Aprendiendo matemáticas a través de la literatura

Marta Macho Stadler
Departamento de Matemáticas
Facultad de Ciencia y Tecnología
Universidad del País Vasco-Euskal Herriko Unibertsitatea
http://www.ehu.es/~mtwmastm/

«Un des mathématiciens les plus éminents de notre siècle a dit avec beaucoup de justesse qu'il était impossible d'être mathématicien si l'on n'avait pas aussi l'âme d'un poète. Quant à moi, je n'ai jamais été capable de choisir entre ma passion pour les mathématiques et celle pour la littérature.»[1]

Sofia Kovalévskaya (1850-1891)

En mi opinión, en la educación de una persona, las ciencias y las letras deben compartir espacio de manera natural, sin comparaciones, ni prejuicios. Es vital comprender lo que se lee, saber razonar, desarrollar la creatividad, adquirir un pensamiento crítico... y en esta tarea, las ciencias y las letras deben aportar conjuntamente sus especiales singularidades.

La lectura es una parte esencial del aprendizaje, la intuición nos puede llevar a diferentes percepciones de un mismo texto... la reflexión y la fantasía entran en juego para recrear lo que otra persona ha plasmado en unas hojas.

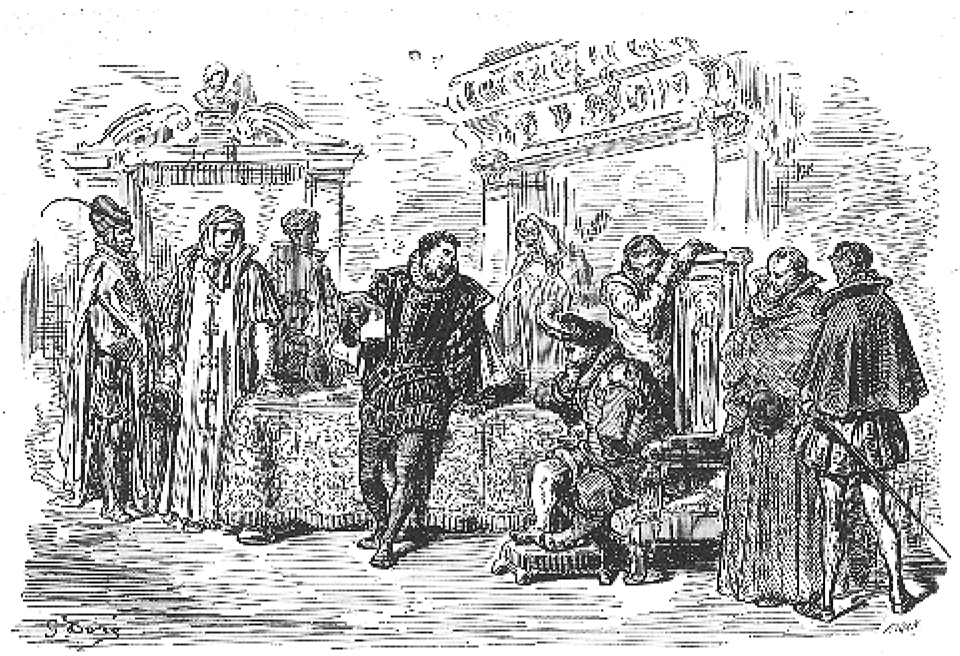
En este escrito, propongo precisamente un juego... viajar desde las páginas de un texto literario hasta un problema matemático... ¿Es esto posible? Por supuesto, nuestro día a día está impregnado de matemáticas; la literatura no podía escabullirse de esta influencia.

[1] *«Uno de los matemáticos más eminentes de nuestro siglo ha dicho con gran acierto que es imposible ser matemático si no se tiene alma de un poeta. En lo que a mi se refiere, nunca he sido capaz de elegir entre mi pasión por las matemáticas y aquella por la literatura.»*

1.- Jugando con la lógica

Miguel de Cervantes (1547-1616) nos proporciona en ***El Quijote*** una conocida paradoja lógica. En el tiempo en que Sancho Panza fue gobernador de la ínsula Barataria, tuvo que resolver complicadas situaciones que le planteaban sus habitantes. Éstos acudían a él buscando justicia, y Sancho les asombraba con sus acertadas sentencias. En el capitulo LI de la segunda parte de ***El Quijote*** puede leerse una de estas situaciones:

> *Señor, un caudaloso río dividía dos términos de un mismo señorío (y esté vuestra merced atento, porque el caso es de importancia y algo dificultoso). Digo, pues, que sobre este río estaba una puente, y al cabo della, una horca y una como casa de audiencia, en la cual de ordinario había cuatro jueces que juzgaban la ley que puso el dueño del río, de la puente y del señorío, que era en esta forma:* “Si alguno pasare por esta puente de una parte a otra, ha de jurar primero adónde y a qué va; y si jurare verdad, déjenle pasar, y si dijere mentira, muera por ello ahorcado en la horca que allí se muestra, sin remisión alguna”. [...] *Sucedió, pues, que tomando juramento a un hombre, juró y dijo que para el juramento que hacía, que iba a morir en aquella horca que allí estaba, y no a otra cosa. Repararon los jueces en el juramento y dijeron:* “Si a este hombre le dejamos pasar libremente, mintió en su juramento, y, conforme a la ley, debe morir; y si le ahorcamos, él juró que iba a morir en aquella horca, y, habiendo jurado verdad, por la misma ley debe ser libre”. *Pídese a vuesa merced, señor gobernador, qué harán los jueces con tal hombre.*



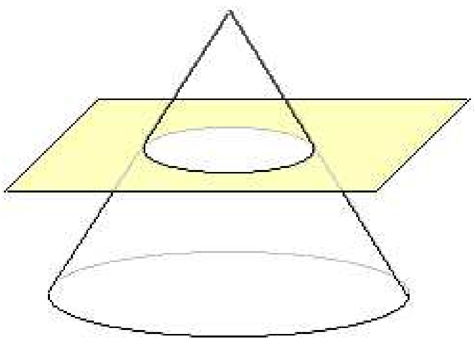
***Sancho Panza en Barataria*, Gustavo Doré**

Sancho Panza, tras percatarse de que el problema no tenía solución –estaba mal planteado desde el punto de vista de la lógica– decide actuar con indulgencia, liberando al hombre mencionado.

