Ariketa 1	Ariketa 2	Ariketa 3	Ariketa 4	Ariketa 5	1. zatia

Azterketaren iraupena: 3 ordu

IZEN-ABIZENAK:

TALDEA:

1.- Kalkulatu:

a) $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{2n}}{\mathrm{L}\left(n^2+n\right)}$

b) $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{e^{\frac{1}{n}}\cdot e^{\frac{2}{n}}\cdot\ldots\cdot e^{\frac{n}{n}}}{e^{\frac{n}{2}}}$

(2 puntu)

a) $$\lim_{n\to\infty}\frac{1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{2n}}{\mathrm{L}\left(n^2+n\right)}\sim\lim_{n\to\infty}\frac{1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{2n}}{\mathrm{L}\left(n^2\right)}=\frac{1}{2}\lim_{n\to\infty}\frac{1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{2n}}{\mathrm{L}(n)}\overset{(*)}{=}$$

$$\overset{(*)}{=}\frac{1}{2}\lim_{n\to\infty}\frac{\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{2n}\right)-\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{2n-2}\right)}{\mathrm{L}(n)-\mathrm{L}(n-1)}=\frac{1}{2}\lim_{n\to\infty}\frac{\frac{1}{2n-1}+\frac{1}{2n}}{\mathrm{L}(n)-\mathrm{L}(n-1)}=$$

$$=\frac{1}{2}\lim_{n\to\infty}\frac{4n-1}{2n(2n-1)\cdot\mathrm{L}\left(\frac{n}{n-1}\right)}\sim\frac{1}{2}\lim_{n\to\infty}\frac{4n}{4n^2\cdot\left(\frac{n}{n-1}-1\right)}=\frac{1}{2}\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n\cdot\frac{1}{n-1}}=\frac{1}{2}$$

(*) $b_n=\mathrm{L}(n)$ hertsiki gorakorra eta dibergentea da, beraz Stolz erabil daiteke: $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{b_n}=\lim_{n\to\infty}\frac{a_n-a_{n-1}}{b_n-b_{n-1}}$

b) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{e^{\frac{1}{n}} \cdot e^{\frac{2}{n}} \cdot \ldots \cdot e^{\frac{n}{n}}}{e^{\frac{n}{2}}} = \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{e^{\frac{1}{n}+\frac{2}{n}+\ldots+\frac{n}{n}}}{e^{\frac{n}{2}}} = \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{e^{\frac{1+2+\ldots+n}{n}}}{e^{\frac{n}{2}}} \overset{(**)}{=} \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{e^{\frac{(1+n)n}{2n}}}{e^{\frac{n}{2}}} = \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{e^{\frac{1+n}{2}}}{e^{\frac{n}{2}}} = e^{\frac{1}{2}}$

(**) Progresio aritmetikoaren lehenengo n gaien batuketa dugu: $1+2+\ldots+n = \dfrac{1+n}{2} \cdot n$

2.- Izan bitez $a_n = \dfrac{1}{\sqrt{n^2+2n}}$ **eta** $b_n = \dfrac{\cos\left(\dfrac{n\pi}{2}\right)}{n+1}$ **gai orokorrak.**

a) Aztertu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ **,** $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ **eta** $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \cdot b_n$ **serieen izaera.**

b) Kalkulatu $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ **seriearen batura hurbildua errorea** $\varepsilon < \dfrac{1}{7}$ **izanik.**

(2 puntu)

a) a.1) $0 \le a_n = \dfrac{1}{\sqrt{n^2+2n}} \sim \dfrac{1}{n} \quad \Rightarrow \quad \sum_{n=1}^{\infty} a_n$ dibergentea da.

a.2) $b_n = \dfrac{\cos\left(\dfrac{n\pi}{2}\right)}{n+1} \quad \Rightarrow \quad \sum_{n=1}^{\infty} b_n = -\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{5}-\dfrac{1}{7}+\cdots = \sum_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^n}{2n+1}$ serie alternatua da.

$b_n = \dfrac{(-1)^n}{2n+1} \quad \Rightarrow \quad |b_n| = \dfrac{1}{2n+1} \sim \dfrac{1}{2n} \quad \Rightarrow \quad \sum_{n=1}^{\infty} b_n$ ez da absolutuki konbergentea.

