ, Álgebra y Geometría, Addison Wesley, 1999.

J. IKRAMOV, Problemas de Álgebra Lineal, Mir, 1990.

I.V. PROSKURIAKOV, Problemas de Álgebra Lineal, Mir, 1986.

Gehiago sakontzeko bibliografia

W. H. GREUB, Linear Algebra, Springer-Verlag, 1981.

S. LANG, Linear Algebra 3rd. ed., Springer-Verlag, 1987.

R. H. WASSERMAN. Tensors & Manifolds, Oxford University Press, 1992.

Aldizkariak

Interneteko helbide interesgarriak

OHARRAK

COURSE GUIDE

2026/27

Faculty 310 - Faculty of Science and Technology**Cycle** .**Degree** GMATEM31 - Bachelor's Degree in Mathematics**Year** Second year**COURSE**

26011 - Discrete Mathematics

Credits, ECTS: 6**COURSE DESCRIPTION**

The objective of this course is to learn the basic elements of mathematics and how to use the mathematical language as well as the techniques for proving and solving problems. This course goes deeply into combinatorial aspects started in the first year course Matemáticas Básicas and is a basis for the second year course Cálculo de Probabilidades. Some of the concepts introduced, such as recurrences and graphs, are used later in the third and fourth year courses Métodos Numéricos II and Programación Matemática.

COMPETENCIES/LEARNING RESULTS FOR THE SUBJECT**COMPETENCES**

M06CM01 - To be familiarized with the main types of mathematical proof and with the techniques of solving problems (observation-conjecture-proof).

M06CM06 - To know how to solve combinatorial problems using basic techniques, generating functions and recurrence relations.

M06CM07 - To be familiarized with combinatorial identities and the main families of numbers with combinatorial meaning.

M06CM08 - To know the concepts, techniques and basic results of the graph theory and to be familiarized with some of its multiple applications.

LEARNING RESULTS

To know how to solve combinatorial problems with a certain degree of complexity.

To be familiarized with families of numbers that are present in many areas of Mathematics.

To use skillfully combinatorial expressions and identities, inequalities, recurrence relations and generating functions.

To be familiarized with graphs, their main properties, and some of their multiple applications.

Theoretical and Practical Contents

1. BASIC COMBINATORICS: Basic resources in the combinatorial reasoning. The principle of inclusion and exclusion. The pigeonhole principle.

2. COMBINATORIAL IDENTITIES: Binomial and multinomial coefficients. Binomial and multinomial formulae. Related identities.

3. GENERATING FUNCTIONS AND RECURRENCE RELATIONS: Generating function of a sequence of numbers. Applications to combinatorial problems. Recurrence relations and combinatorial problems. Recurrence relations and generating functions. Obtaining the general term.

4. MAIN FAMILIES OF NUMBERS: Numbers of Fibonacci. Numbers of Catalan. Numbers of Bell. Numbers of Stirling. Partitions of natural numbers.

5. GRAPHS: Basic concepts. Paths. Trees. Planar graphs. Coloring.

TEACHING METHODS

In the M classes the theoretical contents will be developed.

In the S classes the students will work and present problems and tasks.

In the GA classes exercises will be solved.

TYPES OF TEACHING

Types of teaching	M	S	GA	GL	GO	GCL	TA	TI	GCA
Hours of face-to-face teaching	36	6	18						
Horas de Actividad No Presencial del Alumno/a	54	9	27						

Legend: M: Lecture-based

S: Seminar

GA: Applied classroom-based groups

GL: Applied laboratory-based groups

GO: Applied computer-based groups

GCL: Applied clinical-based groups

TA: Workshop

TI: Industrial workshop

GCA: Applied fieldwork groups

Evaluation methods

- Continuous evaluation
- End-of-course evaluation

Evaluation tools and percentages of final mark

- See GUIDELINES 100%

ORDINARY EXAMINATION PERIOD: GUIDELINES AND OPTING OUT

The exams and assessment activities for this course will be conducted in accordance with the principles of academic integrity, honesty, and ethical conduct established in EHU regulations. Upon enrolling at EHU, students signed the

Declaration of Commitment to Ethical Behavior and Academic Integrity pledging not to engage in plagiarism, academic fraud, or use unauthorized materials or devices -including artificial intelligence tools when not expressly permitted- in exams and academic assignments. Failure to comply with these obligations may result in the academic and disciplinary consequences provided for in current university regulations.

GUIDELINES

Final exam (70%), partial test (15%), and preparing and presenting tasks (15%).

The minimum grade required to pass is 5 points (over 10) provided that at least 4,5 points (over 10) are gotten in the final exam (compulsory).

WITHDRAWAL OF CONTINUOUS ASSESSMENT SYSTEM

The student must give written notice of withdrawal of continuous assessment system in a period of 9 weeks since the beginning of the course. In this case, the final grade will be the grade of the exam (100%) and at least 5 points (over 10) are required to pass.

DECLINING TO SIT

A student who does not take the final exam will obtain <<no presentado>>.

EXTRAORDINARY EXAMINATION PERIOD: GUIDELINES AND OPTING OUT

GUIDELINES

In the case of continuous assessment:

The grade obtained in the exercises and tasks will be kept, when advantageous to the student. Grades will never be kept from one year to another. The minimum grade required to pass is 5 points (over 10) provided that at least 4,5 points (over 10) are gotten in the final exam (compulsory).

In the case of end-of-course assessment:

The final grade will be the grade of the exam (100%) and at least 5 points (over 10) are required to pass.

DECLINING TO SIT

A student who does not take the final exam will obtain <<no presentado>>.

MANDATORY MATERIALS

The recommended materials will be available at the virtual platform.

BIBLIOGRAPHY

Basic bibliography

D.I.A. COHEN, Basic Techniques of Combinatorial Theory, Wiley, New York, 1978.

J.M. HARRIS, J.L. HIRST, M.J. MOSSINGHOFF, Combinatorics and Graph Theory, Springer, New York, 2008.

N. HARTSFIELD, G. RINGEL, Pearls in Graph Theory, Dover, New York, 1994.

R.L. GRAHAM, D.E. KNUTH, O. PATASHNIK, Concrete Mathematics, Addison-Wesley, Reading, Mass., 1994.

Detailed bibliography

V.K. BALAKRISHNAN, Combinatorics, Schaum's Outline Series, McGraw-Hill, 1995.

R.C. BOSE, B. MANVEL. Introduction to Combinatorial Theory, Wiley, New York, 1984.

F. GARCIA MERAYO, Matemática Discreta, Paraninfo, Madrid, 2001.

J. HEBER NIETO SAID, Teoría Combinatoria. La Universidad del Zulia, 1996. <http://www.jhnieto.org/tc.pdf>

D.A. MARCUS, Combinatorics: A Problem Oriented Approach, The Mathematical Association of America, 1998.

R. J. TRUDEAU, Introduction to Graph Theory, Dover Publications, Inc, Nueva York, 1993.

N. Ya. VILENKIN, Combinatorics, Academic Press, New York, 1971.

H.S. WILF, Generatingfunctionology, Academic Press, Boston, 1990. <http://www.math.upenn.edu/~wilf/gfology2.pdf>

Journals

The Electronic Journal of Combinatorics <http://www.combinatorics.org/>

The Fibonacci Quarterly <http://www.fq.math.ca/>

Web sites of interest

Combinatorics <http://mathworld.wolfram.com/topics/Combinatorics.html>

Pascal triangle http://en.wikipedia.org/wiki/Pascal%27s_triangle

Pigeon principle http://www.cut-the-knot.org/do_you_know/pigeon.shtml

Fibonacci numbers <http://www.maths.surrey.ac.uk/hosted-sites/R.Knott/Fibonacci/>

Catalan numbers <http://mathforum.org/advanced/robertd/catalan.html>

Stirling Number of the First Kind <http://mathworld.wolfram.com/StirlingNumberoftheFirstKind.html>

Stirling Number of the Second Kind <http://mathworld.wolfram.com/StirlingNumberoftheSecondKind.html>

The Encyclopedia of Integer Sequences <http://oeis.org/>

Graphs http://en.wikipedia.org/wiki/Graph_theory

OBSERVATIONS

Ikastegia 310 - Zientzia eta Teknologia Fakultatea

Zikl. Zehaztu gabea

Plana GMATEM31 - Matematikako Gradua

Ikastaroa 2. maila

IRAKASGAIA

26684 - Egitura Aljebraikoak

ECTS kredituak: 6

IRAKASGAIAREN AZALPENA ETA TESTUINGURUA ZEHAZTEA

Funtsezkoak diren (taldeak, eraztunak eta gorputzak) egitura aljebraikoei dagokien sarrerako irakasgaia da hau. Aipatutako egitura aljebraiko horiek, lehenengo eta bigarren mailan ikasitako espazio bektorialen egiturekin batera (Algebra I eta Algebra II irakasgaietan ikasitakoak, hurrenez hurren), Aljebra oinarriak eta fundamentuak osatzen dituzte. Aljebra oinarri horiek, hurrengoko urteetan eskainiko diren, Aljebra Trukakorra, Ekuazio Aljebraikoak, Taldeak eta Adierazpenak, etabar irakasgaietan sakonduko dira ere.

GAITASUNAK / IRAKASGAIA IKASTEAREN EMAITZAK**GAITASUN ESPEZIFIKOAK**

M01CM01 Taldearen kontzeptua ulertzea, beste irakasgai batzuetan ikusitako adibideetan oinarrituz: zenbaki-taldeak, hondar-klaseen taldeak, matrize-taldeak, etabar.

M01CM02 Talde-teoriaren oinarrizko kontzeptuak (azpitaldeak, azpitalde normalak, zatidura-taldeak, homomorfismoak,...) ezagutzea.

M01CM03 Talde-mota garrantzitsu batzuetan (talde ziklikoak, biderkadura zuzenak, talde simetrikoak,...) lan egiten jakitea eta haien propietate nagusiak ezagutzea.

M01CM04 Eraztun-teoriaren eta gorputz-teoriaren oinarrizko kontzeptuak (azpierzak, idealak, zatidura-eraztunak, homomorfismoak, karakteristika, zatikien gorputzak,...) ezagutzea.

M01CM05 Indeterminatu bateko polinomioen zatigarritasun-propietateak ezagutzea eta, bereziki, irreduzibilitaterako irizpide nagusiak aplikatzen jakitea.

IRAKASGAIA IKASTEAREN EMAITZAK

Talde teoriaren oinarrizko kontzeptuak (azpitaldeak, azpitalde normalak, zatidurak, homomorfismoak ...), eta talde garrantzitsuen (talde ziklikoen, biderkadura zuzenen, talde diedrikoen, talde simetrikoen,...) propietateak ezagutzea.

Eraztunen eta gorputzen teoriaren oinarrizko kontzeptuak ezagutzea, eta bereziki, ezezagun bateko edo gehiagoko polinomioen eraztunen oinarrizko kontzeptuak ezagutzea.