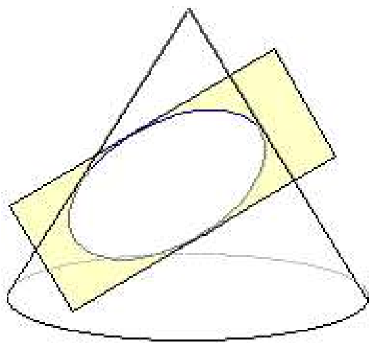
2.- Las matemáticas como lenguaje universal

La manera de comunicarse con civilizaciones de otros mundos debería utilizar un lenguaje universal: las matemáticas. El protagonista de ***El Planeta de los Simios*** de **Pierre Boulle (1912-1994)** sabía que éste era el único modo de captar la atención de la mona:

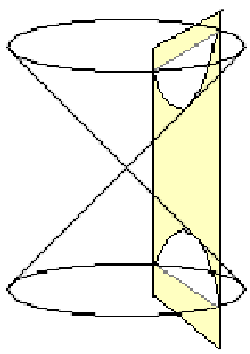
> *¿Cómo no se me había ocurrido utilizar este medio tan sencillo? Tratando de recordar mis estudios escolares, tracé sobre el carnet la figura geométrica que ilustra el* ***teorema de Pitágoras****. No escogí este tema por casualidad. Recordé que, en mi juventud, había leído un libro sobre empresas del futuro en el que se decía que un sabio había empleado este procedimiento para entrar en contacto con inteligencias de otros mundos.* […]
> *Ahora era ella la que se mostraba ávida de establecer contacto. Di las gracias mentalmente a Pitágoras y me atreví un poco más por la vía geométrica. Sobre una hoja de carnet dibujé lo mejor que supe las* ***tres cónicas*** *con sus ejes y sus focos; una elipse, una parábola y una hipérbola. Después, sobre la hoja de enfrente, dibujé un cono de revolución. Debo recordar que la intersección de un cuerpo de esta naturaleza con un plano es una de las tres cónicas que siguen el ángulo de intersección. Hice la figura en el caso de la elipse y, volviendo mi primer dibujo, indiqué con el dedo a la maravillada mona la curva correspondiente.*



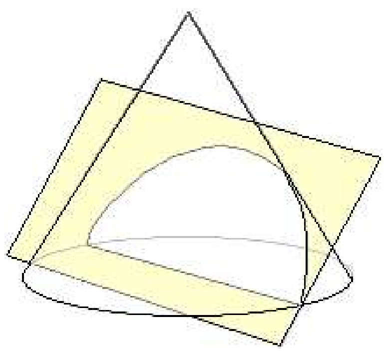
Circunferencia



Elipse



Hipérbola



Parábola

Aunque ha olvidado hablar de la circunferencia, el protagonista de la novela consigue establecer contacto con la chimpancé, que lo reconoce como un ser inteligente gracias a sus conocimientos matemáticos.

3.- Un problema de proporciones

Jonathan Swift (1667-1745) describe en ***Los viajes de Gulliver*** diferentes problemas de proporciones, dependiendo del país visitado por Gulliver. En Liliput, sucede lo siguiente:

> *Sólo podía mirar hacia arriba; el sol empezaba a calentar y su luz me ofendía los ojos. Oía yo a mi alrededor un ruido confuso; pero la postura en que yacía solamente me dejaba ver el cielo. Al poco tiempo sentí moverse sobre mi pierna izquierda algo vivo, que, avanzando lentamente, me pasó sobre el pecho y me llegó casi hasta la barbilla; forzando la mirada hacia abajo cuanto pude, advertí que se trataba de una criatura humana cuya altura no llegaba a seis pulgadas, con arco y flecha en las manos y carcaj a la espalda.* […] *Estas gentes son* ***excelentísimos matemáticos****, y han llegado a una gran perfección en las artes mecánicas con el amparo y el estímulo del emperador, que es un famoso protector de la ciencia.* […] *Quinientos carpinteros e ingenieros se pusieron inmediatamente a la obra para disponer la mayor de las máquinas hasta entonces construida. Consistía en un tablero levantado tres pulgadas del suelo, de unos siete pies de largo y cuatro de ancho, y que se movía sobre veintidós ruedas. Los gritos que oí eran ocasionados por la llegada de esta máquina, que, según parece, emprendió la marcha cuatro horas después de haber pisado yo tierra. La colocaron paralela a mí; pero la principal dificultad era alzarme y colocarme en este vehículo. Ochenta vigas, de un pie de alto cada una, fueron erigidas para este fin, y cuerdas muy fuertes, del grueso de bramantes, fueron sujetas con garfios a numerosas fajas con que los trabajadores me habían rodeado el cuello, las manos, el cuerpo y las piernas.* ***Novecientos*** *hombres de los más robustos tiraron de estas cuerdas por medio de poleas fijadas en las vigas, y así, en menos de tres horas, fui levantado, puesto sobre la máquina y en ella atado fuertemente.*

Parque de Gulliver, **Valencia**

¿Lo que relata Swift es creíble? ¿Son necesarias **900 personas** para instalar a Gulliver en el carro? Pensemos un poco: si un liliputiense mide *6 pulgadas* (15 cm), Gulliver que mide aproximadamente *6 pies* (180 cm) es 12 veces más alto que los primeros. Pero, un liliputiense no es sólo 12 veces más bajo que Gulliver, sino que es 12 menos voluminoso –su aspecto es como el de un ser humano–. Así, un liliputiense pesa 12^3 = 1.728 veces menos que nuestro héroe. Swift habla de 900 liliputienses (más o menos la mitad de 1.728), cada uno debe desplazar el equivalente a dos veces él mismo, lo que parece posible para liliputienses fuertes, ayudados por un sistema de cuerdas y poleas…

Esta relación volumétrica entre los liliputienses y Gulliver vuelve a aparecer al hablar de la preparación de la comida para el "gigante"; se confirma así el cálculo que acabamos de hacer:

> *El lector puede tener el gusto de observar que en la última de las normas necesarias para recobrar la libertad, el Emperador estipula que se me conceda una cantidad de comida y bebida suficiente para mantener a* ***1.728*** *liliputienses. Algún tiempo después, habiendo preguntado a un amigo de la Corte cómo se las arreglaron para fijar una cifra tan concreta, me dijo que los* ***matemáticos*** *de su Majestad, tras medir la altura de mi cuerpo usando un cuadrante y descubrir que era más grande que el suyo en la proporción de doce a uno, concluyeron por la semejanza de sus cuerpos que el mío debía contener, al menos, 1.728 de los suyos y consecuentemente requeriría tanto alimento como se necesitaba para mantener el mismo número de liliputienses.*

4.- Una muy mala utilización de las fracciones

En la obra ***Mario***, de **Marcel Pagnol (1895-1974)**, aparece el siguiente simpático diálogo[2] entre César, el dueño de un bar en Marsella, y su sobrino Mario que quiere aprender los secretos de la profesión:

[2] Traducido del original francés por la autora.