Leibniz aplikatuz: $\begin{cases} \lim\limits_{n\to\infty} b_n = 0 \\ b_n > b_{n+1} \quad \forall n \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \sum_{n=1}^{\infty} b_n$ baldintzaz konbergentea da.

a.3) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \cdot b_n = \sum_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^n}{(2n+1)\sqrt{n^2+2n}}$ serie alternatua da.

$a_n \cdot b_n = \dfrac{(-1)^n}{(2n+1)\sqrt{n^2+2n}} \quad \Rightarrow \quad |a_n \cdot b_n| = \dfrac{1}{(2n+1)\sqrt{n^2+2n}} \sim \dfrac{1}{2n^2} \quad \Rightarrow$

$\Rightarrow \quad \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cdot b_n$ absolutuki konbergentea da.

b) $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ serie alternatuak Leibniz-en teorema egiaztatzen duenez $\Rightarrow \exists S = \sum_{n=1}^{\infty} b_n$ eta

$\varepsilon = |S - S_n| < |b_{n+1}|$

Orduan, errorea $\varepsilon < \dfrac{1}{7}$ dela ziurtatzeko, hurrengoa bete behar da:

$$\varepsilon = \left|S - S_n\right| < \left|b_{n+1}\right| \le \frac{1}{7} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1}{2n+3} \le \frac{1}{7} \quad \Leftrightarrow \quad 2n+3 \ge 7 \quad \Leftrightarrow \quad n \ge 2 \,.$$

Hau da: $S = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \simeq S_2 = -\dfrac{1}{3} + \dfrac{1}{5} = -\dfrac{2}{15}$ eta $\varepsilon = \left|S - S_n\right| < \dfrac{1}{7}$

3.- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n \cdot 2^n}$ **berretura-seriea emanik:**

a) Aurkitu bere konbergentzi arloa.

b) Kalkulatu bere batura konbergentea den balioetarako.

(2 puntu)

a) Balio absolutuen serieari D´Alembert-en irizpidea aplikatuko diogu:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\dfrac{|x|^{n+1}}{(n+1)\cdot 2^{n+1}}}{\dfrac{|x|^n}{n\cdot 2^n}} = |x| \cdot \lim_{n\to\infty} \frac{n\cdot 2^n}{(n+1)\cdot 2^{n+1}} = \frac{|x|}{2} < 1 \quad \Leftrightarrow \quad |x| < 2 \quad \Leftrightarrow \quad R = 2$$

Baldin $x = 2 \quad \Rightarrow \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ dibergentea da.

Baldin $x = -2 \quad \Rightarrow \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$ baldintzaz konbergentea da.

Beraz, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n \cdot 2^n}$ konbergentea da $\forall x \in [-2, 2)$.

b) $\exists S(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n \cdot 2^n} \quad \forall x \in [-2, 2)$ eta deribagarria da $\forall x \in (-2, 2)$. Beraz:

$$\exists S'(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{n-1}}{2^n} \overset{(*)}{=} \frac{\frac{1}{2}}{1 - \frac{x}{2}} = \frac{1}{2-x} \quad \forall x \in (-2, 2)$$. Orain, emaitza hau integratuz:

$$S(x) = \int_0^x \frac{1}{2-t}\,dt = -\mathrm{L}(2-x) + \mathrm{L}2 = \mathrm{L}\left(\frac{2}{2-x}\right) = f(x) \quad \forall x \in (-2, 2)$$

Baldin $x = 2 \quad \Rightarrow \quad \nexists S$

Baldin $x = -2 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} \exists S \text{ eta jarraitua da} \\ \exists f \text{ eta jarraitua da} \\ \text{Eta } S(x) = f(x) \quad \forall x \in (-2, 2) \end{cases} \quad \Rightarrow$

$$\Rightarrow \quad S(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n \cdot 2^n} = \mathrm{L}\left(\frac{2}{2-x}\right) \quad \forall x \in [-2, 2)$$

(*) Serie geometrikoa da: $r = \frac{x}{2}$

4.- Aurkitu analitiko eta grafikoki hurrengo funtzioaren definizio-eremua:

$$f(x,y)=\mathrm{L}\left(1-\left(\frac{x^2}{3^2}+\frac{y^2}{5^2}\right)\right)\cdot \mathrm{L}\left(x^2+y^2-9\right)+\frac{1}{\arcsin\left(\dfrac{y+x}{3}\right)}$$

(2 puntu)

