

MATEMATICAS GENERALES I. 6^a RELACION

1. Hallar el polinomio de Taylor $P_5(x)$ para cada una de las siguientes funciones

1. e^{-x} 2. e^{2x} 3. $\arctan x$ 4. $\arcsin x$

5. $(1+x)^{-1}$ 6. $\tan x$ 7. $x^2 \tan x$ 8. $e^x \sin x$

2. Hallar el polinomio de Taylor $P_4(x)$ para cada una de las siguientes funciones

1. $\sec x$ 2. $x - \cos x$ 3. $\log(1+x)$ 4. $\sqrt{1+x}$

5. $\log \cos x$ 6. $\sqrt{\cos x}$ 7. $e^x \tan x$ 8. $\sqrt{\sec x}$

3. Usar polinomios de Taylor para hallar una estimación numérica con error menor que 0,01

1. \sqrt{e} 2. $\sin 0,3$ 3. $\cos 1$ 4. $\cos 0,5$

5. $\arcsin 0,9$ 6. $\sin 1$ 7. $e^{2,1}$ 8. $e^{-1,4}$

4. Probar que e es un número irracional siguiendo los siguientes pasos:

(i) Tomar el desarrollo

$$e = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!}$$

y demostrar que la q -ésima suma parcial

$$s_q = \sum_{k=0}^q \frac{1}{k!}$$

satisface la desigualdad

$$0 < q!(e - s_q) < \frac{1}{q}$$

(ii) Demostrar que $q!s_q$ es un entero y argumentar que, si e fuera de la forma $\frac{p}{q}$, tendríamos que $q!(e - s_q)$ sería un entero positivo menor que 1.

5. Sea $a > 0$. Hallar un desarrollo en serie para $\log(a+x)$ que sea válido para $-a < x \leq a$.

7. Hallar el intervalo de convergencia de las siguientes series de potencias

1. $\sum kx^k$ 2. $\sum \frac{1}{k}x^k$ 3. $\sum \frac{x^k}{(2k)!}$ 4. $\sum \frac{2^k}{k^2}x^k$ 5. $\sum (-k)^{2k}x^{2k}$

$$\begin{array}{llll}
6. & \sum \frac{(-1)^k}{\sqrt{k}} x^k & 7. & \sum \frac{1}{k2^k} x^k \\
8. & \sum \frac{1}{k^{2k}} x^k & 9. & \sum \frac{1}{k(k+1)} x^k \\
10. & \sum \frac{k^2}{k^2+1} x^k & 11. & \sum \frac{2^k}{\sqrt{k}} x^k \\
12. & \sum \frac{1}{\log k} x^k & 13. & \sum \frac{k-1}{k} x^k \\
14. & \sum k a^k x^k & 15. & \sum \frac{k}{10^k} x^k \\
16. & \sum \frac{(-1)^k}{k^4} x^k & 17. & \sum \frac{(-1)^k a^k}{k^2} x^k \\
18. & \sum \frac{x^k}{(\log k)^4} & 19. & \sum \frac{\log k}{2^k} x^k
\end{array}$$

8. Hallar el desarrollo en serie de potencias de las siguientes funciones

$$\begin{array}{llll}
1. & \sec^2 x & 2. & \log(\cos x) \\
3. & \log(1-x) & 4. & \log\left(\frac{1+x}{1-x}\right) \\
5. & \frac{1}{(1-x)^2} & 6. & a^x \\
7. & \log(1+x^2) & 8. & \sqrt{1+x} \\
9. & \frac{1}{\sqrt{1+x}} & 10. & \sqrt{1+x^2} \\
11. & \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}
\end{array}$$