

Análisis de Varias Variables II
Septiembre 1999

1. Cambiar el orden de integración para el siguiente volumen a $dx dz dy$ sin calcular las integrales

$$\int_0^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} \int_0^{\sqrt{x^2+y^2}} dz dy dx + \int_0^1 \int_{\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{2-x^2}} \int_0^{2-x^2-y^2} dz dy dx$$

$$+ \int_1^{\sqrt{2}} \int_0^{\sqrt{2-x^2}} \int_0^{2-x^2-y^2} dz dy dx$$

2. Calcular el área de la parte superior de la superficie $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ situada fuera de los dos cilindros $x^2 + y^2 = ax$ y $x^2 + y^2 = -ax$.

3. Calcular

$$\int_C (y + 2x) dx + (2y - x) dy$$

si C es la frontera del dominio plano limitado por las curvas $xy = a^2$, $xy = 4a^2$, $y = x$, $y = 4x$ ($x \geq 0$) y orientada en sentido positivo.

4. Sea F el campo vectorial $F(x, y, z) = 2xi + 2yj + k$ y S la superficie frontera del sólido $x^2 + y^2 + z - 9 \leq 0$, $0 \leq z \leq 5$ orientada con la normal exterior al sólido.

- (i) Calcular directamente la integral de superficie $\int_S F \cdot dS$.
- (ii) Comprobar el resultado utilizando el teorema de la divergencia.

Teoría

(i) ¿Cual sería la forma adecuada de darle sentido a la integral

$$\int \int_{x^2+y^2 \leq 1} \frac{x}{(x^2 + y^2)^2} dx dy$$

una vez que conocemos la integral de Riemann?. ¿Cual sería su valor?.

(ii) Enunciar el teorema de Green y demostrarlo en el caso de una región plana de tipo 1.