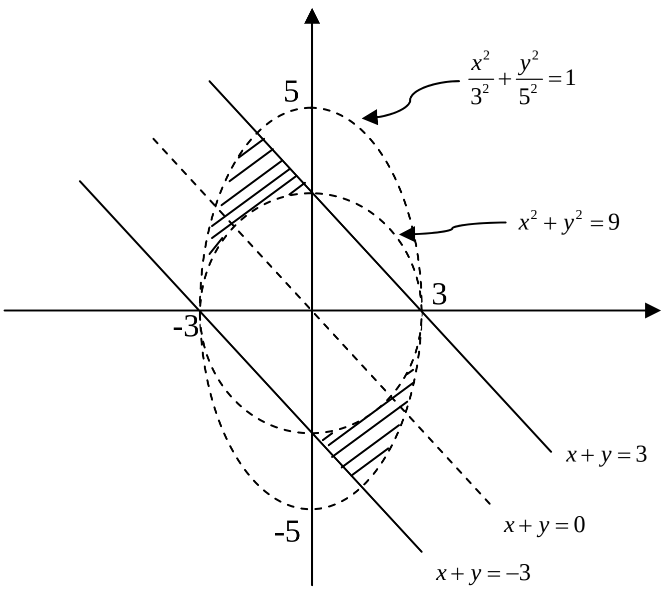
$$D=\left\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \,/\, 1-\left(\frac{x^2}{3^2}+\frac{y^2}{5^2}\right)>0, x^2+y^2-9>0, \arcsin\left(\frac{y+x}{3}\right)\neq 0, -1\leq \frac{y+x}{3}\leq 1\right\}$$

$$1-\left(\frac{x^2}{3^2}+\frac{y^2}{5^2}\right)>0 \quad\Leftrightarrow\quad \frac{x^2}{3^2}+\frac{y^2}{5^2}<1$$

$$x^2+y^2-9>0 \quad\Leftrightarrow\quad x^2+y^2>9$$

$$\arcsin\left(\frac{y+x}{3}\right)\neq 0 \quad\Leftrightarrow\quad \frac{y+x}{3}\neq 0 \quad\Leftrightarrow\quad y+x\neq 0$$

$$-1\leq\frac{y+x}{3}\leq 1 \quad\Leftrightarrow\quad -3\leq y+x\leq 3$$



5.- Izan bedi $f(x,y)=\begin{cases} \dfrac{x^3+y^3}{x^2+y^2} & \forall (x,y)\neq(0,0) \\ 0 & (x,y)=(0,0) \end{cases}$ **.**

a) Estudiatu *f*-ren jarraitutasuna (0,0) puntuan.

b) Kalkulatu $f'_x(0,0)$ **eta** $f'_y(0,0)$ **.**

c) Aztertu *f* -ren diferentziagarritasuna (0,0) puntuan.

(2 puntu)

a) f jarraitua (0,0) puntuan $\Leftrightarrow \lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y)=f(0,0)=0$

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y)=\lim_{(x,y)\to(0,0)}\frac{x^3+y^3}{x^2+y^2}=\lim_{\substack{\rho\to0^+\\ \forall\theta\in[0,2\pi)}}\frac{\rho^3\cdot\left(\cos^3\theta+\sin^3\theta\right)}{\rho^2}=$$

$$=\lim_{\substack{\rho\to0^+\\ \forall\theta\in[0,2\pi)}}\rho\cdot\left(\cos^3\theta+\sin^3\theta\right)=0=f(0,0)$$

Beraz, f jarraitua (0,0) puntuan.

b) $$f'_x(0,0)=\lim_{h\to0}\frac{f(h,0)-f(0,0)}{h}=\lim_{h\to0}\frac{\frac{h^3}{h^2}-0}{h}=1$$

$$f'_y(0,0)=\lim_{k\to0}\frac{f(0,k)-f(0,0)}{k}=\mathrm{im}_{k\to0}\frac{\frac{k^3}{k^2}-0}{k}=1$$

c) Baldintza beharrezkoa eta nahikoa aplikatuko dugu:

$$\lim_{(h,k)\to(0,0)}\frac{\left|f(h,k)-f(0,0)-f'_x(0,0)\cdot h-f'_y(0,0)\cdot k\right|}{\sqrt{h^2+k^2}}=$$

