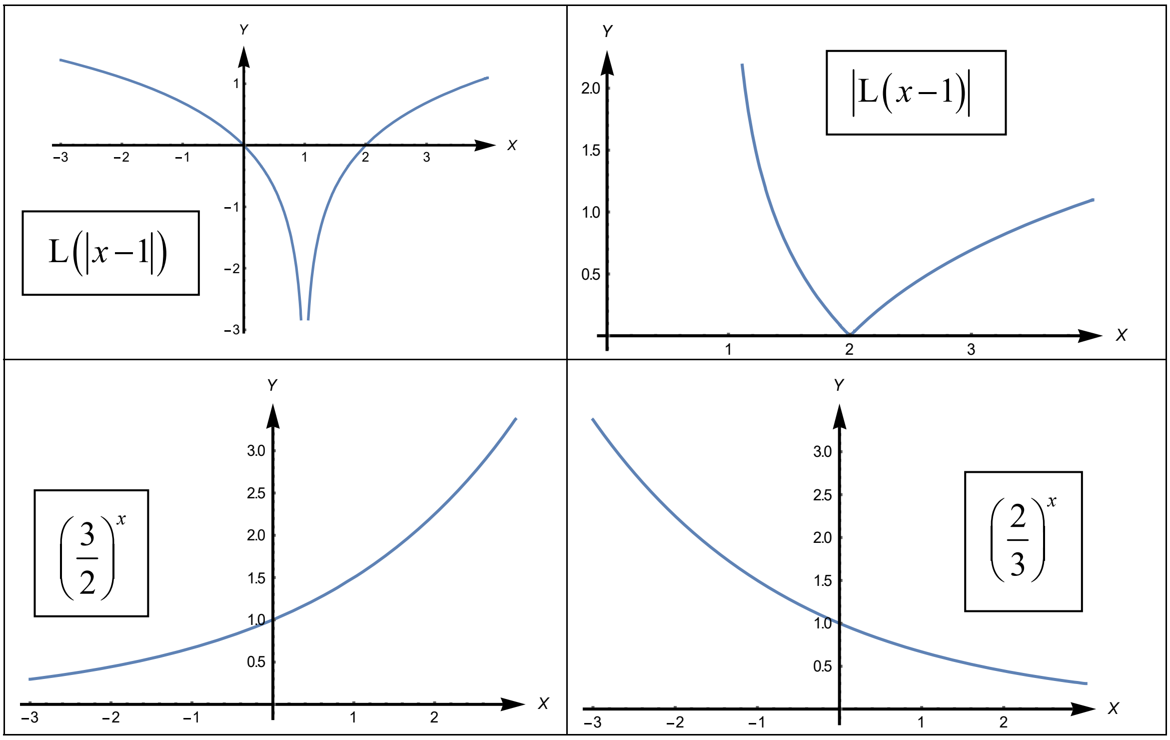
KALKULUA (31Taldea) – MINTEGIETAKO 2. KONTROLA

IZEN-ABIZENAK:
TALDEA: 31

1.- Hurrengo irudietan $\left(\frac{2}{3}\right)^x$, $\left(\frac{3}{2}\right)^x$, $\left|\mathrm{L}(x-1)\right|$ eta $\mathrm{L}\left(\left|x-1\right|\right)$ funtzioen adierazpen grafikoak agertzen dira. Idatz ezazu irudi bakoitzean, dagokion funtzioa.

(Puntu 1)



2.- Bete ezazu beheko limite-taula. Limitea ez bada existitzen, $\nexists$ ikurra jarri.

$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x}=0$	$\lim\limits_{x\to 3}\frac{1}{x-3}\ \nexists$	$\lim\limits_{x\to 0^+} e^{1/x}=\infty$	$\lim\limits_{x\to 0} e^{-x}=1$
$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{4^x}{\mathrm{L}(x)}=\infty$	$\lim\limits_{x\to 3}\frac{\sin(x-3)}{x-3}=1$	$\lim\limits_{x\to\infty}\arctan(x)=\frac{\pi}{2}$	$\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}^+}\tan x=-\infty$

(Puntu 1)

3.- $f(x)=\dfrac{1-\cos x}{\mathrm{L}(1+x)(e^{2x}-1)}$ **funtzioa emanik,**

a) aurki ezazu *f*-ren definizio-eremua

b) kalkula ezazu $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$

(1.5 puntu)

a) $D=\left\{x\in\mathbb{R}\,/\,1+x>0,\ \mathrm{L}(1+x)(e^{2x}-1)\neq 0\right\}$

- $1+x>0 \quad\Leftrightarrow\quad x>-1$
- $\mathrm{L}(1+x)(e^{2x}-1)\neq 0 \quad\Leftrightarrow\quad \begin{cases}\mathrm{L}(1+x)\neq 0 \quad\Leftrightarrow\quad 1+x\neq 1 \quad\Leftrightarrow\quad x\neq 0\\ e^{2x}-1\neq 0 \quad\Leftrightarrow\quad e^{2x}\neq 1 \quad\Leftrightarrow\quad x\neq 0\end{cases}$

Beraz, $D=(-1,\infty)-\{0\}=(-1,0)\cup(0,\infty)$

b) $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos x}{\mathrm{L}(1+x)(e^{2x}-1)}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\frac{x^2}{2}}{x\cdot \mathrm{L}\left(e^{2x}\right)}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^2}{2x\cdot 2x}=\dfrac{1}{4}$

4.- $f(x)=\begin{cases}x\cdot e^{\sqrt{x}} & \forall x\geq 0\\ x^2\cdot\cos\left(\dfrac{1}{x}\right) & \forall x<0\end{cases}$ **funtzioa emanik, kalkula ezazu** $f'(x)\quad \forall x$**.**

(2 puntu)

$\forall x\neq 0$ f funtzio deribagarriez osatuta dago beraz, deribazio-erregelak erabil daitezke bere deribatua kalkulatzeko:

$$f'(x)=\begin{cases}e^{\sqrt{x}}+x\cdot\dfrac{1}{2\sqrt{x}}e^{\sqrt{x}} & \forall x>0\\ 2x\cdot\cos\left(\dfrac{1}{x}\right)+x^2\cdot\left(\dfrac{-1}{x^2}\right)\left(-\sin\left(\dfrac{1}{x}\right)\right) & \forall x<0\end{cases}=\begin{cases}e^{\sqrt{x}}\left(1+\dfrac{\sqrt{x}}{2}\right) & \forall x>0\\ 2x\cdot\cos\left(\dfrac{1}{x}\right)+\sin\left(\dfrac{1}{x}\right) & \forall x<0\end{cases}$$

$x=0$ puntuan berriz, definizioa erabili behar da. Eta, alboko deribatuak kalkulatu behar dira, balio positibo eta negatiboetarako era desberdinetan definituta baitago:

$$\left.\begin{aligned}f'(0^+)&=\lim_{h\to 0^+}\frac{f(0+h)-f(0)}{h}=\lim_{h\to 0^+}\frac{h\cdot e^{\sqrt{h}}-0}{h}=\lim_{h\to 0^+}e^{\sqrt{h}}=1\\ f'(0^-)&=\lim_{h\to 0^-}\frac{f(0+h)-f(0)}{h}=\lim_{h\to 0^-}\frac{h^2\cdot\cos\left(\frac{1}{h}\right)-0}{h}=\lim_{h\to 0^-}h\cdot\cos\left(\frac{1}{h}\right)=0\end{aligned}\right\}\Rightarrow \nexists f'(0)$$