EDUKI TEORIKO-PRAKTIKOAK

1. TALDEAK. OROKORTASUNAK: Taldearen kontzeptua. Adibideak (zenbaki-taldeak, $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ eta haren unitateak, matrize-taldeak, simetria-taldeak,...). Azpitaldeak. Azpimultzo batek sortutako azpitaldea. Koklaseak eta azpitalde baten indizea. Lagrangeren teorema. Azpitaldeen biderkadura. Elementu baten ordena. Talde ziklikoak.
2. AZPITALDE NORMALAK ETA ZATIDURA-TALDEAK: Konjugazioa eta haren propietateak. Azpitalde normalak. Zatidura-taldearen eraikuntza. Zatidura-taldearen azpitaldeak.
3. TALDE-HOMOMORFISMOAK: Talde-homomorfismoak. Homomorfismo baten nukleoa eta irudia. Talde isomorfoak. Isomorfia-teorema.
4. TALDE ZIKLIKOAK ETA ABELDARRAK: Talde ziklikoen azpitaldeak. Biderkadura zuzenak. Talde abeldar finituen sailkapena. Ordena txikiko talde batzuen sailkapena.
5. TALDE SIMETRIKOA: Permutazioak, ziklo disjuntuetako deskonposizioa. Signatura. Talde simetrikoa eta talde alternatua. Konjugazioa talde simetrikoan. Cayleyren teorema. Talde alternatuen bakuntasuna.
6. ERAZTUNAK ETA GORPUTZAK: Eraztunak eta gorputzak, lehenengo propietateak. Karakteristika eta azpigorputz lehena. Integritate-domeinuak. Integritate-domeinu baten zatikien gorputza. Azpierzak, idealak eta eraztun-homomorfismoak. Ideal maximalak eta gorputzak. Hondarren teorema txinatarra.
7. INDETERMINATU BATEKO POLINOMIOAK: Indeterminatu bateko polinomioen faktORIZAZIOA. Irreduzibilitaterako irizpideak. Polinomioen eraztunen zatidurak. Gorputz finituak.

METODOLOGIA

Klase magistralak, mintegiak eta ariketa-klaseak. Ikasleek modu aktiboan parte hartu beharko dute ariketa-klaseetan, proposatutako problemak ebaziz.

IRAKASKUNTZA MOTAK

Eskola mota	M	S	GA	GL	GO	GCL	TA	TI	GCA
Ikasgelako eskola-orduak	36	6	18						
Horas de Actividad No Presencial del Alumno/a	54	9	27						

Legenda: M: Magistrala S: Mintegia GA: Gelako p.
GL: Laborategiko p. GO: Ordenagailuko p. GCL: P. klinikoak
TA: Tailerra TI: Tailer Ind. GCA: Landa p.

EBALUAZIO-SISTEMAK

- Azken ebaluazioaren sistema

KALIFIKAZIOKO TRESNAK ETA EHUNEOAK

- Ikus Orientazioak. % 100

OHIKO DEIALDIA: ORIENTAZIOAK ETA UKO EGITEA

Irakasgai hau ebaluatzeko proba eta jardueren ardatz izango dira UPV/EHUren araudian xedatzen diren printzipioak: zuzentasun akademikoa, zintzotasuna eta jarrera etikoa. Ikasleak onartzen eta gogoratzen du unibertsitatean matrikula egin zuenean Zintzotasunez eta portaera etikoz jokatzeko konpromiso adierazpena izenpetu zuela eta, haren bidez, hitzeman zuela plagiorik edo bestelako iruzur akademikorik ez zuela egingo, ezta ebaluazio probetan eta lanetan baimenduta ez dagoen objektu eta gailu teknologikorik erabiliko ere. Adimen artifizialeko tresnak barne, halakorik berariaz baimenduta ez dagoenean. Betebehar horiek urratzeak ondorio akademiko eta diziplinazkoak izan ditzake, unibertsitatean indarrean dagoen araudian xedatutakoaren arabera.

Bukaerako idatzizko azterketa: %80-%100
Banakako edo/eta taldekako lanak edo/eta frogak: 0-%20

EZOHIKO DEIALDIA: ORIENTAZIOAK ETA UKO EGITEA

Irakasgai hau ebaluatzeko proba eta jardueren ardatz izango dira UPV/EHUren araudian xedatzen diren printzipioak: zuzentasun akademikoa, zintzotasuna eta jarrera etikoa. Ikasleak onartzen eta gogoratzen du unibertsitatean matrikula egin zuenean Zintzotasunez eta portaera etikoz jokatzeko konpromiso adierazpena izenpetu zuela eta, haren bidez, hitzeman zuela plagiorik edo bestelako iruzur akademikorik ez zuela egingo, ezta ebaluazio probetan eta lanetan baimenduta ez dagoen objektu eta gailu teknologikorik erabiliko ere. Adimen artifizialeko tresnak barne, halakorik berariaz baimenduta ez dagoenean. Betebehar horiek urratzeak ondorio akademiko eta diziplinazkoak izan ditzake, unibertsitatean indarrean dagoen araudian xedatutakoaren arabera.

- Idatzizko azterketa finala (notaren %100)

NAHITAEZ ERABILI BEHARREKO MATERIALAK

Ez dago.

BIBLIOGRAFÍA

Oinarritzko bibliografia

J.D. DIXON, Problems in Group Theory. Dover, 1973.
S. LANG, Undergraduate Algebra, 2nd ed. Springer, New York, 2001.
G. NAVARRO, Un curso de álgebra. Universidad de Valencia, 2002.
A. VERA; F. VERA, Introducción al Álgebra, I. Ellacuría, Bilbao, 1984.
A. VERA; F. VERA, Álgebrarako Sarrera, I. Ellacuría, 1991.
A. VERA; J. VERA, Problemas de Álgebra, I: Teorías de Grupos y de Cuerpos. AVL, 1995.

Gehiago sakontzeko bibliografia

J. F. HUMPHREYS, A Course in Group Theory. Oxford University Press, 1996.
I. M. ISAACS, Algebra. A Graduate Course. Brooks/Cole Publishing Company, Pacific Grove, California, 1994.
H. KURZWEIL; B. Stellmacher, The Theory of Finite Groups. An Introduction. Universitext, Springer, New York, 2004.
J.S. ROSE, A course on Group Theory. Cambridge University Press, 1978.

Aldizkariak

Gai batzuen sarrerako kurtsoa dela eta, ez dira argitalpen periodikorik aholkatzen.

Interneteko helbide interesgarriak

<http://mathworld.wolfram.com/topics/GroupTheory.html>
http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/HistTopics/Development_group_theory.html
<http://www.springerlink.com/content/u503q3/>

OHARRAK

Ikastegia 310 - Zientzia eta Teknologia Fakultatea

Zikl. Zehaztu gabea

Plana GMATEM31 - Matematikako Gradua

Ikastaroa 2. maila

IRAKASGAIA

26663 - Kalkulu Diferentziala eta Integrala II

ECTS kredituak: 15

IRAKASGAIAAREN AZALPENA ETA TESTUINGURUA ZEHAZTEA

Irakasgaiak aurkezten ditu, era sistematikoan, aldagai anitzeko kalkulu diferentzial eta integralaren kontzeptuak, teknikak eta oinarrizko aplikazioak. Kalkulu Diferentziala eta Integrala I irakasgaiaren jarraipena da. Irakasgai hau, Kalkulu Diferentziala eta Integrala I eta Analisi Konplexuarekin batera Analisi-modulua osatzen dute. Modulu honen helburua da ikasleak materia hauen oinarrizko prestakuntza horizontal bat lortzea, elkarrekin erlazionatutako norabide anizkuntetako ezaguerak eta trebetasunak ulertzea eta aplikatzea baimenduz, bereziki materietan zeinetarako Analisi Matematikoa funtsezko erreminta den: Ekuazio Diferentzialak, Deribatu Partzialetako Ekuazioak eta Zenbakizko Metodoak.

GAITASUNAK / IRAKASGAIA IKASTEAREN EMAITZAK**KOMPETENTZIA ESPEZIFIKOAK**

- M15CM10: Espazio euklidiar n -dimentsionalaren oinarrizko kontzeptu metriko eta topologikoak ulertzea.
- M15CM11: Aldagai anitzeko funtzioen jarraitutasun eta diferentziagarritasunaren kontzeptuak ulertzea.
- M15CM12: Aldagai anitzeko funtzioen deribatu, deribatu partzial, norabide-deribatu eta katearen erregelaren kalkulu-teknikak jakitea.
- M15CM13: Funtzio inplizituaren eta alderantzizko funtzioaren teorema kalkulu desberdinetan aplikatzen jakitea.
- M15CM14: Murrizketekin edo gabe, aldagai anitzeko funtzioen muturren (absolutu eta erlatiboak) kalkuluaren teknikak ezagutzea.
- M15CM15: Aldagai anitzeko funtzioen Riemann-en integralak, lerro-integralak eta gainazal-integralak planteatzen eta ebazten jakitea, haien aplikazio geometriko eta fisikoak ezagutuz.
- M15CM16: Teorema bektorialen esanahi geometriko eta fisikoa ezagutzea, lerro-integral eta gainazal-integralen kalkulurako.
- M15CM17: Oinarrizko funtzioen Fourier-en serieak kalkulatzeko, eta bere ezaugarriak eta konbergentziaren moduak ezagutzea, baita oinarrizko aplikazio batzuk ere.

IKASKETA-EMAITZAK

- Funtzio-segida eta funtzio-serieen propietateak erabili, konbergentzia eta bornaketaren kontzeptuak erlazionatu.
- Integral anizkoitzak, lerro-integralak eta gainazal-integralak kalkulatu eta kalkulu integralaren teorema erabili trebetasunaz.
- Kalkulu diferentzial eta integralaren bitartez ariketa geometriko (funtzioen grafikoak, luzerak, azalerak, bolumenak) eta fisikoak (grabitate-zentroak, masa, inertzia-momentuak) planteatu eta ebatzi.

EDUKI TEORIKO-PRAKTIKOAK

1. ESPAZIO EUKLIDIARRAK: Biderkaketa eskalarra, norma, Cauchy-Schwarzen desberdintza. Cantor, Bolzano eta Heine-Borel teorema. Segidak $\mathbb{R}^n$ -n, konbergentzia, Bolzano-Weierstrassen teorema, Cauchyren segidak, Cauchyren teorema.
2. FUNTZIO JARRAITUAK: funtzioak $\mathbb{R}^n$ -n, grafikoak, maila-lerroak, limiteak, limite norabidetuak, limite iteratuak. Funtzio jarraituak, oinarrizko propietateak. Funtzio linealak, karakterizazio matritziala. Jarraitutasuna. Norma $L(\mathbb{R}^n, \mathbb{R}^m)$ -n. Jarraitutasunaren propietate orokorrak, trinkotasun eta konexioaren kontserbazioa. Alderantzizkoaren jarraitutasuna, jarraitutasun uniformeak.
3. DIFERENTZIAZIOA: deribatu norabidetuak eta partzialak, matrize jakobiarra, diferentzialaren existentziarako baldintzak, katearen erregela. Batezbesteko balioren teorema. Ordena goreneko deribatu partzialak, hessiarra, Taylorren polinomioa. Alderantzizko funtzioaren teorema, funtzio inplizituaren teorema, parametrizazio eta heinaren teorema. Muturrak eta mutur baldintzatuak: Lagrangeren biderkatzaileak.
4. FUNTZIO-SEGIDAK ETA SERIEAK: Konbergentzia puntuala eta uniformeak, norma uniformeak, Cauchyren irizpidea, Weierstrassen irizpidea, funtzio jarraituen segidak. Hurbilketa teorema: Bernstein, Weierstrass, Stone-Weierstrass. Ascoli-Arzelà teorema.
5. INTEGRAZIOA: Riemannen baturak, integralaren definizioa, Zero edukia eta zero neurria, Cauchyren irizpidea, integralaren existentzia, edukia eta integrala, batezbesteko balioren teorema.
6. FUBINIREN TEOREMA ETA ALDAGAI-ALDAKETA: Integral iteratuak, Fubini teorema, multzoen transformazioa, aplikazio lineal eta ez-linealen bidezko transformazioak, aldagai-aldaketa, koordenatu polarrak, esferikoak eta zilindrikoak.
7. FUNTZIO BEKTORIALEN KALKULU DIFERENTZIALA: Bektore-eremuaren definizioa, fluxu-lerroa, gradientea, dibergentzia eta errotazionala. Espazio euklidearreko kurbak, ukitzaileak eta arku-luzera.