$$=\lim_{(h,k)\to(0,0)}\frac{\left|\frac{h^3+k^3}{h^2+k^2}-h-k\right|}{\sqrt{h^2+k^2}}=\lim_{(h,k)\to(0,0)}\frac{\left|-h^2\cdot k-k^2\cdot h\right|}{\left(h^2+k^2\right)\sqrt{h^2+k^2}}=\lim_{(h,k)\to(0,0)}\frac{|h|\cdot|k|\cdot|h+k|}{\left(h^2+k^2\right)\sqrt{h^2+k^2}}=$$

$$=\lim_{\substack{\rho\to0^+\\ \forall\theta\in[0,2\pi)}}\frac{\rho^3\cdot|\cos\theta|\cdot|\sin\theta|\cdot|\cos\theta+\sin\theta|}{\rho^3}=\varphi(\theta)\quad\Rightarrow\quad\nexists\lim\quad\Rightarrow$$

$\Rightarrow$ f ez da diferentziagarria (0,0) puntuan.

Ariketa 6	Ariketa 7	Ariketa 8	Ariketa 9	2. zatia

Azterketaren iraupena: 3 ordu

IZEN-ABIZENAK:

TALDEA:

6.- $F(x,y,z)=5+2x^3-2y^3\cdot z-\cos(x+2y-z)=0$ **ekuazioa eta** $P(0,1,2)$ **puntua emanik:**

a) **Frogatu ekuazio horrek** $z=z(x,y)$ **funtzio inplizitua definitzen duela** ***P*** **puntuaren ingurune batean.**

b) **Aurkitu** $Q(0,1)$ **puntuan** $z=z(x,y)$ **funtzioaren deribatu direkzionala** $y=3x+2$ **zuzenaren norabidean.**

(2 puntu)

a) Ikus dezagun ea $F(x,y,z)=5+2x^3-2y^3\cdot z-\cos(x+2y-z)=0$ ekuazioak funtzio inplizituaren teorema egiaztatzen duen $P(0,1,2)$ puntuaren ingurune batean.

i. $F(P)=5-4-1=0$

ii. $F'_x=6x^2+\sin(x+2y-z)$ $F'_y=-6y^2z+2\sin(x+2y-z)$ $F'_z=-2y^3-\sin(x+2y-z)$

jarraituak dira $\mathbb{R}^3$ osoan.

iii. $F'_z(P)=-2\neq 0$

Beraz, $P(0,1,2)$ puntuaren ingurune batean $\exists! z=z(x,y)$ diferentziagarria non $z(0,1)=2$.

b) $y=3x+2$ zuzenaren norabide-bektorea honako hau da:

$$\vec{u}=(1,3) \quad \Rightarrow \quad |\vec{u}|=\sqrt{10} \quad \overset{\text{unitarioa}}{\Rightarrow} \quad \vec{u}=\left(\frac{1}{\sqrt{10}},\frac{3}{\sqrt{10}}\right)$$

Orduan, $\left.\dfrac{dz}{d\vec{u}}\right|_Q=z'_x(Q)\cdot\dfrac{1}{\sqrt{10}}+z'_y(Q)\cdot\dfrac{3}{\sqrt{10}}$

$$\left.\begin{array}{l} z'_x = -\dfrac{F'_x}{F'_z} \quad \Rightarrow \quad z'_x(Q) = -\dfrac{F'_x(P)}{F'_z(P)} = 0 \\ z'_y = -\dfrac{F'_y}{F'_z} \quad \Rightarrow \quad z'_y(Q) = -\dfrac{F'_y(P)}{F'_z(P)} = -\dfrac{-12}{-2} = -6 \end{array}\right\} \Rightarrow \quad \left.\frac{dz}{d\vec{u}}\right|_Q = \frac{-18}{\sqrt{10}} = \frac{-9\sqrt{10}}{5}$$

7.- Aurkitu $f(x,y,z) = xy + z^2$ funtzioaren muturrak, $y - x = 0$ planoaren eta $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ esferaren arteko ebakidura-kurban.

(2 puntu)

$C \equiv \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 4 \\ y - x = 0 \end{cases}$ espazioko zirkunferentzia da, multzo itxi eta mugatua hain zuzen ere. Beraz, Weierstrass-en teoremak ziurtatzen digu, multzo horretan *f*-ren maximo eta minimo absolutuak existitzen direla.