- César: *Pones primero un tercio de curaçao. Pero ten cuidado: un tercio pequeñito. Bueno. Ahora un tercio de limón. Un poco más grande. Bueno. Ahora un BUEN tercio de Amer Picon. Mira el color. Fíjate que bonito es. Y al final, un GRAN tercio de agua. Ya está.*
- Mario: *Y esto hace* ***cuatro tercios.***
- César: *Exactamente. Espero que, esta vez, hayas comprendido*. [...]
- Mario: *En un vaso, no hay más que tres tercios.*
- César: *Pero imbécil, ¡eso depende del tamaño de los tercios!*

Aunque este diálogo parece un auténtico disparate, muchas personas tienen enormes dificultades en la utilización de las fracciones...

5.- Sobre grandes números

Jorge Luis Borges (1899-1986) describe magistralmente ***La Biblioteca de Babel***:

> *A cada uno de los muros de cada hexágono corresponden cinco anaqueles; cada anaquel encierra treinta y dos libros de formato uniforme; cada libro es de cuatrocientas diez páginas; cada página de cuarenta renglones; cada renglón de unas ochenta letras.* [...] *La biblioteca es total y en sus anaqueles se registran todas las posibles combinaciones de los veintitantos símbolos ortográficos, o sea, todo lo que es dable expresar. Todo: la historia minuciosa del porvenir, las autobiografías de los arcángeles, el catálogo fiel de la biblioteca, miles y miles de catálogos falsos, la demostración de la falacia de esos catálogos, el evangelio gnóstico de Basílides, el comentario de ese evangelio, el comentario del comentario, la relación verídica de tu muerte.*

***La Torre de Babel*, Pieter Bruegel**

Como bien dice Borges, la biblioteca es enorme, aunque no infinita: si todos los libros se limitan a 410 páginas, cada página tiene 40 renglones y cada renglón 80 letras, tenemos 410 x 40 x 80 = 1.312.000 caracteres por libro. Cada carácter puede tomar 25 valores (lo dice Borges en el texto), con lo que hay más de $25^{1.312.000}$ obras diferentes.

Escribir esta cantidad de libros requiere unas ***1.834.100*** (aproximadamente 1.312.000 log25) cifras. Y efectivamente, es extraordinariamente grande; por ejemplo, 10^p tiene sólo p+1 cifras…

6.- Estimando cantidades

Debajo aparece parte de la escena segunda del acto primero de ***Romeo y Julieta*** de **William Shakespeare (1564-1616):**

- Criado: *Buenos días. ¿Sabéis leer, hidalgo?*
- Romeo: *Ciertamente que sí.*
- Criado: *¡Raro alarde! ¿Sabéis leer sin haberlo aprendido? ¿Sabréis leer lo que ahí dice?*
- Romeo: *Si el concepto es claro y la letra también.*
- Criado: *¿De verdad? Dios os guarde.*
- Romeo: *Espera, que probaré a leerlo. “El señor Martín, y su mujer e hijas, el conde Anselmo y sus hermanas, la viuda de Viturbio, el señor Plasencio y sus sobrinas, Mercutio y su hermano Valentín, mi tío Capuleto con su mujer e hijas, Rosalía mi sobrina, Livia, Valencio y su primo Teobaldo, Lucía y la hermosa Elena” ¡Lucida reunión! ¿Y dónde es la fiesta?*
- *Criado: Allí.*

¿Podemos estimar cuantas personas acudirán a esta fiesta? Llamemos **I** al conjunto de los invitados, **A** al conjunto de las personas que llegan solas, **B** al conjunto de los invitados que llegan acompañados por otra persona y **C** el de aquellos que llegan acompañados por varias personas. La siguiente tabla nos ayuda a aclarar lo que sucede:

Conjunto	Invitados	Núm. invitados
A	La viuda de Viturbio La sobrina Rosalía Livia	**1** **1** **1**
B	Mercutio y su hermano Valentín Valencio y su primo Teobaldo Lucía y la hermosa Elena	**2** **2** **2**
C	El conde Anselmo y sus hermanas El señor Plasencio y sus sobrinas El señor Martín, su mujer y sus hijas El tío Capuleto, su mujer y sus hijas	$\geq$ **3** $\geq$ **3** $\geq$ **4** $\geq$ **4**

Así, en términos de cardinales –es decir, de números de elementos de cada conjunto–, tenemos:

Card(**A**)=3, Card(**B**)=6 y Card(**C**) $\geq$ 14.

***Romeo y Julieta*, Douglas Wright**

Con lo que, aunque no sabemos cuantos invitados acudirán en realidad, la cantidad ***mínima*** de asistentes a esta *lucida reunión* es de 23…

7.- Cambios de unidades

Mark Twain (1835-1910) relata las aventuras de ***Tom Sawyer*** en la escuela del siguiente modo:

> *Cuando llegó el momento de dar las lecciones, ninguno se las sabía bien y había que irles apuntando durante todo el trayecto. Sin embargo, fueron saliendo trabajosamente del paso, y a cada uno se le recompensaba con vales azules, en los que estaban impresos pasajes de las Escrituras. Cada vale azul era el precio de recitar dos versículos; diez vales azules equivalían a uno rojo, y podían cambiarse por uno de éstos; diez rojos equivalían a uno amarillo, y por diez vales amarillos el superintendente regalaba una Biblia, modestamente encuadernada (valía cuarenta centavos en aquellos tiempos felices), al alumno.* […]
> *Y entonces, cuando había muerto toda esperanza, Tom Sawyer se adelantó con nueve vales amarillos, nueve vales rojos y diez azules, y solicitó una Biblia. Fue un rayo cayendo de un cielo despejado. Walters no esperaba una petición semejante, de tal persona, en los próximos diez años.*

¿Realmente merece Tom una Biblia? Si llamamos **A** al número de puntos amarillos, **R** al de puntos rojos y **B** al de puntos azules, los puntos que tiene Tom son justamente:

$$\mathbf{9A + 9R + 10B}$$

Y como: **1A = 10R= 100B**, Tom tiene realmente:

$$\mathbf{900B + 90B + 10B = 1.000B = 10\ A = 1\ biblia.}$$

Mark Twain resting by the river, **Gabriel Caprav**

8.- Usando la geometría: el Teorema de Thales

En la obra de **Julio Verne (1828-1905)** aparecen personajes con diferentes formaciones en el mundo de la ciencia o la ingeniería, aunque ninguno de ellos es matemático. Sin embargo, abundan las referencias matemáticas en toda su obra. En ***La isla misteriosa*** tenemos la siguiente lección de geometría, magníficamente razonada:

> *La salida del sol, en un horizonte puro, anunció un día magnífico, uno de esos hermosos días otoñales con los que se despide la estación calurosa. Había que completar los elementos de las observaciones de la víspera, mediante la medición de la altitud de la meseta panorámica sobre el nivel del mar.*
> *- ¿No va a necesitar un instrumento análogo al de ayer? -preguntó Harbert al ingeniero.*
> *- No, hijo mío -respondió éste-. Vamos a proceder de otro modo y casi con la misma precisión.* [...] *Cyrus Smith se había provisto de una vara recta, de unos 3,60 metros de longitud. Esta longitud la había medido a partir de su propia estatura. Harbert llevaba una plomada que le había dado Cyrus Smith, consistente en una simple piedra atada con el extremo de una fibra flexible.*
> *Llegado a unos sesenta centímetros de la orilla de la playa y a unos ciento cincuenta metros de la muralla granítica, que se erguía perpendicularmente, Cyrus Smith clavó la vara en la arena, a unos sesenta centímetros de profundidad, y, tras sujetarla bien, logró mantenerla perpendicular al plano del horizonte, gracias a la plomada. Hecho esto, se apartó a la distancia*

necesaria para que, tumbado sobre la arena, su mirada pusiera en línea el extremo de la vara y la cresta de la muralla. Después, señaló el punto con una estaca.
- Harbert, ¿conoces los principios elementales de la ***geometría****?*
- Un poco, señor Cyrus –-respondió Harbert, que no quería comprometerse demasiado. –
- Recuerdas las propiedades de los ***triángulos semejantes****?*
- Sí -respondió Harbert-. Sus lados homólogos son proporcionales.
- Bien, hijo mío. Acabo de construir dos triángulos semejantes, ambos rectángulos. El primero, el más pequeño, tiene por lados la vara perpendicular y la línea entre la estaca y la base de la vara, y por hipotenusa, mi radio visual. El segundo, tiene por lado la muralla perpendicular cuya altura queremos medir y la distancia de su base a la vara, y por hipotenusa, también mi radio visual, que prolonga la del primer triángulo.
- ¡Ah, señor Cyrus, ya comprendo! -exclamó Harbert-. Al igual que la distancia de la estaca a la base de la muralla, la altura de la vara es proporcional a la altura de la muralla.
- Así es, Harbert, de modo que cuando hayamos medido las dos primeras distancias conociendo la altura de la vara, no tendremos más que hacer un ***cálculo de proporción*** *para saber la altura de la muralla, sin tener que medirla directamente.*

9.- Calculando velocidades

La siguiente cita pertenece al relato ***Estrella de Plata*** de ***Las memorias de Sherlock Holmes*** de **Arthur Conan Doyle (1859-1930)**:

Y así fue como, una hora más tarde aproximadamente, me encontraba en la esquina de un compartimento de primera, en route *hacia Exeter a toda velocidad, mientras Sherlock Holmes, con su rostro aguileño e inquieto enmarcado por el gorro de viaje con orejeras, se sumía en el montón de nuevos periódicos que se había procurado en Paddington. Lejos quedaba ya Reading, cuando dejó el último a un lado y me ofreció la petaca.*
- Vamos bien –dijo–. La velocidad es de cincuenta y tres millas y media por hora.
- No me he fijado en los indicadores de distancia –dije.
- Yo tampoco, pero en esta línea los postes de telégrafos están situados cada sesenta yardas; lo demás es un cálculo fácil. Supongo que usted habrá pensado ya sobre este asunto del asesinato de John Straker y la desaparición del Estrella de Plata.
- He leído lo que viene en el Telegraph y el Chronicle.
- Es este uno de esos casos en los que el pensador debiera aplicar su ingenio más al examen de los detalles que a la adquisición de nuevas pruebas. La tragedia ha sido tan insólita, tan completa y tiene tal importancia personal para tanta gente, que padecemos una avalancha de suposiciones, conjeturas e hipótesis. La dificultad estriba en deslindar los hechos, los hechos absolutos e innegables, de los aderezos que aporta los teóricos y los periodistas. Partiendo de esta sólida base, nuestra obligación es ver qué conclusiones podemos sacar y cuáles son los puntos especiales sobre los que gira todo el misterio.

¿Cuántos postes ha contado Holmes en esa hora de recorrido? La distancia entre los postes es de 60 yardas y en una hora han recorrido 53,5 millas, es decir –1 milla equivale a 1760 yardas– 94.160 yardas. Esto significa que Holmes ha contado unos

1.569 postes (94.160 = 1.569 x 60 + 20) en la hora que llevaban en el tren... o 523 en 20 minutos...

10.- Trabajando con funciones

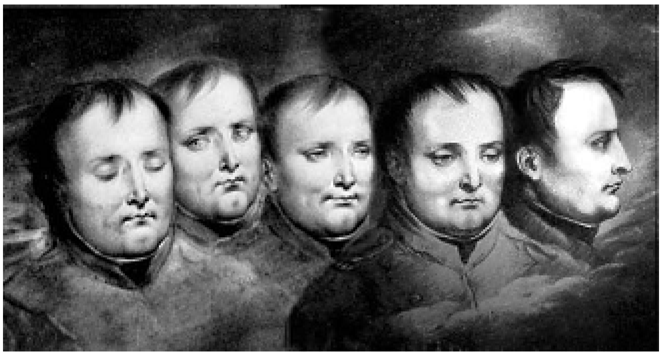
En ***Guerra y Paz***, **León Tolstoi (1828-1910)** demuestra matemáticamente que Napoleón es el diablo:

> *Cierto hermano masón le había revelado la siguiente profecía, relativa a Napoleón, sacada del Apocalipsis de San Juan Evangelista. Dicha profecía se encuentra en el capítulo XIII, versículo 18 y dice así:* "Aquí está la sabiduría; quien tenga inteligencia, cuente el número de las bestias, porque es un número de hombre y su número es seiscientos sesenta y seis"*'. Y en el mismo capítulo, el versículo 5 dice:* "Y se le dio una boca que profería palabras llenas de orgullo y de blasfemia; y se le confirió el poder de hacer la guerra durante 42 meses.*"*
> […] *Las letras del alfabeto francés, como los caracteres hebraicos, pueden expresarse por medio de cifras, y atribuyendo a las diez primeras letras el valor de las unidades y a las siguientes el de las decenas, ofrecen el significado siguiente:*

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	20	30	40
a	*b*	*c*	*d*	*e*	*f*	*g*	*h*	*i*	*k*	*l*	*m*	*n*

50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160
o	*p*	*q*	*r*	*s*	*t*	*u*	*v*	*w*	*x*	*y*	*z*