8. FUNTZIO BEKTORIALEN INTEGRAZIOA: Kurba-integralak, ibilbide-integrala, kurba norabidetuak, lerro-integrala, parametrizazio-aldaketa. Gainazal parametrizatuak, azalera, funtzio eskalar eta bektorialen gainazal-integralak. Gainazal norabidetuak. Green, dibergentzia eta Stokesen teorema. Eremu kontserbakorrak.

9. FOURIER-EN SERIEAK: Fourierren koefizienteak, sinu eta kosinuen ortogonalitatea. Konbergentzia puntuala: Dirichleten nukleoa, Riemann-Lebesgueren lema. Erabilpena zenbait funtzioekin. Konbergentzia uniforme. Hurbilketa bestezbesteko kuadratikoa, Besselen desberdintza, Parsevalen identitatea.

METODOLOGIA

Eduki teorikoa klase magistraletan azalduko da, bibliografian dauden oinarriko erreferentziak eta nahitaezko materialari jarraituz. Hori osatuko da proposatuko diren ariketako klaseekin (ikasgela-praktikak), non ariketak ebazteko ikasleak klase teorikoetan lortutako ezaguerak aplikatuko diren. Mintegietan irakasgaiaren edukiaren gai eta adibide adierazgarriak garatuko dira, gehienetan lehenago ikasleei emandakoak, beraiek lan egiteko eta ondoko gogoeta eta eztabaida berekin ekar dezaten.

IRAKASKUNTZA MOTAK

Eskola mota	M	S	GA	GL	GO	GCL	TA	TI	GCA
Ikasgelako eskola-orduak	90	15	45						
Horas de Actividad No Presencial del Alumno/a	135	22,5	67,5						

Legenda: M: Magistrala

GL: Laborategiko p.

TA: Tailerra

S: Mintegia

GO: Ordenagailuko p.

TI: Tailer Ind.

GA: Gelako p.

GCL: P. klinikoak

GCA: Landa p.

EBALUAZIO-SISTEMAK

- Ebaluazio jarraituaren sistema
- Azken ebaluazioaren sistema

KALIFIKAZIOKO TRESNAK ETA EHUNEKOAK

- Irakurri argibideak % 100

OHIKO DEIALDIA: ORIENTAZIOAK ETA UKO EGITEA

Irakasgai hau ebaluatzeko proba eta jardueren ardatz izango dira UPV/EHUren araudian xedatzen diren printzipioak: zuzentasun akademikoa, zintzotasuna eta jarrera etikoa. Ikasleak onartzen eta gogoratzen du unibertsitatean matrikula egin zuenean Zintzotasunez eta portaera etikoak jokatzeko konpromiso adierazpena izenpetu zuela eta, haren bidez, hitzeman zuela plagiorik edo bestelako iruzur akademikorik ez zuela egingo, ezta ebaluazio probetan eta lanetan baimenduta ez dagoen objektu eta gailu teknologikorik erabiliko ere-adimen artifizialeko tresnak barne, halakorik berariaz baimenduta ez dagoenean. Betebehar horiek urratzeak ondorio akademiko eta diziplinazkoak izan ditzake, unibertsitatean indarrean dagoen araudian xedatutakoaren arabera.

=====

Azterketa partzialak

=====

* Bi azterketa partzial (haztapen erlatiboa: 2/5 eta 3/5), gutxienez nota finaleko %90a balioko duena.

* Mintegietan parte hartzea, banakako lanak, kontrolak (nahitaez aukera guztiak ez) gehienez nota finaleko %10a.

Irakasgaia partzialen bidez gainditu ahal izateko partzial bakoitzeko azterketak eta kurtsoan zehar egindako lanak osatzen duten nota handiago edo berdin 5 izatea beharrezkoa da.

Azterketa finala

=====

* Irakasgaiaren azterketa finala, gutxienez nota finaleko %90a balioko duena.

* Mintegietan parte hartzea, banakako lanak, kontrolak (nahitaez aukera guztiak ez) gehienez nota finaleko %10a.

Ebaluazio jarraitua ez egitekotan, irakasleei unibertsitateak finkatzen duen epean jakinaraziz, azterketa finala: %100a.

EZOHIKO DEIALDIA: ORIENTAZIOAK ETA UKO EGITEA

* Irakasgaiaren azterketa finala: nota finaleko %100a.

NAHITAEZ ERABILI BEHARREKO MATERIALAK

EGELA plataformaren bidez banatutako materiala:

- * Ariketak
- * Mintegiak
- * Ikasturteko notak

BIBLIOGRAFÍA

Oinarrizko bibliografia

- T.M. APOSTOL, Análisis Matemático, 2ª edición, Ed. Reverté, Barcelona, 1977.
R.G. BARTLE, Introducción al Análisis Matemático, Ed. Limusa, Mexico, 1980.
F. BOMBAL, L. RODRIGUEZ. G. VERA, Problemas de Análisis Matemático. V. 1,2.
W.H. FLEMING, Funciones de varias variables, Ed. CECSA, México. 1969.
J.E. MARSDEN y M.J. HOFFMAN, Análisis clásico elemental, Addison-Wesley Iberoamericana, Wilmington, 1998
J.E. MARSDEN y A. TROMBA, Cálculo Vectorial, Ed. Addison-Wesley Iberoamericana, Buenos Aires, 1991.
J.M. MAZON, Cálculo diferencial: teoría y problemas, McGraw-Hill, 1997.
M. SPIVAK, Cálculo en variedades, Ed. Reverté, Barcelona, 1979.
N. PISKUNOV, Kalkulu Diferentziala eta Integrala, UEU, 2009.

Gehiago sakontzeko bibliografia

- W. RUDIN, Principios de Análisis Matemático, McGraw-Hill, 1980.
T. TAO, Analysis I, II, Hindustan Book Agency, 2006.
S. Lang, Calculus of Several Variables, Springer, 1987

Aldizkariak

Interneteko helbide interesgarriak

- Mathematical Tripos: Part 1A Vector Calculus: http://www.damtp.cam.ac.uk/user/sjc1/teaching/VC_2000.pdf
Keith Conrad: <https://kconrad.math.uconn.edu/blurbs/>

OHARRAK

Ikastegia 310 - Zientzia eta Teknologia Fakultatea

Zikl. Zehaztu gabea

Plana GMATEM31 - Matematikako Gradua

Ikastaroa 2. maila

IRAKASGAIA

26693 - Kurbak eta Gainazalak

ECTS kredituak: 9

IRAKASGAIAAREN AZALPENA ETA TESTUINGURUA ZEHAZTEA

Irakasgai hau "Topologia eta Geometria Diferentziagarria" jakintza arloan agertzen da, "Topologia" eta "Kurba eta Gainazalen Geometria Globala" irakasgaiekin batera. Irakasgai honen helburua, espazioko kurbak eta gainazalak ikastea da, erabiliz horretarako kalkulu diferentziala eta integrala, eta topologia.

GAITASUNAK / IRAKASGAIA IKASTEAREN EMAITZAK

GAITASUNAK

M02CM01 - Kurbak eta gainazalak ikasteko beharrezkoak diren tresna analitikoak eta topologikoak ezagutzea.
M02CM02 - Kalkulu diferentziala, integrala eta topologia euklidearra erabiltzeko gai izatea ariketa geometrikoen ebazpenetan.
M02CM03 - Kurba eta gainazalen teoria lokalaren oinarriko teorema ezagutzea, eta problema geometrikoak ebazteko erabiltzen jakiteas.
M02CM05 - Kurben teoria lokala ikasteko Freenet-en Triedroa erabiltzen jakitea. Kurben luzera, kurbadura eta bihurdura lortzeko gai izatea.
M02CM06 - Gainazaletan koordenatuen bidez jardutea. Gainazalen kurbadurak lortzen jakitea.
M02CM07 - Ikasitako kontzeptuak erabiltzea biraketa gainazalak, gainazal erregelatuak eta minimalak aztertzeko.
M02CM08 - Gainazalen bektore-eremu ukitzailekin eta normalekin lan egitea eta ulertzea zer den bektore-eremuen garraiaketa paraleloa gainazalen gaineko kurben zehar.
M02CM09 - Ikasi eta lortu gainazaletan kurba geodesikoak.
M02CM10 - Kurbak eta gainazalak irudikatzeko eta bere osagaien kalkula egiketo, software eta baliabide informatikoak erabiltzen jakitea.

IRAKASGAIA IKASTEAREN EMAITZAK

Kurben teoria lokala ikasteko Freenet-en Triedroa erabiltzen jakitea.
Kurben luzera, kurbadura eta bihurdura lortzeko gai izatea.
Gainazaletan koordenatuen bidez jardutea.
Gainazalen kurbadurak lortzen jakitea.
Ikasitako kontzeptuak erabiltzea biraketa gainazalak, gainazal erregelatuak eta minimalak aztertzeko.
Gainazalen bektore-eremu ukitzailekin eta normalekin lan egitea eta ulertzea zer den bektore-eremuen garraiaketa paraleloa gainazalen gaineko kurben zehar.
Ikasi eta lortu gainazaletan kurba geodesikoak.
Kurbak eta gainazalak irudikatzeko eta bere osagaien kalkula egiketo, software eta baliabide informatikoak erabiltzen jakitea.

EDUKI TEORIKO-PRAKTIKOAK

- KURBAK ESPAZIO EUKLIDEARREAN:** Kurbak parametrizatu erregularrak, parametrizazio baliokideak, parametro naturala, kurbadura, Freenet-en Triedroa, Freenet-en formulak, bihurdura, kurben teorema nagusia.
- GAINAZAL ERREGULARRAK:** Gainazal erregularrak, gainazalen gaineko funtzio diferentziagarriak, gainazalen arteko aplikazio diferentziagarriak, difeomorfismoak, gainazal baten gaineko bektore ukitzaileak, plano ukitzailea, gainazalen arteko aplikazioen diferentziala, tokiko difeomorfismo, lehen forma nagusia, bektore-eremuak, orientazioa, orientagarritasunaren ezaugarriak.
- GAUSS-EN APLIKAZIOA:** Gauss-en eta Weingarten-en aplikazioak, bigarren forma nagusia, kurbadura normalak, Meusnierren teorema, kurbadura nagusiak, norabide nagusiak, kurbadura lerroak, Olinde Rodriguesen teorema, Gaussen eta batezbesteko kurbadurak, gainazalen puntuen sailkapena, norabide asintotikoak, Dupinen adierazlea, norabide konjokatuak, Gaussen aplikazioa koordenatuetan, Weingartenen ekuazioak, Gaussen eta batezbesteko kurbaduren adierazpenak.
- GAINAZALEN BEREZKO GEOMETRIA:** Isometriak eta zatikako isometriak, aplikazio konformeak eta zatikako konformeak, Christoffelen ikurrak, Mainardi-Codazziren ekuazioak, Gaussen Egregium teorema, Bonneten teorema.
- GEODESIKOAK:** Bektore-eremuen deribatu kobariantea, kurba baten gaineko garraiaketa paraleloa, kurba geodesikoak, kurbadura geodesikoa, Liouville formula, kurba geodesikoen ekuazio diferentzialak, exponentziala aplikazioa, koordenatu geodesiko polarrak.