Mutur hauek, berriz, bi baldintza bete behar dituzte, $y - x = 0$ eta $x^2 + y^2 + z^2 = 4$. Hortaz, bere kalkulurako Lagrange-ren biderkatzaileen metodoa erabiliko dugu:

$$w(x,y,z) = xy + z^2 + \lambda(x^2 + y^2 + z^2 - 4) + \mu(y - x)$$

$$\begin{cases} w'_x = y + 2\lambda x - \mu = 0 \\ w'_y = x + 2\lambda y + \mu = 0 \\ w'_z = 2z + 2\lambda z = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 2z\left(1 + \lambda\right) = 0 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} z = 0 \\ \lambda = -1 \end{cases} \\ x^2 + y^2 + z^2 = 4 \\ y - x = 0 \end{cases}$$

$$\left.\begin{array}{l} \text{Baldin } \lambda = -1 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} y - 2x - \mu = 0 \\ x - 2y + \mu = 0 \end{cases} \overset{\text{Batuz}}{\Rightarrow} \quad x + y = 0 \\ \text{Eta } y - x = 0 \end{array}\right\} \quad \Rightarrow \quad x = y = 0 \quad \Rightarrow \quad z = \pm 2$$

$$\left.\begin{array}{l} \text{Baldin } z = 0 \quad \Rightarrow \quad x^2 + y^2 = 4 \\ \text{Eta } y - x = 0 \end{array}\right\} \quad \Rightarrow \quad 2x^2 = 4 \quad \Leftrightarrow \quad x^2 = 2 \quad \Rightarrow \quad x = y = \pm\sqrt{2}$$

Guztira 4 puntu kritiko lortu ditugu:

$$A\left(0,0,2\right) \quad B\left(0,0,-2\right) \quad D\left(\sqrt{2},\sqrt{2},0\right) \quad E\left(-\sqrt{2},-\sqrt{2},0\right)$$

Eta hauetako puntu bakoitzean *f* funtzioak hartutako balioa kalkulatuz:

$$f(A) = f(B) = 4 > f(D) = f(E) = 2 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} A \text{ eta } B \text{ maximo absolutuak} \\ D \text{ eta } E \text{ minimo absolutuak} \end{cases}$$

8.- $f(x)=x\cdot e^{-\frac{x^2}{2}}$ **funtzioak emandako kurbak eta kurba honi dagokion asintotak planoko *R* eskualdea mugatzen dute.**

a) Planteatu eskualde horren azalera kalkulatzeko beharrezkoa den integrala.

b) Aztertu integral horren izaera.

c) Kalkulatu *R* eskualdearen azalera.

(2 puntu)

a) $\forall x\in\mathbb{R} \quad \exists f(x)=x\cdot e^{-\frac{x^2}{2}}\in\mathbb{R} \quad \Rightarrow \quad \nexists$ asintota bertikalik.

$$\lim_{x\to\pm\infty} f(x)=\lim_{x\to\pm\infty} x\cdot e^{-\frac{x^2}{2}} = \lim_{x\to\pm\infty}\frac{x}{e^{\frac{x^2}{2}}}=0 \quad \Rightarrow \quad y=0 \text{ asintota horizontala da.}$$

Bestalde, $f(-x)=-x\cdot e^{-\frac{x^2}{2}}=-f(x) \quad \Leftrightarrow \quad f$ bakoitia da. Hau da, funtzio honek adierazitako kurba jatorriarekiko simetrikoa da. Honela, kurbak eta bere asintotak mugaturiko eskualdea honako hau da:

$$R=\left\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \,/\, \forall x\le 0,\ f(x)\le y\le 0\right\}\cup\left\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \,/\, \forall x\ge 0, 0\le y\le f(x)\right\}=R_1\cup R_2$$

Eta $Azalera\left(R_1\right)=Azalera\left(R_2\right) \quad \Rightarrow \quad Azalera\left(R\right)=2\cdot Azalera\left(R_2\right)=2\int_0^{\infty} f(x)dx$

b) $\int_0^{\infty} f(x)dx$ non $f(x)=x\cdot e^{-\frac{x^2}{2}}\ge 0 \quad \forall x\in\left[0,\infty\right)$, integral inpropioa da, ∞ puntu singular bakarra delarik.

Konbergentzi baldintza beharrezkoa egiaztatzen dela aurreko atalean frogatu dugu:

$$\lim_{x\to\infty} f(x)=0$$

$$\int_0^{\infty} f(x)dx=\int_0^{a} f(x)dx+\int_a^{\infty} f(x)dx=I_1+I_2\ , \quad 0<a<\infty$$

I_1 Riemann-en integrala da.

