Matemáticas Generales. I Químicas
Final. Junio de 2000

Los que se examinan de ambos parciales deben hacer respectivamente los problemas 1, 2, 5 y 1, 4, 5.

I Parcial

1. Hallar el dominio de definición de la función

$$f(x) = \sqrt{\left|\frac{7x+2}{4x-3}\right| - 2}\ .$$

2. Calcular el límite

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{1}{\cos x - 1} + \frac{2}{\sin^2 x}\right)\ .$$

3. Siendo

$$f(x) = \frac{x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right)}{\sin x} \quad \text{para} \quad x \neq 0$$

(i) Hallar el valor adecuado de $f(0)$ para que f sea continua en $x = 0$.
(ii) Estudiar la derivabilidad de f en $x = 0$.

4. Dado un trapecio isósceles inscrito en un círculo de radio r y suponinedo que una de las bases del trapecio tiene longitud $2r$, hallar la longitud de la otra base que maximice el área del trapecio.

5. Dibujar la gráfica de la función

$$f(x) = \log\left(-2x^2 + 5x - 2\right)\ .$$

II Parcial

1. Calcular el área de la región limitada por las curvas $y = \frac{1}{x^2}$, $y = \sin\frac{\pi x}{2}$ y las rectas de ecuación $y = e$, $x = 0$. ¿ Cual es el volumen del sólido generado al girar dicha área alrededor del eje Ox?.

2. Calcular

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{x-e^x}\ dx\ .$$

3.
(i) Demostrar sin utilizar la regla de L'Hopital que la sucesión $a_n = \frac{1}{n}\log n$ tiende a cero cuando $n \to +\infty$.
(ii) Utilizando el apartado anterior deducir que $\lim_{n\to+\infty} \sqrt[n]{n} = 1$.

4. Calcular la suma de la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{5n-3}{5^n}\ .$$

5. Desarrollar en serie de potencias de x la función $f(x) = \frac{1}{2+x^3}$ y hallar su radio de convergencia.