METODOLOGIA

Eduki teorikoa klase magistraletan aurkeztuko da, bibliografian agertzen diren oinarritzko erreferentziei jarraituz. Klase magistralak ariketako klaseekin osatuko dira. Horietan, erakutsi egingo da nola erabiltzen den magistraletan ikasitakoa, ariketa erronkei aurrera egiteko.

Mintegietan, ordea, irakasgaiaren nondik norakoa argituko duten erronkak landu egingo dira, ikasleei aldeztu aurretik igorriak izan direnak, hausnarketaren zatirik handiena eurek egin dezaten.

Horrez gain ordenagailu praktikak egingo dira irakasgaiaren gaitasunak lortzeko asmoarekin.

IRAKASKUNTZA MOTAK

Eskola mota	M	S	GA	GL	GO	GCL	TA	TI	GCA
Ikasgelako eskola-orduak	45	9	27		9				
Horas de Actividad No Presencial del Alumno/a	67,5	13,5	40,5		13,5				

Legenda: M: Magistrala

GL: Laborategiko p.

TA: Tailerra

S: Mintegia

GO: Ordenagailuko p.

TI: Tailer Ind.

GA: Gelako p.

GCL: P. klinikoa

GCA: Landa p.

EBALUAZIO-SISTEMAK

- Ebaluazio jarraituaren sistema
- Azken ebaluazioaren sistema

KALIFIKAZIOKO TRESNAK ETA EHUNEKOAK

- Ikus ORIENTAZIOAK % 100

OHIKO DEIALDIA: ORIENTAZIOAK ETA UKO EGITEA

Irakasgai hau ebaluatzeko proba eta jardueren ardatz izango dira UPV/EHUren araudian xedatzen diren printzipioak: zuzentasun akademikoa, zintzotasuna eta jarrera etikoa. Ikasleak onartzen eta gogoratzen du unibertsitatean matrikula egin zuenean Zintzotasunez eta portaera etikoz jokatzeko konpromiso adierazpena izenpetu zuela eta, haren bidez, hitzeman zuela plagiorik edo bestelako iruzur akademikorik ez zuela egingo, ezta ebaluazio probetan eta lanetan baimenduta ez dagoen objektu eta gailu teknologikorik erabiliko ere -adimen artifizialeko tresnak barne, halakorik berariaz baimenduta ez dagoenean-. Betebehar horiek urratzeak ondorio akademiko eta diziplinazkoak izan ditzake, unibertsitatean indarrean dagoen araudian xedatutakoaren arabera.

Nahitaezkoa izango da mintegietara eta ordenagailu praktiketara joatea.

Ordenagailu praktiketara joatea beharrezkoa denez, ikasleak kurtsoan zehar praktika horiek ez baditu egin praktika horiek menperatzen dituela erakutsi beharko du proba praktikoko batean.

Praktika horiek aurreko moduan gainditu direnean, irakasgaia gainditu ahal izateko azterketa finalean 4 bat aterata beharko da 10en gainean, eta azken nota honelaxe banatuko da: % 85 idatzitako azterketatik, % 10 ikasle bakoitzaren lanetatik eta %5 mintegietan egindako lanetatik.

Nolanahi ere, ikasleak azken ebaluazio sistemaren bidez ebaluatzeko eskubidea izango du, ebaluazio jarraituaren sisteman parte hartu duen edo ez kontuan hartu gabe. Horretarako, ikasleak idatziz aurkeztu beharko dio irakasleari ebaluazio jarraituari uko egiteko. Horretarako, 9 asteko epea izango dute ikastaroaren hasieratik zenbatzen hasita. Ordenagailu praktiketara joatea beharrezkoa denez, ikasleak kurtsoan zehar praktika horiek ez baditu egin praktika horiek menperatzen dituela erakutsi beharko du proba praktikoko batean. Azken ebaluaziorako azterketa bat egingo da, notaren % 100a izango dena.

EZOHIKO DEIALDIA: ORIENTAZIOAK ETA UKO EGITEA

Irakasgai hau ebaluatzeko proba eta jardueren ardatz izango dira UPV/EHUren araudian xedatzen diren printzipioak: zuzentasun akademikoa, zintzotasuna eta jarrera etikoa. Ikasleak onartzen eta gogoratzen du unibertsitatean matrikula egin zuenean Zintzotasunez eta portaera etikoz jokatzeko konpromiso adierazpena izenpetu zuela eta, haren bidez, hitzeman zuela plagiorik edo bestelako iruzur akademikorik ez zuela egingo, ezta ebaluazio probetan eta lanetan baimenduta ez dagoen objektu eta gailu teknologikorik erabiliko ere -adimen artifizialeko tresnak barne, halakorik berariaz baimenduta ez dagoenean-. Betebehar horiek urratzeak ondorio akademiko eta diziplinazkoak izan ditzake, unibertsitatean indarrean dagoen araudian xedatutakoaren arabera.

Ordenagailu praktiketara joatea beharrezkoa denez, ikasleak kurtsoan zehar praktika horiek ez baditu egin praktika horiek menperatzen dituela erakutsi beharko du proba praktikoko batean.

Kurtsoan zehar praktika horiek modu egokian egin baditu, orduan ebaluazioa azterketa idatzi baten bidez soilik egingo da.

NAHITAEZ ERABILI BEHARREKO MATERIALAK

BIBLIOGRAFÍA

Oinarritzko bibliografia

- M. P. DO CARMO, *Diferencial de Curvas y Superficies*, Alianza Universidad Textos 135, Alianza Editorial, 1990.
L. A. CORDERO, M. FERNANDEZ y A. GRAY, *Geometría Diferencial de Curvas y Superficies con Mathematica*, Addison-Wesley Iberoamericana, 1995.
A. GRAY, *Modern Differential Geometry of Curves and Surfaces*, Addison-Wesley, 1997.
C. C. HSIUNG, *A First Course in Differential Geometry*, International Press, 1997.
E. KREYSZIG, *Differential Geometry*, Dover, 1991.
J. McCLEARY, *Geometry from a Differential Viewpoint*, Cambridge Univ. Press, 1994.
R. S. MILLMAN y G. D. PARKER, *Elements of Differential Geometry*, Prentice-Hall, 1977.
A. MONTESDEOCA, *Apuntes de Geometría Diferencial de Curvas y Superficies*, Col. Textos Univ. Gob. Canarias, 1996.
S. MONTIEL, A. ROS, *Curvas y Superficies*, Proyecto Sur, 1997.
J. OPREA, *Differential Geometry and its Applications*, Prentice Hall, 1997.

Gehiago sakontzeko bibliografia

Aldizkariak

Interneteko helbide interesgarriak

OHARRAK

Ikastegia 310 - Zientzia eta Teknologia Fakultatea**Zikl.** Zehaztu gabea**Plana** GMATEM31 - Matematikako Gradua**Ikastaroa** 2. maila**IRAKASGAIA**

26011 - Matematika Diskretua

ECTS kredituak: 6**IRAKASGAIAREN AZALPENA ETA TESTUINGURUA ZEHAZTEA**

Irakasgaiaren helburua Matematikako oinarrizko elementuak ezagutzea eta matematikako lengoiaren erabilpena, frogapen-teknikak eta problemen ebazpenak lantzea da. Irakasgai honen bidez lehenengo mailako Oinarrizko Matematikan sartutako gai konbinatorioak sakontzen dira eta bigarren mailako Probabilitate-Kalkulurako onarria da. Sartutako kontzeptu batzuk, esate baterako errepikapenak eta grafoak, hirugarren mailako Zenbakizko Metodoak II eta laugarren mailako Programazio Matematiko irakasgaietan erabiltzen dira.

GAITASUNAK / IRAKASGAIA IKASTEAREN EMAITZAK**GAITASUNAK**

M06CM01- Funtsezko frogapen matematikoen motak eta problemen ebazpen-teknikak (behaketa-aierua-frogapena) ezagutzea.

M06CM06- Problema konbinatorioak ebazten jakitea, oinarrizko teknikak, funtzio sortaileak eta errepikapenak erabiliz.

M06CM07- Identitate konbinatorioak eta esanahi konbinatorioa duten zenbaki-familia garrantzitsuenak ezagutzea.

M06CM08- Grafo teoriaren oinarrizko kontzeptuak, teknikak eta emaitzak ezagutzea eta bere aplikazio anitzetatik batzuetaz jabetzea.

IRAKASGAIA IKASTEAREN EMAITZAK

Halako konplexutasun-mailako problema konbinatoriak ebazten jakitea.

Matematika-arlo anitzetan presentzia handia duten zenbaki-familia ezagutzea.

Adierazpen eta identitate konbinatorioz, desberdintzaz, errepikapenez eta funtzio sortailez jabetzea.

Grafoak, haien ezaugarri nagusiak eta haien aplikazio anitzetatik batzuk ezagutzea.

EDUKI TEORIKO-PRAKTIKOAK

1. OINARRIZKO KONBINATORIA: Oinarrizko baliabideak konbinazio-arrazoibidean. Partekotasun-baztertze printzipioa. Usategiaren printzipioa.

2. KONBINAZIO-IDENTITATEAK: Koefiziente binomialak eta multinomialak. Binomioaren eta multinomioaren formulak. Erlazionatutako identitateak.

3. FUNTZIO SORTZAILEAK ETA ERREPIKAPENAK: Zenbakizko segida baten funtzio sortailea. Konbinazio-problemen erabilerak. Errepikapenak eta konbinazio-problema. Errepikapenak eta funtzio sortaileak. Osagai orokorraren lortzea.

4. ZENBAKI-FAMILIA GARRANTZITSU BATZUK: Fibonacciren zenbakiak. Catalanen zenbakiak. Bellen zenbakiak. Stirlingen zenbakiak. Zenbaki arrunten partiketak.

5. GRAFOAK: Oinarrizko kontzeptuak. Bideak. Zuhaitzak. Planotasuna. Koloratzea.

METODOLOGIA

Klase magistraletan teoria garatuko da.

Mintegietan ikasleriak lanak edo problemak landuko edo aurkeztuko ditu.

Gelako praktikan ariketak ebatziko dira.

IRAKASKUNTZA MOTAK

Eskola mota	M	S	GA	GL	GO	GCL	TA	TI	GCA
Ikasgelako eskola-orduak	36	6	18						
Horas de Actividad No Presencial del Alumno/a	54	9	27						

Legenda: M: Magistrala

S: Mintegia

GA: Gelako p.

GL: Laborategiko p.

GO: Ordenagailuko p.

GCL: P. klinikoak

TA: Tailerra

TI: Tailer Ind.

GCA: Landa p.

EBALUAZIO-SISTEMAK

- Ebaluazio jarraituaren sistema
- Azken ebaluazioaren sistema

KALIFIKAZIOKO TRESNAK ETA EHUNEKOAK

- ORIENTAZIOAK ikusi % 100

OHIKO DEIALDIA: ORIENTAZIOAK ETA UKO EGITEA

Irakasgai hau ebaluatzeko proba eta jardueren ardatz izango dira UPV/EHUren araudian xedatzen diren printzipioak: zuzentasun akademikoa, zintzotasuna eta jarrera etikoa. Ikasleak onartzen eta gogoratzen du unibertsitatean matrikula egin zuenean Zintzotasunez eta portaera etikoz jokatzeko konpromiso adierazpena izenpetu zuela eta, haren bidez,

hitzeman zuela plagiorik edo bestelako iruzur akademikorik ez zuela egingo, ezta ebaluazio probetan eta lanetan baimenduta ez dagoen objektu eta gailu teknologikorik erabiliko ere -adimen artifizialeko tresnak barne, halakorik berariaz baimenduta ez dagoenean-. Betebehar horiek urratzeak ondorio akademiko eta diziplinazkoak izan ditzake, unibertsitatean indarrean dagoen araudian xedatutakoaren arabera.

