KALKULUA (31Taldea) – MINTEGIETAKO 2. KONTROLA

OHARRA: Ebazpenetan jarritako grafikoak ez ziren eskatzen. Lortutako emaitzak hobeto uler ditzazuen erantsi ditut.

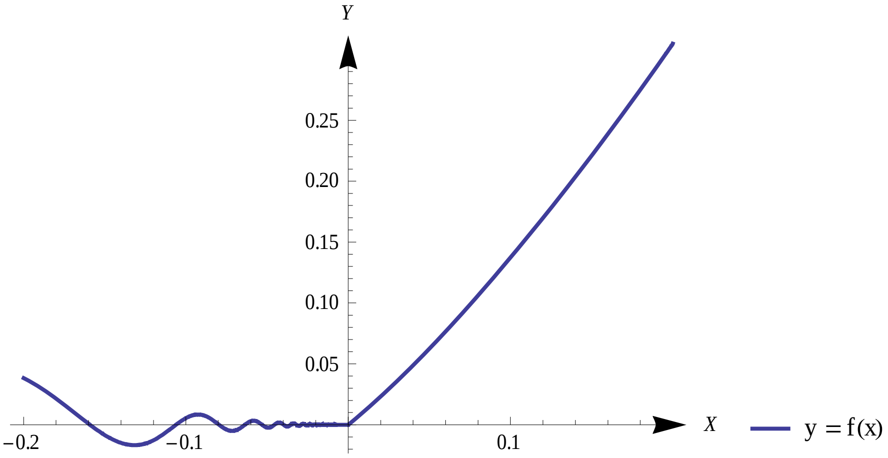
1.- Kalkulatu $f(x)=\begin{cases} x\cdot e^{\sqrt{x}} & \forall x\ge 0 \\ x^2\cdot\sin\left(\dfrac{1}{x}\right) & \forall x<0 \end{cases}$ **funtzioaren deribatua.**

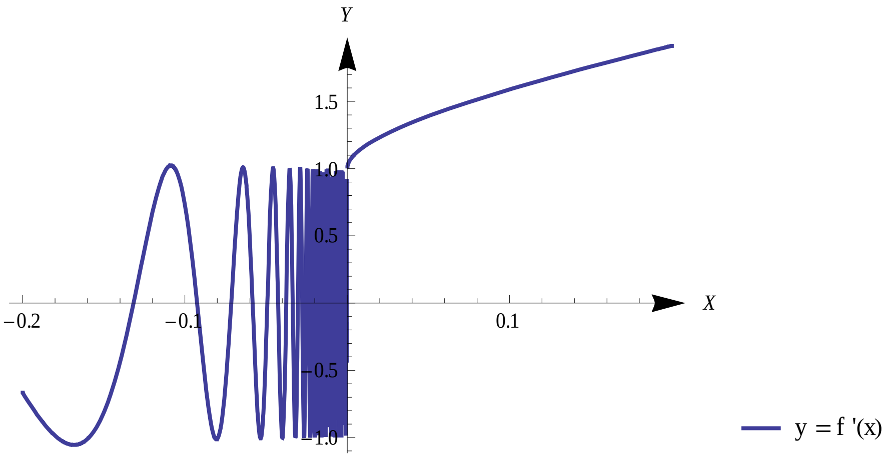
(1.5 puntu)

$$\forall x>0 \quad f'(x)=e^{\sqrt{x}}+\frac{x}{2\sqrt{x}}\cdot e^{\sqrt{x}}=e^{\sqrt{x}}+\frac{\sqrt{x}}{2}\cdot e^{\sqrt{x}}=e^{\sqrt{x}}\cdot\left(1+\frac{\sqrt{x}}{2}\right)$$

$$\forall x<0 \quad f'(x)=2x\cdot\sin\left(\frac{1}{x}\right)+x^2\cdot\cos\left(\frac{1}{x}\right)\cdot\left(-\frac{1}{x^2}\right)=2x\cdot\sin\left(\frac{1}{x}\right)-\cos\left(\frac{1}{x}\right)$$