> *Escribiendo con este alfabeto en cifras las palabras l'empereur Napoléon, la suma de los números correspondientes daba por resultado 666, de lo que resultaba que Napoleón era la bestia de que hablaba el Apocalipsis. Además, al escribir con ese mismo alfabeto cifrado la palabra francesa quarante deux, es decir, el límite de 42 meses asignados a la bestia para pronunciar sus palabras orgullosas y blasfemas, la suma de las cifras correspondientes a la palabra última era también 666, de lo que se infería que el poder napoleónico terminaba en 1812, fecha en que el emperador cumplía los cuarenta y dos años.*



***Napoleón*, Anne-Louis Girodet**

Tolstoi define una función φ, desde el conjunto de las letras del alfabeto francés en el conjunto de los números enteros positivos,

$$\varphi: \{\text{Alfabeto francés}\} \to \mathbf{N},$$

donde $\varphi(a)=1$, $\varphi(b)=2$, ..., $\varphi(k)=50$, etc., según se indica en su texto. Y, efectivamente, según esta correspondencia:

Le empereur: 20+5+5+30+60+5+80+5+110+80 = 400
Napoléon: 40+1+60+50+20+5+50+40 = 266

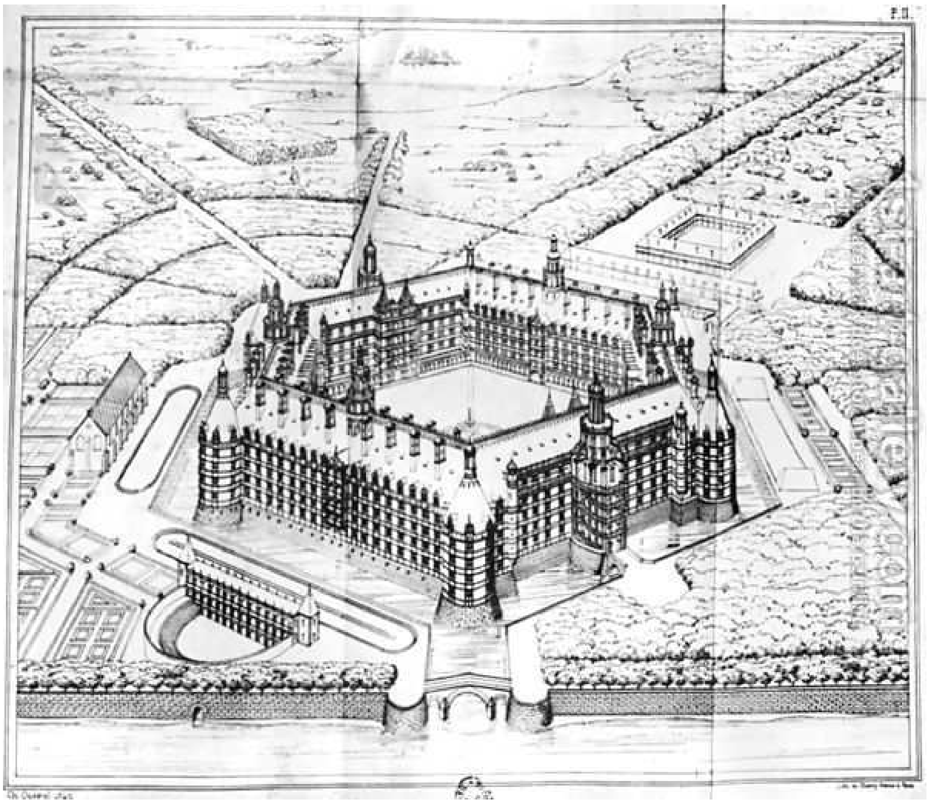
Y la suma da **666**...

Quarante: 79+110+1+80+1+40+100+5 = 407
Deux: 4+5+110+140 = 259,

que suma **666**, el número del diablo. No queda duda alguna sobre el carácter diabólico del emperador...

11.- Calculando distancias

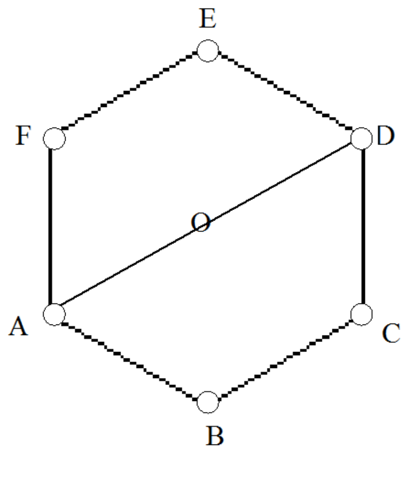
En el libro de **François Rabelais (1494-1553)**, titulado ***La muy horrible vida del gran Gargantúa, padre de Pantagruel***, Gargantúa funda la abadía de Thelema para su amigo el monje, edificio que no tiene muros para evitar murmullos, envidias y conspiraciones. La abadía está inscrita en un hexágono formado por seis torres:



[Reconstruction of Theleme Abbey](), ilustración de *Rabelais et l'architecture de la Renaissance*, Charles Lenormant

> *La construcción se realizó a base de figuras hexagonales, de modo que en cada ángulo se levantó una gran torre redonda de sesenta pasos de diámetro, siendo en grosor y aspecto iguales las unas a las otras. El río Loira corría del lado del septentrión y, al borde de su ribera, se asentaba una de las torres, llamada* ***Ártica****; en dirección al Oriente había otra, llamada de* ***Calaire****; la siguiente,* ***Anatolia****; la siguiente,* ***Mesembrina****; la siguiente,* ***Hesperia****; y la última,* ***Cryera****. Entre cada torre había un espacio de trescientos doce pasos. La construcción era de seis pisos, contando el de las cavas entre ellos, aunque estaba construido bajo tierra. El segundo aparecía abovedado, con tirantes en forma de asa de cesto, y a los restantes los habían estucado con yeso de Flandes, dándoles forma de culo de lámpara en la parte central de cada uno. La techumbre, recubierta de fina pizarra, se remataba con pequeñas figurillas de plomo, representando hombres y animales, todo bien dorado y acabado; los canalones que sobresalían de la muralla, entre las ventanas, iban adornados con un dibujo diagonal, en oro y azur, hasta llegar a tierra, dando allí en unos grandes desagües que, por debajo de la construcción, llegaban hasta el río.* [...] *Entre las torres, y en medio de cada cuerpo, había una escalera de caracol con sus rellanos, cuyos escalones eran: unos, de pórfido, otros, de piedra numídica, y otros de mármol veteado, teniendo veintidós pies de ancho cada uno;* [...]. *Desde la torre Ártica hasta Cryera se alineaban hermosas y grandes estanterías, con libros en griego, latín, hebreo, francés, toscano y español, situados en los distintos pisos según las lenguas. En el centro había otra maravillosa escalera de caracol, a la que se accedía por la parte exterior del edificio, atravesando un arco de seis toesas de ancho; estando construida con tal capacidad y simetría que podían subir por ella hasta el piso más alto seis caballeros, uno al lado del otro, armados con sus lanzas. Desde la torre Anatolia hasta la Mesembrina había unas soberbias y amplias galerías, enteramente decoradas con pinturas que representaban las antiguas historias y proezas, así como diversas descripciones del mundo.* [...] *Los alojamientos de las damas iban desde la torre Ártica hasta la puerta Mesembrina, ocupando los hombres todo el resto.*