ORIENTAZIOAK

Amaierako azterketa (%70), proba partziala (%15) eta ariketak edo lanak egitea eta aurkeztea (%15). Irakasgaia gainditzeko nota minimoa 5 (10etik) izan beharko da, amaierako azterketaren nota (derrigorrezkoa) gutxienez 4,5 (10etik) delarik.

ETENGABEKO EBALUAZIOARI UKO EGITEA

Ikasleak etengabeko ebaluazioari uko egiten diola jasotzen duen idatzi bat aurkeztu beharko die irakasgaiaren ardura duten irakasleei lauhilabetekoa hasi eta gehienez 9 asteko epean. Kasu honetan, amaierako azterketa notaren %100 izango da eta irakasgaia gainditzeko nota minimoa 5 (10etik) izan beharko da.

DEIALDIARI UKO EGITEA

Azterketa egun ofizialean egin beharreko probara ez aurkezte hutsak ekarriko du automatikoki kasuan kasuko deialdiari uko egitea.

EZOHICO DEIALDIA: ORIENTAZIOAK ETA UKO EGITEA

ORIENTAZIOAK

Etengabeko ebaluazioaren kasuan:

Ikaslearen onurako bada, ariketak eta lanen puntuazioa deialdi ezohikorako gorde ahal izango da, baina ez da gordeko ikasturte batetik beste batera. Irakasgaia gainditzeko nota minimoa 5 (10etik) izan beharko da, amaierako azterketaren nota (derrigorrezkoa) gutxienez 4,5 (10etik) delarik.

Azken ebaluazioaren kasuan:

Amaierako azterketa notaren %100 izango da eta irakasgaia gainditzeko nota minimoa 5 (10etik) izan beharko da.

DEIALDIARI UKO EGITEA

Azterketa egun ofizialean egin beharreko probara ez aurkezte hutsak ekarriko du automatikoki kasuan kasuko deialdiari uko egitea.

NAHITAEZ ERABILI BEHARREKO MATERIALAK

Gomendatutako materiala plataforma birtualean eskuragarri egongo da.

BIBLIOGRAFÍA

Oinarrizko bibliografia

- D.I.A. COHEN, Basic Techniques of Combinatorial Theory, Wiley, New York, 1978.
J.M. HARRIS, J.L. HIRST, M.J. MOSSINGHOFF, Combinatorics and Graph Theory, Springer, New York, 2008.
N. HARTSFIELD, G. RINGEL, Pearls in Graph Theory, Dover, New York, 1994.
R.L. GRAHAM, D.E. KNUTH, O. PATASHNIK, Concrete Mathematics, Addison-Wesley, Reading, Mass., 1994.

Gehiago sakontzeko bibliografia

- V.K. BALAKRISHNAN, Combinatorics, Schaum's Outline Series, McGraw-Hill, 1995.
R.C. BOSE, B. MANVEL. Introduction to Combinatorial Theory, Wiley, New York, 1984.
F. GARCIA MERAYO, Matemática Discreta, Paraninfo, Madrid, 2001.
J. HEBER NIETO SAID, Teoría Combinatoria. La Universidad del Zulia, 1996. <http://www.jhnieto.org/tc.pdf>
D.A. MARCUS, Combinatorics: A Problem Oriented Approach, The Mathematical Association of America, 1998.
R. J. TRUDEAU, Introduction to Graph Theory, Dover Publications, Inc, Nueva York, 1993.
N. Ya. VILENKIN, Combinatorics, Academic Press, New York, 1971.
H.S. WILF, Generatingfunctionology, Academic Press, Boston, 1990. <http://www.math.upenn.edu/~wilf/gfology2.pdf>

Aldizkariak

- The Electronic Journal of Combinatorics <http://www.combinatorics.org/>
The Fibonacci Quarterly <http://www.fq.math.ca/>

Interneteko helbide interesgarriak

- Konbinatoria <http://mathworld.wolfram.com/topics/Combinatorics.html>
Pascalen triangelua http://en.wikipedia.org/wiki/Pascal%27s_triangle
Usategiaren printzipioa http://www.cut-the-knot.org/do_you_know/pigeon.shtml
Fibonacciren zenbakiak <http://www.maths.surrey.ac.uk/hosted-sites/R.Knott/Fibonacci/>
Catalanen zenbakiak <http://mathforum.org/advanced/robertd/catalan.html>
Lehen motako Stirlingen zenbakiak <http://mathworld.wolfram.com/StirlingNumberoftheFirstKind.html>
Bigarren motako Stirlingen zenbakiak <http://mathworld.wolfram.com/StirlingNumberoftheSecondKind.html>
Zenbaki arrunten entziklopedia <http://oeis.org/>

Grafoak http://en.wikipedia.org/wiki/Graph_theory

OHARRAK

COURSE GUIDE

2026/27

Faculty 310 - Faculty of Science and Technology**Cycle** .**Degree** GMATEM31 - Bachelor's Degree in Mathematics**Year** Second year**COURSE**

26667 - Numerical Methods I

Credits, ECTS: 6**COURSE DESCRIPTION**

This course, together with the third year course Numerical Methods II, aims to offer a systematic presentation of some of the most important and elementary numerical analysis techniques. In both courses, it is compulsory to do computer assignments using a programming language. Both courses are intended to equip the students with a basic and transversal formation in the field, that will enable them to understand and apply the acquired knowledge and abilities in multiple interrelated directions.

Since this course is offered in English, at least a B2 level is strongly recommended.

COMPETENCIES/LEARNING RESULTS FOR THE SUBJECT**COMPETENCES**

M05CM01 Knowing the basic techniques of numerical analysis and their translation into algorithms or constructive methods to solve problems.

M05CM02 Programming the studied numerical methods in a computer using a structured language and applying them effectively.

M05CM03 Using packages in which some of the studied methods are applied, and which can serve as a auxiliary tool to one's own codes.

M05CM04 Analyzing the convenience of one or more numerical methods for a given problem, based on the error analysis, the computational cost and other characteristics.

M05CM05 Evaluating the obtained results and drawing conclusions after a computational procedure, and being able to communicate everything both orally and in writing.

LEARNING RESULTS

Using numerical solution algorithms, programming numerical methods in a computer, by implementing these algorithms in a structured programming language, and applying them effectively.

Theoretical and Practical Contents**THEORETICAL CONTENTS**

1. INTRODUCTION TO NUMERICAL CALCULUS: Computer arithmetic and error propagation.
2. BASIC MATLAB NOTIONS
3. RESOLUTION OF LINEAR SYSTEMS OF EQUATIONS: Direct methods. Minimum square methods and overdetermined systems.
4. RESOLUTION OF NONLINEAR EQUATIONS AND SYSTEMS. Roots searching methods for nonlinear equations. Fix point methods and Newton's method.

PRACTICAL CONTENTS

The computer assignments are associated to the theoretical contents, reinforcing their learning by implementing the studied algorithms in an adequate way.

TEACHING METHODS

The theoretical contents will be taught during the master (M) classes, following the lecture notes uploaded in the virtual class at platform eGela. These master lectures will be supplemented with problem sessions (classroom sessions, GA), where the students will solve questions where they will have to apply the acquired theoretical knowledge. In the seminar sessions (S), questions and examples relative to the contents of the course will be developed; these will be usually provided to the students so they can work previously on them, with the aim of facilitating the discussion in the seminar sessions. In addition, the students will have to do computer assignments oriented to the goals of this course, using a programming language. In this course, we will use MATLAB.

TYPES OF TEACHING

Types of teaching	M	S	GA	GL	GO	GCL	TA	TI	GCA
Hours of face-to-face teaching	30	6	9		15				
Horas de Actividad No Presencial del Alumno/a	45	9	13,5		22,5				

Legend: M: Lecture-based S: Seminar GA: Applied classroom-based groups
GL: Applied laboratory-based groups GO: Applied computer-based groups GCL: Applied clinical-based groups
TA: Workshop TI: Industrial workshop GCA: Applied fieldwork groups

Evaluation methods

- Continuous evaluation
- End-of-course evaluation

Evaluation tools and percentages of final mark

- See GUIDELINES (ORIENTACIONES) below 100%

ORDINARY EXAMINATION PERIOD: GUIDELINES AND OPTING OUT

In the ordinary examination period, the assessment will be distributed as follows:

Final written exam: 60%
Computer practical exam: 20%
Midterm exam and/or seminars: 20%

To apply the above percentages, it will be necessary to obtain a minimum score of 4.5 out of 10 in both the final written exam and the computer practical exam; otherwise, the final grade will be the minimum between the weighted average and 4.5.

The student that does not want to be assessed through the continuous assessment system has the right to do a final assessment exam; however, they must give written notice of withdrawal from the continuous assessment system during the first 9 weeks of the autumn term. The student must take both exams. Likewise, in order to assess the competencies developed throughout the course, they may be required to take an oral and/or written test, or they may be evaluated through the exams.

In spite of assessing the activities done during the course, a student who does not take the final written exam will obtain the grade "No presentado".

The exams and assessment activities for this course will be conducted in accordance with the principles of academic integrity, honesty, and ethical conduct established in EHU regulations. Upon enrolling at EHU, students signed the Declaration of Commitment to Ethical Behavior and Academic Integrity pledging not to engage in plagiarism, academic fraud, or use unauthorized materials or devices, including artificial intelligence tools when not expressly permitted, in exams and academic assignments. Failure to comply with these obligations may result in the academic and disciplinary consequences provided for in current university regulations.

EXTRAORDINARY EXAMINATION PERIOD: GUIDELINES AND OPTING OUT

In the extraordinary exam call, the same criterion applies as in the ordinary call. Specifically, there will be a final written exam and a computer practical exam. Likewise, in order to assess the competencies developed throughout the course, the student may be required to take an oral and/or written test, or may be evaluated through the exams. In any case, the assessment of activities completed during the ordinary examination period will be retained in the extraordinary examination period, provided that a minimum grade of 5 out of 10 has been obtained and the student does not request otherwise.

MANDATORY MATERIALS

Notes and other teaching materials made available by the instructor in platform eGela.

BIBLIOGRAPHY

Basic bibliography

C.B. Moler: Numerical Computing with MATLAB, SIAM, 2004.
J.M. Sanz-Serna: Diez lecciones de Cálculo Numérico, Universidad de Valladolid, 2010.
J. Stoer and R. Bulirsch: Introduction to Numerical Analysis. Springer-Verlag, Inc., 1993.
K.E. Atkinson: An Introduction to Numerical Analysis, John Wiley & Sons, 1989.
U.M. Ascher and C. Greif: A First Course in Numerical Analysis, SIAM, 2011.
M.H. Holmes: Introduction to Scientific Computing and Data Analysis, Springer 2016.

Detailed bibliography

L.N. Trefethen, D. Bau: Numerical Linear Algebra, SIAM, 1997.

N.J. Higham: Accuracy and Stability of Numerical Algorithms, SIAM, 1996.
A. Quarteroni, R. Sacco, F. Saleri: Numerical Mathematics, Springer, 2000.

Journals

Web sites of interest

OBSERVATIONS

Ikastegia 310 - Zientzia eta Teknologia Fakultatea**Zikl.** Zehaztu gabea**Plana** GMATEM31 - Matematikako Gradua**Ikastaroa** 2. maila**IRAKASGAIA**

26689 - Probabilitateen Kalkulua

ECTS kredituak: 6**IRAKASGAIAREN AZALPENA ETA TESTUINGURUA ZEHAZTEA**

Irakasgai honetan Probabilitate-kalkuluko oinarritzko kontzeptuak, teknikak eta emaitzak aurkezten dira.