$$\left.\begin{array}{l} f'(0^+)=\lim\limits_{h\to 0^+}\dfrac{f(h)-f(0)}{h}=\lim\limits_{h\to 0^+}\dfrac{h\cdot e^{\sqrt{h}}}{h}=\lim\limits_{h\to 0^+}e^{\sqrt{h}}=1 \\ f'(0^-)=\lim\limits_{h\to 0^-}\dfrac{f(h)-f(0)}{h}=\lim\limits_{h\to 0^-}\dfrac{h^2\cdot\sin\left(\frac{1}{h}\right)}{h}=\lim\limits_{h\to 0^-}h\cdot\sin\left(\dfrac{1}{h}\right)=0 \end{array}\right\}\Rightarrow \nexists f'(0)$$





2.- $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\mathrm{L}(1+x)}{x} & \forall x\neq 0\\ 1 & x=0\end{cases}$ **funtzioa emanik,**

a) Kalkulatu $df(0)$

b) Diferentziala erabiliz, kalkulatu, gutxi gorabehera, $f(0.5)$

(1.5 puntu)

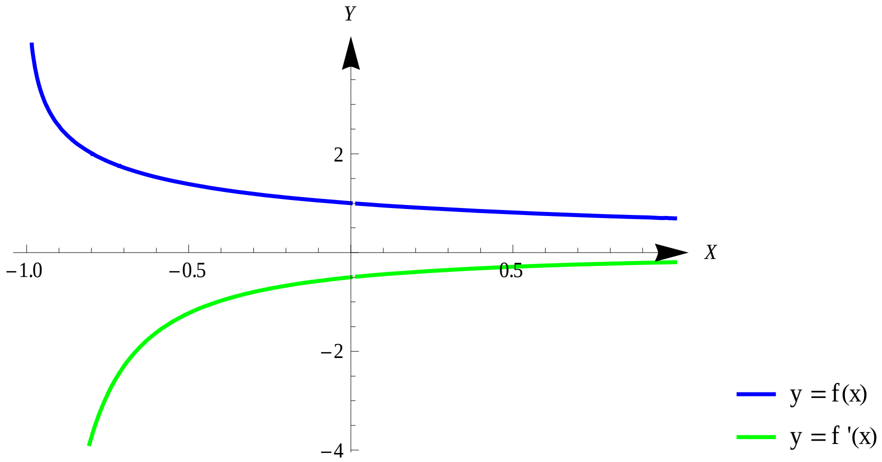
a) $f'(0)=\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(h)-f(0)}{h}=\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{\dfrac{\mathrm{L}(1+h)}{h}-1}{h}=\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{\mathrm{L}(1+h)-h}{h^2}\overset{(L'H)}{=}\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{\dfrac{1}{1+h}-1}{2h}=$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{-h}{2h(1+h)}=\lim_{h\to 0}\frac{-1}{2(1+h)}=-\frac{1}{2}\quad\Rightarrow\quad df(0)=f'(0)\cdot dx=-\frac{1}{2}dx$$

b) f diferentziagarria da $\Leftrightarrow$ $\Delta f\simeq df$

Kasu honetan, $x=0$ puntuan aplikatuta, $dx=0.5$ izanik:

$$\Delta f=f(0.5)-f(0)=f(0.5)-1\simeq df(0)=-\frac{1}{2}\cdot(0.5)=-\frac{1}{4}\quad\Leftrightarrow\quad f(0.5)\simeq\frac{3}{4}=0.75$$



Hurrengo marrazkian, urdinez, *f*-ren grafikoaren zati bat erakusten da ($x\in[0,1/2]$), eta, gorriz, kurba honi dagokion $x=0$ puntuko zuzen ukitzailea. Erakusten dira ere, $x=0.5$ puntuan funtzioak zein zuzen ukitzaileak hartzen duten balioa