¿Qué distancia separa –a vuelo de pájaro– la torre ***Ártica*** de la ***Mesembrina***? Según narra Rabelais, la situación de las torres es como se indica debajo: **A** es la torre ***Ártica***, **B** indica la ***Calaire***, **C** es la ***Anatolia***, **D** representa la ***Mesembrina***, **E** es la ***Hesperia*** y **F** indica a la ***Cryera***.



La distancia **AB** es la suma del radio de la torre ***Ártica***, de la distancia entre ambas torres y del radio de la torre ***Calaire***, es decir, 372 pasos (30 + 312 + 30 pasos). Según el texto, todas las torres son similares y distan lo mismo entre dos consecutivas, con lo que el hexágono que forman es regular y se puede inscribir en un círculo de centro **O,** de radio **OA** con longitud **AB –**el lado de un hexágono regular coincide con el radio del círculo en el que está inscrito–. Así las torres ***Ártica*** y ***Mesembrina*** distan **684** pasos: el diámetro del círculo 744 menos dos veces 30 pasos correspondientes al radio de cada torre.

12.- Una magnífica lección de criptografía

Edgar Allan Poe (1809-1849) era un científico amateur, con grandes conocimientos, en particular de matemáticas. A lo largo de toda su obra aparecen muchas referencias a esta ciencia. En ***El escarabajo de oro***, aparece una soberbia lección de criptografía:

> *Y al llegar aquí, Legrand, habiendo calentado de nuevo el pergamino, lo sometió a mi examen. Los caracteres siguientes aparecían de manera toscamente trazada, en color rojo, entre la calavera y la cabra:*
>
> ***53+++305))6*;4826)4+.)4+);806*:48+8¶60))85;1+(;:+*8+83(88)***
> ***5*+;46(;88*96*';8)*+(;485);5*+2:*+(;4956*2(5*—4)8¶8*;406***
> ***9285);)6+8)4++;1(+9;48081;8:+1;48+85;4)485+528806*81(+9;***
> ***48;(88;4(+?34;48)4+;161;:188;+?;*** […]
>
> *- Y el caso—dijo Legrand—que la solución no resulta tan difícil como cabe imaginarla tras del primer examen apresurado de los caracteres. Estos caracteres, según pueden todos adivinarlo fácilmente forman una cifra, es decir, contienen un significado pero por lo que sabemos de Kidd, no podía suponerle capaz de construir una de las más abstrusas* ***criptografías****. Pensé, pues, lo primero, que ésta era de una clase sencilla, aunque tal, sin embargo, que pareciese absolutamente indescifrable para la tosca inteligencia del marinero, sin la clave.* […] *En general, no hay otro medio para conseguir la solución que ensayar (guiándose por las* ***probabilidades****) todas las lenguas que os sean conocidas, hasta encontrar la verdadera. Pero en la cifra de este caso toda dificultad quedaba resuelta por la firma. El retruécano sobre la palabra Kidd sólo es posible en lengua inglesa. Sin esa circunstancia hubiese yo comenzado mis ensayos por el español y el francés, por ser las lenguas en las cuales un pirata de mares españoles hubiera debido, con más naturalidad, escribir un secreto de ese género. Tal como se presentaba, presumí que el criptograma era inglés. Fíjese usted en que no hay espacios entre las palabras. Si los hubiese habido, la tarea habría sido fácil en comparación. En tal caso hubiera yo comenzado por hacer una colación y un análisis de las palabras cortas, y de haber encontrado, como es muy probable, una palabra de una sola letra (a o I-uno, yo, por ejemplo), habría estimado la solución asegurada. Pero como no había espacios allí, mi primera medida era averiguar las letras predominantes así como las que se encontraban con menor frecuencia. Las conté todas y formé la siguiente tabla:*

El signo 8	aparece 33 veces
— ;	— 26 —
— 4	— 19 —
+ — y) +	— 16 —
— *	— 13 —
— 5	— 12 —
— 6	— 11 —
— +1	— 10 —
— 0	— 8 —
— 9 y 2	— 5 —
— : y 3	— 4 —
— ?	— 3 —
— (signo pi)	— 2 —
— — y	— 1 vez

Ahora bien: la letra que se encuentra con mayor frecuencia en inglés es la ***e****. Después, la serie es la siguiente:* ***a o y d h n r s t u y c f g l m w b k p q x z****. La* ***e*** *predomina de un modo tan notable, que es raro encontrar una frase sola de cierta longitud de la que no sea el carácter principal.* […] *Puesto que nuestro signo predominante es el* ***8,*** *empezaremos por ajustarlo a la* ***e*** *del alfabeto natural.* […] *Ahora, de todas las palabras de la lengua,* **the** *es la más usual; por tanto, debemos ver si no está repetida la combinación de tres signos, siendo el último de ellos el* ***8****.* […] *Podemos, pues, suponer que* ***;*** *representa* **t***,* ***4*** *representa* **h***, y* ***8*** *representa* **e***, quedando este último así comprobado. Hemos dado ya un gran paso.* […] *Y volviendo al alfabeto, si es necesario como antes, llegamos a la palabra "****tree****" (árbol), como la única que puede leerse. Ganamos así otra letra, la* **r,** *representada por* ***(,*** *más las palabras yuxtapuestas* **the tree** *(el árbol).* […] *Ahora, si sustituimos los signos desconocidos por espacios blancos o por puntos, leeremos:* **the tree thr... h the,** *y, por tanto, la palabra* **through** *(por, a través) resulta evidente por sí misma. Pero este descubrimiento nos da tres nuevas letras,* **o, u***, y* **g***, representadas por* ***+ ?*** *y* ***3****. Buscando ahora cuidadosamente en la cifra combinaciones de signos conocidos, encontraremos no lejos del comienzo esta disposición:* ***83 (88, o agree,*** *que es, evidentemente, la terminación de la palabra* **degree** *(grado), que nos da otra letra, la* **d***, representada por* ***+.*** *Cuatro letras más lejos de la palabra degree, observamos la combinación,****; 46 (; 88*** *cuyos signos conocidos traducimos, representando el desconocido por puntos, como antes; y leemos:* **th . rtea.** *Arreglo que nos sugiere acto seguido la palabra* **thirteen** *(trece) y que nos vuelve a proporcionar dos letras nuevas, la* ***i*** *y la* **n***, representadas por* ***6*** *y* ********. Volviendo ahora al principio del criptograma, encontramos la combinación.* ***53 +++*** *Traduciendo como antes, obtendremos* ***.good.*** *Lo cual nos asegura que la primera letra es una A, y que las dos primeras palabras son A good (un buen, una buena). Sería tiempo ya de disponer nuestra clave, conforme a lo descubierto, en forma de tabla, para evitar confusiones. Nos dará lo siguiente:*