Irakasgai hau ikasteko komenigarria da Kalkulu Diferentziala eta Integrala II irakasgaia ikasita izatea edo probetxu nahikoarekin ikasten egotea.

Hirugarren mailan ikasten den Inferentzia Estatistikoa irakasgaiarentzako oinarritzko kontzeptuak eta teknikak eskaintzen ditu irakasgai honek. Gainera, ikasleak probabilitate teoriaren oinarri intuitiborra lortzen du, zeinak laugarren mailako hautazko Probabilitatea eta Prozesu Estokastikoak irakasgaiaren probabilitate teoriaren formalizazio zorrotza egitea baimentzen duen.

GAITASUNAK / IRAKASGAIA IKASTEAREN EMAITZAK**GAITASUN ESPEZIFIKOAK**

M03CM01 - Probabilitate-kalkuluko eta estatistikako oinarritzko kontzeptu eta emaitzak ezagutzea.

M03CM02 - Probabilitate-banaketa nagusietan eta datu analisirako eta inferentzia estatistikako teknika ezagunetan trebatua egotea.

M03CM03 - Zoritzko fenomenoak eta datu analisiari lotutako terminologia zuzentasunez erabiltzea.

M03CM04 - Zoritzko fenomenoak eta datu tratamenduak buruzko egoera arruntak zuzentasunez modelatzea.

M03CM05 - Aipaturiko egoeren tratamendurako baliabide informatiko egokiak ezagutzea eta horietako batzuekin trebatua izatea.

M03CM06 - Egoera hauetako analisisan bilatzen diren helburuak kontuan hartuta, analisi teknika egokia aukeratzea.

M03CM07 - Kalkulu edo/eta adierazpide grafikoak erabiltzea behar duten egoeretan hauek zuzentasunez egitea, baliabide teoriko edo/eta konputazional egokiak erabiliz.

M03CM08 - Egingako analisisen emaitzak zentzu kritikorekin interpretatzea.

IRAKASGAIA IKASTEAREN EMAITZAK

Probabilitate kalkuluko konplexuak izan daitezkeen problemak ebazten jakitea, arlo diskretuan zein jarraituan.

Kantitate esanguratsuen estimazioak egiten jakitea (probabilitateak, batezbestekoak, etab.), kalkulu zehatza ezin denean egin.

EDUKI TEORIKO-PRAKTIKOAK

1. **PROBABILITATEA:** Zoritzko fenomenoak. Gertaerak. Probabilitate-espazioak. Adibideak. Probabilitate- kalkuluko oinarritzko erregelak. Probabilitate baldintzatua. Gertaera askeak.
2. **ZORITZKO ALDAGAIAK:** Kontzeptua. Probabilitate-banaketa. Banaketa-funtzioa. Aldagai diskretu eta jarraituak. Banaketen adibide nagusiak.
3. **ZORITZKO BEKTOREAK:** Kontzeptua. Probabilitate-banaketa. Adibide nagusiak. Bazter-banaketak. Zoritzko aldagaien arteko independentzia. Banaketa baldintzatutakoak.
4. **ITXAROPEN MATEMATIKOA:** Kontzeptua eta propietate nagusiak. Aldagai diskretu eta jarraituen itxaropenaren kalkulua.
5. **MOMENTUAK:** Kontzeptua. Probabilitatearen funtzio sortzailea. Momentuen funtzio sortzailea. Bariantza. Kobariantza. Korrelazioa.
6. **ZENBAKI HANDIEN LEGEAK:** Zoritzko aldagaien konbergentzia-moduak. Zenbaki handien lege sendoak eta ahulak. Limitearen teorema zentrala.

METODOLOGIA

Eduki teorikoa klase magistraletan azalduko da, Bibliografian eta erabili beharreko materialen agertzen diren oinarritzko erreferentziei jarraituz. Klase magistral horiek osatzeko, ikasgelako praktikak daude, non klase teorikoetan lortutako ezagutza erabiliz, ikasleek problemak ebazti beharko dituzten. Mintegietan irakasgaiaren adierazgarri diren ariketak eta adibideak garatuko dira. Orokorrean, ariketa eta adibide hauek ikasleei aurretiaz entregatuko zaizkie, beraiek lantzeko eta dagokion saioan gogoeta eta eztabaida motibatuzko. Bestalde, ordenagailu praktikak landuko dira irakasgaiko gaitasunak lortzera bideratuta.

IRAKASKUNTZA MOTAK

Eskola mota	M	S	GA	GL	GO	GCL	TA	TI	GCA
Ikasgelako eskola-orduak	30	6	21		3				
Horas de Actividad No Presencial del Alumno/a	45	9	31,5		4,5				

Legenda: M: Magistrala S: Mintegia GA: Gelako p.
GL: Laborategiko p. GO: Ordenagailuko p. GCL: P. klinikoak
TA: Tailerra TI: Tailer Ind. GCA: Landa p.

EBALUAZIO-SISTEMAK

- Ebaluazio jarraituaren sistema
- Azken ebaluazioaren sistema

KALIFIKAZIOKO TRESNAK ETA EHUNEKOAK

- Ikusi orientazioak % 100

OHIKO DEIALDIA: ORIENTAZIOAK ETA UKO EGITEA

Ebaluazio jarraitua

Ebaluazio jarraituan, honako jarduera hauek egin eta ebaluatu ahal izango dira: aurkezpenak, lan teorikoak eta/edo problemak ebazteko lanak, praktikak, proba partzialak eta amaierako proba idatzia.

Azken kalifikazioa honela lortuko da:

%97: bi aukera hauen artean handiena hartuko da:

1. Amaierako proba idatziko nota, %97ko pisuarekin.
2. Amaierako proba idatziko nota, %75eko pisuarekin, gehi ebaluazio jarraituko jarduerak $\frac{1}{2}$ lanak, aurkezpenak eta/edo proba partzialak $\frac{1}{2}$, %22ko pisuarekin.

%3: ordenagailuko praktikak.

Ohiko deialdiko data ofizialean egingo den amaierako proba idatzira aurkeztu ez den ikasleak Ez aurkeztua kalifikazioa jasoko du.

Ebaluazio jarraituan parte hartu nahi ez duen ikasleak ebaluazio jarraituari ofizialki uko egin ahal izango dio. Horretarako, idatzi bat aurkeztu beharko dio irakasgaiaren ardura duen irakasleari. Idatzi hori lauhilekoa hasten denetik gehienez bederatzi asteko epean aurkeztu beharko da.

Azken ebaluazioa

Ebaluazio jarraituari uko egiten dion ikaslea amaierako proba baten bidez ebaluatuko da. Proba hori ohiko deialdiko data ofizialean egingo da, eta irakasgaiko gaitasun guztiak ebaluatuko dira.

Ebaluazio mota honetan, kalifikazioaren %100 honela banatuko da:

%97: amaierako proba idatzia.

%3: ordenagailuko praktiken proba.

Ebaluazio mota guztietan, irakasgaia gainditzeko, beharrezkoa izango da amaierako proba idatzian gutxienez 5 puntu lortzea 10etik.

Irakasgai hau ebaluatzeko proba eta jardueren ardatz izango dira UPV/EHUren araudian xedatzen diren printzipioak: zuzentasun akademikoa, zintzotasuna eta jarrera etikoa. Ikasleak onartzen eta gogoratzen du unibertsitatean matrikula egin zuenean Zintzotasunez eta portaera etikoak jokatzeko konpromiso adierazpena izenpetu zuela eta, haren bidez, hitzeman zuela plagiorik edo bestelako iruzur akademikorik ez zuela egingo, ezta ebaluazio probetan eta lanetan baimenduta ez dagoen objektu eta gailu teknologikorik erabiliko ere $\frac{1}{2}$ adimen artifizialeko tresnak barne, halakorik berariaz baimenduta ez dagoenean $\frac{1}{2}$. Betebehar horiek urratzeak ondorio akademiko eta diziplinazkoak izan ditzake, unibertsitatean indarrean dagoen araudian xedatutakoaren arabera.

EZOHIKO DEIALDIA: ORIENTAZIOAK ETA UKO EGITEA

Ezohiko deialdian proba idatzi bat egingo da, ezarritako data ofizialean. Proba horretan irakasgaiko gaitasun guztiak ebaluatuko dira.

Azken kalifikazioa honela lortuko da:

%97: bi aukera hauen artean handiena hartuko da:

1. Ezohiko proba idatziko nota, %97ko pisuarekin.
2. Ezohiko proba idatziko nota, %75eko pisuarekin, gehi lauhilekoan zehar egindako ebaluazio jarraituko jarduerak χ lanak, aurkezpenak eta/edo proba partzialak χ , %22ko pisuarekin.

%3: ordenagailuko praktiken proba.

Ohiko deialdian ordenagailuko praktiketan lortutako nota ezohiko deialdirako gordeko da. Praktika horietan notarik ez duten ikasleek, edo nota hobetu nahi dutenek, ordenagailuko praktiken proba egin ahal izango dute ezohiko deialdian.

Irakasgaia gainditzeko, beharrezkoa izango da ezohiko proba idatzian gutxienez 5 puntu lortzea 10etik.

NAHITAEZ ERABILI BEHARREKO MATERIALAK

BIBLIOGRAFÍA

Oinarrizko bibliografia

G. GRIMMETT y D. WELSH, Probability: an introduction, Oxford Science Publications.
J. PITMAN, Probability, Springer-Verlag.
S.M. ROSS, A First Course in Probability, Prentice Hall.

Gehiago sakontzeko bibliografia

Aldizkariak

Interneteko helbide interesgarriak

R Core Team (2020). R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria.
URL <http://www.R-project.org/>

OHARRAK

COURSE GUIDE

2026/27

Faculty 310 - Faculty of Science and Technology**Cycle** .**Degree** GMATEM31 - Bachelor's Degree in Mathematics**Year** Second year**COURSE**

26689 - Probability Calculus

Credits, ECTS: 6**COURSE DESCRIPTION**

In this course, the basic concepts, techniques and results of Probability Calculus are presented.

To learn this course, it is advisable to have studied or being studying with sufficient benefit, the course of Differential and Integral Calculus II.

This course provides basic concepts and techniques for the course Statistical Inference, which is studied at the third level. In addition, the student acquires an intuitive basis of probability theory, which allows for a rigorous formalization of probability theory in the fourth-grade course called Probability and Stochastic Processes.

COMPETENCIES/LEARNING RESULTS FOR THE SUBJECT**SPECIFIC ABILITIES**

M03CM01-To know the basic concepts and results of probability calculus and statistics.

M03CM02-To be trained in major probability distributions and usual techniques of statistical inference.

M03CM03-A correct use of terminology related to random phenomena and data analysis.

M03CM04-A correctly modeling of common situations about random phenomena.

M03CM05- To be familiar with the adequate informatic resources for the treatment of the mentioned situations and handle some of them correctly

M03CM06- To select correctly the adequate technique of analysis, depending on the goal that is aimed in the study of such situations

M03CM07-To make accurate calculations and / or graphical expressions necessary to study random phenomena, using theoretical and / or computational resources.

M03CM08-To interpret the results of the analyzes carried out with a critical sense.

RESULTS FROM STUDYING THIS COURSE

To know how to solve problems in probability calculus that can be complex, both in the discrete and continuous case.

Carry out estimations of significant quantities (probabilities, means, etc), when the exact calculation is not possible.

Theoretical and Practical Contents

1. PROBABILITY: Random phenomena. Events. Probability-space. Examples. Basic rules of probability calculus.

Conditional probability. Independent events.