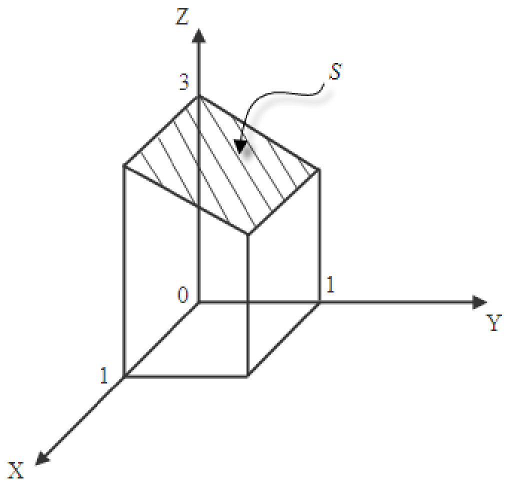
I_2 integral inpropioaren izaera aztertzeko, berriz, konparaziozko irizpidea aplikatuko dugu, non integral eredua $\int_a^{\infty}\frac{dx}{x^m}\left\langle \begin{array}{l}\text{konbergentea } \forall m>1\\ \text{dibergentea } \forall m\le 1\end{array}\right.$. Orduan:

$$\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{\frac{1}{x^m}}=\lim_{x\to\infty}\frac{x\cdot e^{-\frac{x^2}{2}}}{\frac{1}{x^m}}=\lim_{x\to\infty}\frac{x^{m+1}}{e^{\frac{x^2}{2}}}=0 \quad \forall m \quad \Rightarrow \quad \text{Baita } \forall m>1 \text{ ere} \quad \Rightarrow$$

$\Rightarrow \quad I_2$ konbergentea da $\quad \Rightarrow \quad \int_0^{\infty} f(x)dx$ konbergentea da.

c) $Azalera\left(R\right) = 2\int_0^{\infty} f(x)dx = 2\int_0^{\infty} x \cdot e^{-\frac{x^2}{2}} dx = -2e^{-\frac{x^2}{2}}\Big|_0^{\infty} = -2\left[\lim_{x\to\infty} e^{-\frac{x^2}{2}} - e^0\right] = -2(0-1) = 2$

9.- Izan bedi marrazkian erakusten den $V \equiv \begin{cases} 0 \le x \le 1 \\ 0 \le y \le 1 \\ 0 \le z \le 3 - y \end{cases}$ **solidoa:**



a) Baldin solido hori goitik mugatzen duen gainazala *S* bada (aurreko irudian marrazturiko gainazala hain zuzen ere), aurkitu $\vec{F}(x,y,z) = 7\mathrm{L}x \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j} + y \cdot \vec{k}$ **eremu bektorialaren fluxua *S*-ren barruko aurpegitik.**

b) Kalkulatu $\vec{F}$ **-ren zirkulazioa *S*-ren muga den *C* kurba itxian zehar.**

(2 puntu)

a) $\Phi_S\left(\vec{F}\right) = \iint_S \vec{F} \cdot d\vec{S} = \pm \iint_{R_{xy}} \left(\vec{F} \cdot \vec{N}\right) dxdy \overset{(*)}{=} -\iint_{R_{xy}} 2y\,dxdy = -2\int_0^1 \int_0^1 y\,dydx = -\int_0^1 dx = -1$

(*) $S \equiv z = 3 - y \quad \forall (x,y) \in R_{xy} \equiv \begin{cases} 0 \le x \le 1 \\ 0 \le y \le 1 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \vec{N} = (0,1,1)$. Eta $\gamma > \dfrac{\pi}{2}$.

b) $\oint_C \vec{F} \cdot d\vec{r} \overset{Stokes}{=} \iint_S \overrightarrow{rot}\left(\vec{F}\right) \cdot d\vec{S} = \pm \iint_{R_{xy}} \left(\overrightarrow{rot}\left(\vec{F}\right) \cdot \vec{N}\right) \cdot dxdy \overset{(**)}{=} 0$

(**) $\overrightarrow{rot}\left(\vec{F}\right) = (1,0,0)$ eta $\vec{N} = (0,1,1) \quad \Rightarrow \quad \overrightarrow{rot}\left(\vec{F}\right) \cdot \vec{N} = 0$