5	representa	a
+	—	d
8	—	e
3	—	g
4	—	h
6	—	i
*	—	n
+ +	—	o
(	—	r
:	—	t
?	—	u

Tenemos así no menos de diez de las letras más importantes representadas, y es inútil buscar la solución con esos detalles. […] *Sólo me queda darle la traducción entera de los signos escritos sobre el pergamino, ya descifrados. Hela aquí:*

> ***A good glass in the Bishop's Hostel in the devil´s seat forty-one degrees and thirteen minutesnortheast and by north main branch seventh, limb east side shoot from the left eye of the death's head a bee-line from the tree through the shot fifty feet out.***
> *(Un buen vaso en la hostería del obispo en la silla del diablo cuarenta y un grados y trece minutos Nordeste cuarto de Norte rama principal séptimo vástago, lado Este soltar desde el ojo izquierdo de la cabeza de muerto una línea de abeja desde el árbol a través de la bala cincuenta pies hacia fuera).*

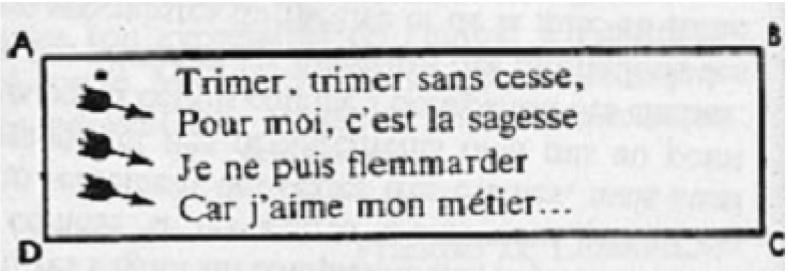
El mensaje descifrado parece un galimatías... unas cuantas pistas: el vaso era un catalejo, la hostería del obispo un conjunto de peñas y rocas, la silla del diablo era una cavidad desde la que debía mirarse con el catalejo en la dirección indicada... Pero es mejor leer la obra y encontrar el tesoro del pirata Kidd... y algo más enterrado junto a él.

13.- La banda de Möbius: haciendo un poco de topología... y de poesía

Luc Étienne (1908-1984) perteneció al grupo Oulipo (Taller de Literatura Potencial) y era patafísico. En uno de sus escritos –que aparece en el compendio [Oulipo, *Atlas de littérature potentielle*, Gallimard, 1988]– utiliza la falta de orientabilidad de la ***banda de Möbius*** para crear un poema, que cambia espectacularmente su significado en cuanto se lee sobre la banda. Para ello hay que seguir las instrucciones que explica cuidadosamente:

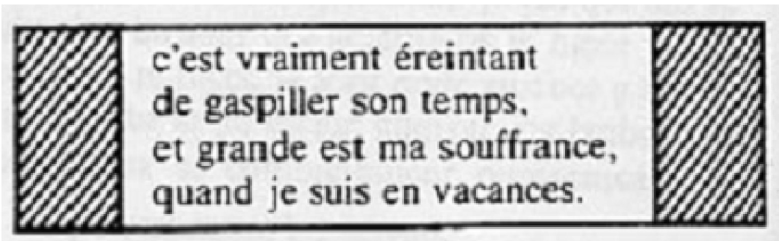
> *En la primera cara de una banda de papel rectangular (al menos 10 veces más larga que ancha) se escribe la mitad de la poesía*[3]:

Trabajar, trabajar sin cesar,
para mi es obligación
no puedo flaquear
pues amo mi profesión...



> *Se gira esta tira de papel sobre su lado más largo (es esencial), y se escribe la segunda mitad del poema:*

Es realmente un tostón
perder el tiempo,
y grande es mi sufrimiento,
cuando estoy de vacación.

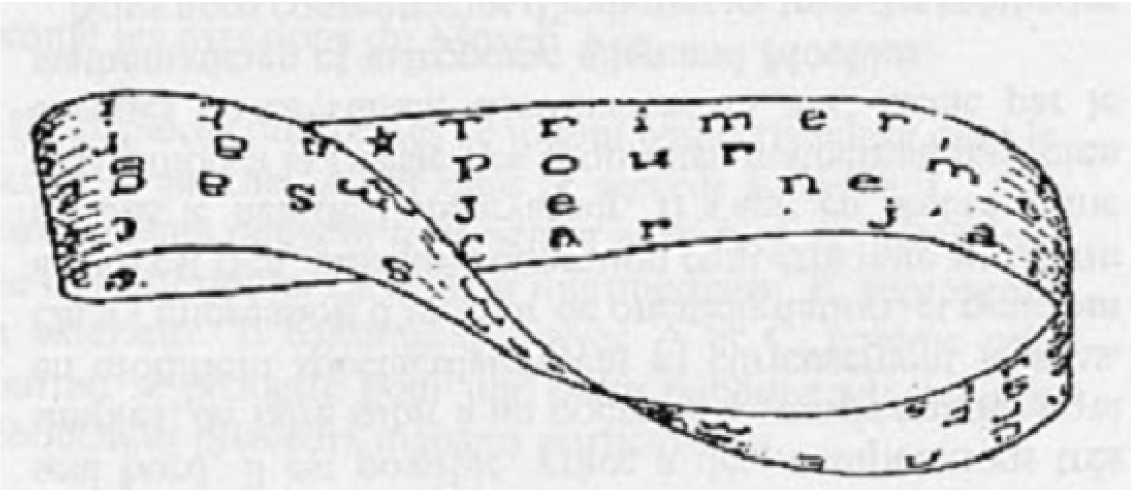


> *Se pega la tira para obtener una banda de Möbius y sobre ella se lee (¡sólo tiene una cara!) algo con sentido "opuesto" a la suma de los dos poemas anteriores:*

---

[3] Traducción de la poesía original de Luc Étienne... en la que he intentado conservar la rima.