2. RANDOM VARIABLES: Concept. Probability-distribution. Distribution function. Discrete and continuous variables. Main examples of distributions.

3. RANDOM VECTORS: Concept. Probability-distribution. Main examples. Marginal-distributions. Independence between random variables. Conditional distributions.

4. EXPECTATION: Concept and main properties. Calculation of expectation of discrete and continuous random variables.

5. MOMENTS: Concept. Probability generating function. Moment generating function. Variance. Covariance. Correlation.

6. LAW OF LARGE NUMBERS: Random variables convergence modes. Strong and weak laws of large numbers. Central limit theorem.

TEACHING METHODS

The theoretical content will be explained in master classes, following the references that have been provided in the Bibliography as well as in the materials to be used. To complete these master classes, there are classroom practices where the students solve problems by means of the obtained knowledge in theoretical classes. In the seminars, exercises and examples that are indicative of the subject will be developed. In general, these exercises and examples will be given to the students in advance so that they can practice them themselves as well as to motivate reflection and discussion in the appropriate session. On the other hand, computer skills will be developed in the subject focused on achieving the abilities of the course.

TYPES OF TEACHING

Types of teaching	M	S	GA	GL	GO	GCL	TA	TI	GCA
Hours of face-to-face teaching	30	6	21		3				
Horas de Actividad No Presencial del Alumno/a	45	9	31,5		4,5				

Legend: M: Lecture-based

S: Seminar

GA: Applied classroom-based groups

GL: Applied laboratory-based groups

GO: Applied computer-based groups

GCL: Applied clinical-based groups

TA: Workshop

TI: Industrial workshop

GCA: Applied fieldwork groups

Evaluation methods

- Continuous evaluation
- End-of-course evaluation

Evaluation tools and percentages of final mark

- See orientations 100%

ORDINARY EXAMINATION PERIOD: GUIDELINES AND OPTING OUT

CONTINUOUS EVALUATION GUIDELINES:

In this course, presentations, the resolution of theoretical work and practical exercises, computer laboratory practices and written tests will be evaluated.

More precisely:

Final written exam (75%)

Computer laboratory practices, exercises, partial exams, presentation of works (25%)

Evaluation system:

97%: The maximum of the following two results will be calculated: 1) Written exam (97%) and 2) Written exam (75%, it will be necessary to take at least 5 out of 10 to pass the subject) plus work, presentations and partial exams during the semester (% 22)

3%: Examination of computer practices

Students who do not carried out to the final written exam on the day of the regular call will be assessed as ¿Not Presented¿.

Students who do not wish to participate in the continuous evaluation must formally refuse it by presenting a written statement to the teacher in charge of the subject within a period of nine weeks from the beginning of the semester stating that he/she refuses the continuous evaluation.

FINAL EVALUATION GUIDELINES:

On the day of the regular call, there will be a test that assesses all the abilities developed in the subject and this test will be the 100% of the final note (written exam 97%, examination of computer practices 3%).

EXTRAORDINARY EXAMINATION PERIOD: GUIDELINES AND OPTING OUT

On the day of the extraordinary call, there will be an exam that assesses all the abilities developed in the subject. This test will be evaluated as follows:

97%: The maximum of the following two results will be calculated: 1) Written exam (97%) and 2) Written exam (75%, it will be necessary to take at least 5 out of 10 to pass the subject) plus work, presentations and partial exams during the semester (% 22)

3%: Examination of computer practices

If the average mark of the computer laboratory exam is 4 out of 10 or higher, it is not necessary to take the computer laboratory exam in the non-regular call.

The exams and assessment activities for this course will be conducted in accordance with the principles of academic integrity, honesty, and ethical conduct established in EHU regulations. Upon enrolling at EHU, students signed the Declaration of Commitment to Ethical Behavior and Academic Integrity pledging not to engage in plagiarism, academic fraud, or use unauthorized materials or devices¿including artificial intelligence tools when not expressly permitted¿in exams and academic assignments. Failure to comply with these obligations may result in the academic and disciplinary consequences provided for in current university regulations.

MANDATORY MATERIALS

BIBLIOGRAPHY

Basic bibliography

G. GRIMMETT y D. WELSH, Probability: an introduction, Oxford Science Publications.

J. PITMAN, Probability, Springer-Verlag.

S.M. ROSS, A First Course in Probability, Prentice Hall.

Detailed bibliography

Journals

Web sites of interest

R Core Team (2018). R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria.
URL <http://www.R-project.org/>

OBSERVATIONS

IRAKASGAIA

26687 - Topologia

ECTS kredituak: 6**IRAKASGAIAREN AZALPENA ETA TESTUINGURUA ZEHAZTEA**

Irakasgaiaren helburua ikaslea Topologia Orokorreko oinarritzko teknika eta nozioekin ohitzea da.

Lehendabizi ikasleak espazio topologikoak definitzeko modu ezberdinak ezagutzea da gure xedea, ireki oinarri eta azpionarriak, inurune-sistemak eta ingurune-oinarriak erabiliz. Lehenengo gai honetan espazio metrikoren azterketak arreta berezia merezi du.

Jarraian Topologia Orokorreko oinarritzko gai batzuk aztertzen dira: funtzioen jarraitutasuna, espazio topologiko eratorriak eraikitzea (biderkadura eta zatidura espazioak), trinkotasuna eta konexutasuna.

Irakasgaiaren helburua zera da, ikaslea topologiaren ezagutzarekin hastea, Geometria eta Topologia eta Analisi Matematiko arloetako beste hainbat irakasgaitan beharrezkoak diren oinarritzko egiturak aztertuz.

GAITASUNAK / IRAKASGAIA IKASTEAREN EMAITZAK**GAITASUN ESPEZIFIKOAK**

M02CM11 - Espazio topologiko eta metrikoren oinarritzko kontzeptu, metodo eta emaitzak (eta horien frogapenak) ezagutzea eta bereganatzea.

M02CM12 - Jarraitutasuna, trinkotasuna eta konexutasunaren kontzeptuak ezagutzea eta erabiltzen jakitea.

M02CM13 - Egitura topologikoak adibide konkretuetan ezagutzea.

M02CM14 - Espazio topologikoen adibideak eraikitzea azpiespazio topologiko, biderkadura espazio eta zatidura espazioaren nozioak erabiliz.

M02CM15 - Segiden konbergentzia erabiltzea jarraitutasuna eta trinkotasuna aztertzeko.

IRAKASGAIA IKASTEAREN EMAITZAK

- Egitura topologikoak adibide konkretuetan ezagutzea.

- Espazio topologikoen adibideak eraikitzen jakitea azpiespazio topologiko, biderkadura espazio eta zatidura espazioaren nozioak erabiliz.

- Segiden konbergentzia erabiltzen jakitea jarraitutasuna eta trinkotasuna aztertzeko.

EDUKI TEORIKO-PRAKTIKOAK

1. ESPAZIO TOPOLOGIKOAK: Topologia. Azpimultzo irekiak eta itxiak. Topologia baten oinarria eta azpionarria. Inguruneak. Ingurune-oinarriak. Distantzia. Espazio metrikoa. Bola irekiak eta itxiak.

2. AZPIMULTZOAK ESPAZIO TOPOLOGIKOETAN: Multzo baten barrualdea. Multzo baten itxitura. Metatze-puntuak eta puntu isolatuak. Multzo deribatua. Multzo baten muga.

3. JARRAITUTASUNA: Aplikazio jarraituak. Homeomorfismoak. Propietate topologikoak. Segidak espazio metrikoetan: konbergentzia eta segidazko jarraitutasuna.

4. ESPAZIO TOPOLOGIKOEN ERAIKUNTZA: Azpiespazioak. Aplikazio konbinatuak. Murgilketak. Biderkadura topologia. Proiekzioak. Zatidura topologia. Identifikazioak.

5. TRINKOTASUNA: Espazio eta azpimultzo trinkoak. Espazio trinkoen biderkadura. Segidazko trinkotasuna. Trinkotasuna Hausdorff espazioetan.

6. KONEXUTASUNA ETA BIDEZKO KONEXUTASUNA: Espazio eta azpimultzo konexuak. Osagai konexuak. Bideak espazio topologikoetan. Bidezko konexutasuna. Osagai bidez konexuak.

METODOLOGIA

Eduki teorikoa eskola magistralen bidez azalduko da, horretarako bibliografian eta nahitaezko materialean ageri diren oinarritzko erreferentziak erabiliko direlarik.

Eskola magistral hauen osagarri gisa ariketa-eskolak erabiliko dira. Horietan, eskola teorikoetan landutako edukien alde praktikoa jorratuko da.

Azkenik, mintegietan ikasleek aktiboki parte hartuko dute eta klase horietan irakasgai honetako zenbait adibide edota ariketa adierazgarri ebatziko dituzte.

IRAKASKUNTZA MOTAK

Eskola mota	M	S	GA	GL	GO	GCL	TA	TI	GCA
Ikasgelako eskola-orduak	36	6	18						
Horas de Actividad No Presencial del Alumno/a	54	9	27						

Legenda: M: Magistrala S: Mintegia GA: Gelako p.
GL: Laborategiko p. GO: Ordenagailuko p. GCL: P. klinikoak
TA: Tailerra TI: Tailer Ind. GCA: Landa p.

EBALUAZIO-SISTEMAK

- Ebaluazio jarraituaren sistema
- Azken ebaluazioaren sistema

KALIFIKAZIOKO TRESNAK ETA EHUNEKOAK

- Ikus ORIENTAZIOAK % 100

OHIKO DEIALDIA: ORIENTAZIOAK ETA UKO EGITEA

Irakasgai hau ebaluatzen proba eta jardueren ardatz izango dira UPV/EHUren araudian xedatzen diren printzipioak: zuzentasun akademikoa, zintzotasuna eta jarrera etikoa. Ikasleak onartzen eta gogoratzen du unibertsitatean matrikula egin zuenean zintzotasunez eta portaera etikoz jokatzeko konpromiso adierazpena izenpetu zuela eta, haren bidez, hitzeman zuela plagiorik edo bestelako iruzur akademikorik ez zuela egingo, ezta ebaluazio probetan eta lanetan baimenduta ez dagoen objektu eta gailu teknologikorik erabiliko ere (adimen artifizialeko tresnak barne, halakorik berariaz baimenduta ez dagoenean). Betebehar horiek urratzeak ondorio akademiko eta diziplinazkoak izan ditzake, unibertsitatean indarrean dagoen araudian xedatutakoaren arabera.

EBALUAZIO JARRAITUA

Azterketa idatzia. (Pisua: %70-%85)

Irizpideak:

- Arrarazoibide eta definizioen doitasuna.
- Hizkuntza matematikoaren erabilera zuzena.
- Arrazoibide prozedura zuzena, erabilitako argudioen eta bitarteko pausuen azalpen argia eta ordenatuarekin.

Mintegiak (Pisua: %5-%10)

Irizpideak:

- Erantzun zuzenak eta hizkuntza matematikoaren erabilera zuzena.
- Arrarazoibideen argitasuna.
- Ahozko aurkezpenetan, ordena eta doitasuna.

Idatzitako ariketen ebazpena (Pisua: %10-%20)

Irizpideak:

- Erantzun zuzenak eta hizkuntza matematikoaren erabilera zuzena.
- Arrarazoibideen argitasuna.
- Entregatutako ariketetan, ordena eta doitasuna.

AZKEN EBALUAZIOA (ebaluazio jarraituari uko egiten dioten ikasleentzat)

Azterketa idatzia: 100%

EZOHIKO DEIALDIA: ORIENTAZIOAK ETA UKO EGITEA

Irakasgai hau ebaluatzen proba eta jardueren ardatz izango dira UPV/EHUren araudian xedatzen diren printzipioak: zuzentasun akademikoa, zintzotasuna eta jarrera etikoa. Ikasleak onartzen eta gogoratzen du unibertsitatean matrikula egin zuenean zintzotasunez eta portaera etikoz jokatzeko konpromiso adierazpena izenpetu zuela eta, haren bidez, hitzeman zuela plagiorik edo bestelako iruzur akademikorik ez zuela egingo, ezta ebaluazio probetan eta lanetan baimenduta ez dagoen objektu eta gailu teknologikorik erabiliko ere (adimen artifizialeko tresnak barne, halakorik berariaz baimenduta ez dagoenean). Betebehar horiek urratzeak ondorio akademiko eta diziplinazkoak izan ditzake, unibertsitatean indarrean dagoen araudian xedatutakoaren arabera

Azterketa idatzia: 100%

NAHITAEZ ERABILI BEHARREKO MATERIALAK

Gelako apunteak. Proposatutako ariketen zerrendak.

BIBLIOGRAFÍA

Oinarrizko bibliografia

Teoria

R. AYALA, E. DOMINGUEZ y A. QUINTERO; Elementos de Topología General, Addison-Wesley Iberoamericana, 1997.
J. R. MUNKRES, Topología, Prentice Hall, 2002.
S. WILLARD, General Topology, Dover Publications Inc, 2004.

Ariketak

G. FLEITAS MORALES Y MARGALEF ROIG, Problemas de Topología General, Alhambra, 1980.
G. FLORY; Ejercicios de Topología y Análisis, Reverté, 1978.
E.G. MILEWSKI, Problem solvers. Topology, Research & Education Association, 1994.

Gehiago sakontzeko bibliografia

I. ADAMSON; A General Topology Workbook, Birkhäuser, 1995.
E. BURRONI, J. PENON, La géometrie du caoutchouc. Topologie, Ellipses, 2000.
L. A. STEEN y J. A. SEEBACH, Counterexamples in Topology, Dover, 1995.
O. YA. VIRO, O. A. IVANOV, N. YU. NETSVETAEV y V. M. KHARLAMOV, Elementary Topology. Problem Textbook, AMS, 2008.

Aldizkariak

Americal Mathematical Monthly

Interneteko helbide interesgarriak

Topology without tears
<http://www.topologywithouttears.net/>

Topology Atlas
<http://at.yorku.ca/topology/>

OHARRAK

Ikastegia 310 - Zientzia eta Teknologia Fakultatea**Zikl.** Zehaztu gabea**Plana** GMATEM31 - Matematikako Gradua**Ikastaroa** 2. maila**IRAKASGAIA**

26667 - Zenbakizko Metodoak I

ECTS kredituak: 6**IRAKASGAIAREN AZALPENA ETA TESTUINGURUA ZEHAZTEA**

Irakasgai honek eta hirugarren mailako Zenbakizko Metodoak II irakasgaiak duten helburu komuna da Zenbakizko Analisiaren oinarritzko metodo eta teknika garrantzitsuenetarikoz batzuen aurkezpen sistematikoa eskaini ahal izatea. Bietarako ordenagailu praktikak burutzea derrigorrezko betekizuna izango da programazio hizkuntza bat erabiliz. Irakasgai hauekin nahi da ikasleak materia horien oinarritzko prestakuntza horizontala lor dezala horrelako ezagupenak eta trebetasunak ulertzeko eta aplikatzeko elkarrekin erlazionatutako askotariko norabideetan.

GAITASUNAK / IRAKASGAIA IKASTEAREN EMAITZAK**GAITASUNAK**

M05CM01 - Zenbakizko kalkuluaren oinarritzko teknikak eta haien itzulpena algoritmoetara edo problema-soluzioen metodo eraikitzaileetara ezagutzea.

M05CM02 - Ikasitako zenbakizko metodoak egituratutako lengoia batean programatzea eta era eraginkorrean aplikatzea.

M05CM03 - Ikasitako metodo batzuk erabiltzen eta aplikatzen dituzten pakete informatikoak erabiltzea, eta horiek tresna moduan erabiltzea ikasleek eurek egindako programetan.

M05CM04 - Problema zehatz baterako zenbakizko metodo baten edo beste baten egokitasuna analizatzea, errore analisis, kostu konputazionalen eta beste ezaugarri batzuetan oinarrituta.

M05CM05 - Kalkulu prozesu baten ondoren lortutako emaitzak ebaluatzea eta ondorioak ateratzea, eta hori guztia ahoz eta idatziz komunikatzen jakitea.

IRAKASGAIAREN IKASKUNTZA EMAITZAK

Zenbakizko ebazpen-algoritmoak erabiltzea, ordenagailuan zenbakizko metodoak programatzea, algoritmo horiek programazio-lengoia egituratu batean aplikatuz, eta modu eraginkorrean aplikatzea.

EDUKI TEORIKO-PRAKTIKOAK**EDUKI TEORIKOAK**

1. ZENBAKIZKO METODOEN SARRERA: Ordenagailuaren eta errore hedakuntzaren aritmetika.
2. MATLAB-I BURUZKO OINARRIZKO NOZIOAK.
3. EKUAZIO LINEALEN SISTEMEN EBAZPENA: Metodo zuzenak. Minimo karratuen metodoak eta sistema gaindeterminatuak.
4. EKUAZIOEN ETA SISTEMA EZ-LINEALEN EBAZPENA: Ekuazio ez-linealen erro-bilaketa metodoak. Puntu finkoaren metodoak eta Newton-en metodoa.

EDUKI PRAKTIKOAK

Ordenagailuko praktikak eduki teorikoen gaiekin elkartuta daude. Eduki horiek sendotuko dira eta ikasitako algoritmoak egokiro inplementatuko dira.

METODOLOGIA

Eduki teorikoa eskola magistraletan azalduko da eGELA plataformako ikasgela birtualean gordetako apunteei jarraituz. Eskola magistral horiek problema eskolekin (ikasgelako praktikekin) osatuko dira eta haietan ikasleek ariketak proposatuko zaizkie eskola teorikoetan lortutako ezagupenak aplikatzeko. Mintegietan irakasgaiaren edukiko ariketa eta adibide adierazgarriak garatuko dira; orokorrean, horiek ikasleek lehenago emanda izango dira, hauek bere kabuz lantzeko, gero gai horri esleitutako saio batean hausnartzeko eta eztabaidatzeko. Gainera, irakasgaiaren gaitasunak lortzera zuzendutako ordenagailu praktikak egingo dira. Praktika hauek programazio hizkuntza batean burutuko dira, irakasgai honetan MATLAB erabiliiko dugu.

IRAKASKUNTZA MOTAK

Eskola mota	M	S	GA	GL	GO	GCL	TA	TI	GCA
Ikasgelako eskola-orduak	30	6	9		15				
Horas de Actividad No Presencial del Alumno/a	45	9	13,5		22,5				

Legenda: M: Magistrala S: Mintegia GA: Gelako p.
GL: Laborategiko p. GO: Ordenagailuko p. GCL: P. klinikoak
TA: Tailerra TI: Tailer Ind. GCA: Landa p.

EBALUAZIO-SISTEMAK

- Ebaluazio jarraituaren sistema
- Azken ebaluazioaren sistema

KALIFIKAZIOKO TRESNAK ETA EHUNEKOAK

- Ikusi ORIENTAZIOAK % 100

OHIKO DEIALDIA: ORIENTAZIOAK ETA UKO EGITEA

Ohiko deialdian ebaluazioak honako banaketa hau izango du:

Azken idatzizko azterketa: %60
Ordenagailu praktikako azterketa: %20
Azterketa partziala eta/edo mintegiak: %20

Aurreko portzentajeak aplikatzeko, beharrezkoa izango da azken idatzizko azterketa eta ordenagailu praktikako azterketan gutxienez 10etik 4,5eko nota lortzea; bestela, azkenengo nota izango da batez besteko haztatua eta 4,5en arteko minimoa.

Ebaluazio jarraitua egin nahi ez duten ikasleek aukera izango dute azken ebaluazioa aukeratzeko. Hala ere, aukera hau egiten duten ikasleek irakasleari idatziz adierazi beharko diote lauhilabetekoa hasi eta gehienez 9 asteko epean. Ikasle horiek bi azterketak egin behar dituzte. Era berean, ikasturtean zehar landutako gaitasunak ebaluatzeko, ahozko eta/edo idatzizko proba bat egin dezan eskatu ahal izango zaie, edo azterketen bidez ebaluatu ahal izango dira.

Nahiz eta ikasturtean zehar egindako jarduerak izan, azken idatzizko azterketara aurkeztu ez den ikaslearen kalifikazioa "ez-aurkeztua" izango da.

Irakasgai hau ebaluatzeko proba eta jardueren ardatz izango dira UPV/EHUren araudian xedatzen diren printzipioak: zuzentasun akademikoa, zintzotasuna eta jarrera etikoa. Ikasleak onartzen eta gogoratzen du unibertsitatean matrikula egin zuenean Zintzotasunez eta portaera etikoz jokatzeko konpromiso adierazpena izenpetu zuela eta, haren bidez, hitzeman zuela plagiorik edo bestelako iruzur akademikorik ez zuela egingo, ezta ebaluazio probetan eta lanetan baimenduta ez dagoen objektu eta gailu teknologikorik erabiliko ere, adimen artifizialeko tresnak barne, halakorik berariaz baimenduta ez dagoenean. Betebehar horiek urratzeak ondorio akademiko eta diziplinazkoak izan ditzake, unibertsitatean indarrean dagoen araudian xedatutakoaren arabera.

EZOHIKO DEIALDIA: ORIENTAZIOAK ETA UKO EGITEA

Ebaluazio-irizpideak ohiko deialdiko berberak izango dira. Zehazki, azkenengo idatzizko azterketa bat eta ordenagailu praktiken azterketa bat egingo dira. Era berean, ikasturtean zehar landutako gaitasunak ebaluatzeko, ahozko eta/edo idatzizko proba bat egin dezan eskatu ahal izango zaio, edo azterketen bidez ebaluatu ahal izango da. Edonola ere, ohiko deialdian egindako jardueren ebaluazioa ezohiko deialdian mantendu egingo da, baldin eta gutxienez 10etik 5eko nota lortu bada eta ikasleak kontrakoa eskatzen ez badu.

NAHITAEZ ERABILI BEHARREKO MATERIALAK

EGELA plataforman irakasleak jarritako apunteak eta beste ikasmaterial batzuk.

BIBLIOGRAFÍA

Oinarrizko bibliografia

C.B. Moler: Numerical Computing with MATLAB, SIAM, 2004.
J.M. Sanz-Serna: Diez lecciones de Cálculo Numérico, Universidad de Valladolid, 2010.
J. Stoer and R. Bulirsch: Introduction to Numerical Analysis. Springer-Verlag, Inc., 1993.
K.E. Atkinson: An Introduction to Numerical Analysis, John Wiley & Sons, 1989.
U.M. Ascher and C. Greif: A First Course in Numerical Analysis, SIAM, 2011.
M.H. Holmes: Introduction to Scientific Computing and Data Analysis, Springer 2016.

Gehiago sakontzeko bibliografia

L.N. Trefethen, D. Bau: Numerical Linear Algebra, SIAM, 1997.
N.J. Higham: Accuracy and Stability of Numerical Algorithms, SIAM, 1996.

A. Quarteroni, R.Sacco, F.Saleri: Numerical Mathematics, Springer, 2000.

Aldizkariak

Interneteko helbide interesgarriak

OHARRAK