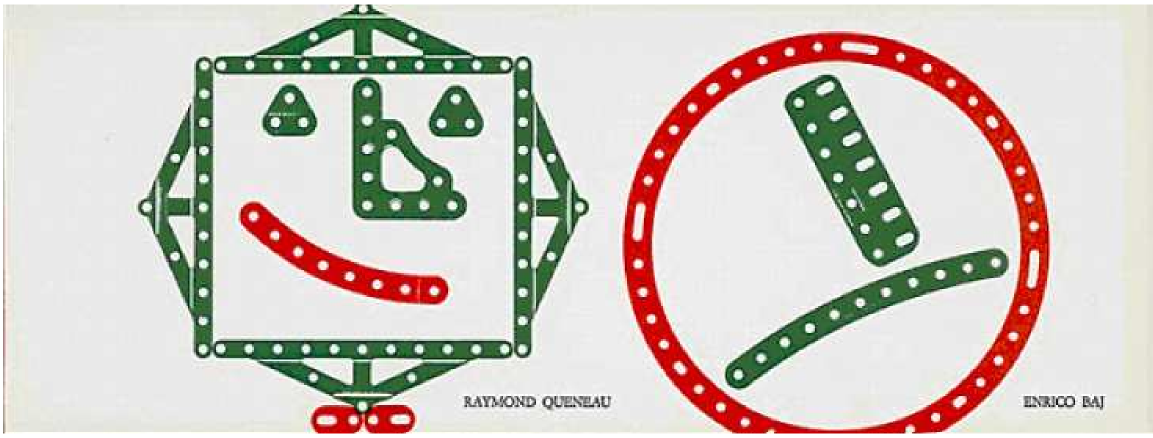
Trabajar, trabajar sin cesar, es realmente un tostón
para mi es obligación perder el tiempo
no puedo flaquear y grande es mi sufrimiento,
pues amo mi profesión... cuando estoy de vacación.



¡Dos poesías de personas adictas al trabajo, se convierten al leerlas sobre una banda de Möbius en un único poema, que es la consigna de un haragán! Por supuesto, deben conocerse previamente las propiedades esenciales de esta superficie para entender porque sucede esto...

14.- ¿Y si usamos las matemáticas para generar textos?

Raymond Queneau (1903-1976) es otro escritor perteneciente al grupo Oulipo. En ***Mecano o el Análisis Matricial del Lenguaje***, Queneau utiliza las reglas del producto de matrices para generar poemas.



Varias imágenes de *Meccano ou l'Analyse Matricielle du Langage* (ilustrado por Enrico Baj), Tosi e Bellasich, Milán, 1966. © Koninklijke Bibliotheek, National Library of the Netherlands

Queneau explica en primer lugar como se realiza el producto de dos matrices, y lo ejemplifica después con[4]:

$$\begin{pmatrix} \text{el} & \text{ha} & \text{al} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \text{gato} \\ \text{comido} \\ \text{ratón} \end{pmatrix} = \text{el} \times \text{gato} + \text{ha} \times \text{comido} + \text{al} \times \text{ratón}$$

es decir, *El gato ha comido al ratón*.

Por lo tanto, usando las reglas del producto de matrices, el producto siguiente:

$$\begin{pmatrix} \text{el} & \text{ha} & \text{el} \\ \text{un} & \text{ha} & \text{el} \\ \text{el} & \text{había} & \text{un} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \text{gato} & \text{ratón} & \text{león} \\ \text{comido} & \text{devorado} & \text{degustado} \\ \text{pez} & \text{queso} & \text{turista} \end{pmatrix}$$

proporciona el "texto-producto":

El gato ha comido el pez;
el ratón ha devorado el queso;
el león ha degustado el turista.

Un gato ha comido el pez;
Un ratón ha devorado el queso;
Un león ha degustado el turista.

El gato había comido un pez;
El ratón había devorado un queso;
El león había degustado un turista.

O aún da otro ejemplo más complicado:

[4] Traducido del francés original por la autora.

$$\begin{pmatrix} \text{Al} & \text{de} & \text{la} & \text{se} & \text{el} & 1 & \text{de} & \text{la} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \text{final} & \text{pico} & \text{borde} & \text{lado} \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ \text{autopista} & \text{montaña} & \text{costa} & \text{almena} \\ \text{levantaba} & \text{aferraba} & \text{bañaba} & \text{escondía} \\ \text{sol} & \text{sherpa} & \text{socorrista} & \text{sicario} \\ \text{negro} & \text{tibetano} & \text{fornido} & \text{enamorado} \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ \text{melancolía} & \text{expedición} & \text{playa} & \text{marquesa} \end{pmatrix}$$

que se transforma en:

Al final de la autopista se levantaba el sol negro de la melancolía.
Al pico de la montaña se aferraba el sherpa tibetano de la expedición.
Al borde de la costa se bañaba el socorrista fornido de la playa.
Al lado de la almena se escondía el sicario enamorado de la marquesa.

¿Te atreves a generar tus propios textos usando esta técnica?

15.- A modo de conclusión

Los textos que he elegido son una selección de los muchos libros donde las matemáticas y la literatura se dan la mano. Se puede aprender matemáticas y literatura a la vez... lo importante es disfrutar y educar, como explica de manera exquisita **Gabriel Celaya (1911-1991).**

Educar es lo mismo
que poner motor a una barca…
hay que medir, pesar, equilibrar…
… y poner todo en marcha.
Para eso,
uno tiene que llevar en el alma
un poco de marino…
un poco de pirata…
un poco de poeta…
y un kilo y medio de paciencia
concentrada.
Pero es consolador soñar
mientras uno trabaja,
que ese barco, ese niño
irá muy lejos por el agua.
Soñar que ese navío
llevará nuestra carga de palabras
hacia puertos distantes,
hacia islas lejanas.
Soñar que cuando un día
esté durmiendo nuestra propia barca,
en barcos nuevos seguirá
nuestra bandera
enarbolada.

Bibliografía

Existen numerosos textos y páginas web que hablan sobre la relación de la literatura y las matemáticas. Cito debajo algunas de las que he consultado:

[1] A.Deledicq, F. Casiro, J.C. Deledicq, *Les maths et la plume I et II*, ACL, 2000.

[2] Arnaud Gazagnes, *Mathématiques et Jeux littéraires*, Ellipses, 2009

[3] Marc Laura, *Extraits littéraires et empreintes mathématiques*, Hermann, 2002

[4] Guillermo Martínez, *Borges y la matemática*, Eudeba, 2003

[5] Piergiorgio Odifreddi, *Juegos matemáticos ocultos en la literatura*, Octaedro, 2007

[6] Sección de *Literatura y Matemáticas* en Divulgamat