KALKULUA (31Taldea) – MINTEGIETAKO 2. KONTROLA

IZEN-ABIZENAK:
TALDEA: 31

1.- $f(x)=\begin{cases} 1+3x+x^2\cdot\cos\left(\dfrac{1}{x}\right) & \forall x<0 \\ 1 & x=0 \\ 3e^x-2\cos x+\sin^2 x & \forall x>0 \end{cases}$ **funtzioa emanik, kalkula ezazu** $f'(0)$**.**

(1.5 puntu)

$$f'(0^-)=\lim_{h\to 0^-}\frac{f(h)-f(0)}{h}=\lim_{h\to 0^-}\frac{1+3h+h^2\cdot\cos\left(\frac{1}{h}\right)-1}{h}=\lim_{h\to 0^-}\left(3+h\cdot\cos\left(\frac{1}{h}\right)\right)=3$$

$$f'(0^+)=\lim_{h\to 0^+}\frac{f(h)-f(0)}{h}=\lim_{h\to 0^+}\frac{3e^h-2\cos h+\sin^2 h-1}{h}\overset{(L'H)}{=}\lim_{h\to 0^+}\left(3e^h+2\sin h+2\sin h\cos h\right)=3$$

Beraz, $f'(0^-)=f'(0^+)=3 \quad\Leftrightarrow\quad f'(0)=3$

2.- Izan bedi *f* funtzio deribagarria $x_0=1$ puntuan. $f(1)=3$ eta $f'(1)=5$ balioak ezagutzen baditugu, erantzun itzazu, arrazoituz, hurrengo galderak:

- **a) Zein da, gutxi gorabehera, *f*-ren aldakuntzaren balioa, (Δf), $x_0=1$ puntutik $x=1.2$ puntura mugitzen bagara?**
- **b) Zein da, gutxi gorabehera, *f*-ren balioa $x=1.2$ puntuan?**

(Puntu 1)

a) *f* deribagarria da baldin eta solik baldin diferentziagarria da

Eta, *f* diferentziagarria da $\Leftrightarrow$ $\Delta f\simeq df$

Hau da, $\Delta f = f(x_0+h)-f(x_0)\simeq df(x_0)=f'(x_0)\cdot dx$

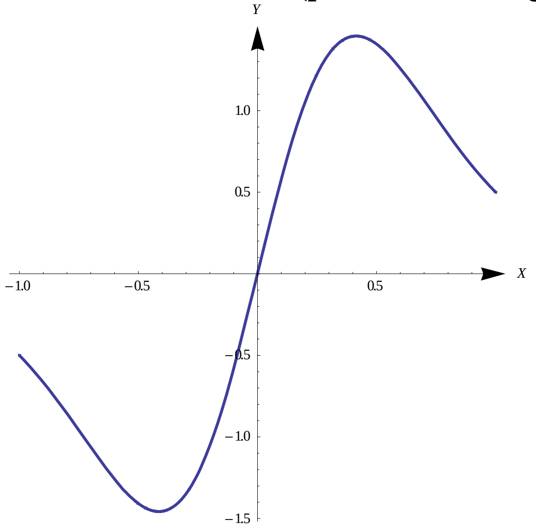
Kasu honetan, $x_0=1$, $x_0+h=1.2$ eta $h=dx=0.2$. Beraz,

$$\Delta f = f(1.2)-f(1)\simeq df(1)=f'(1)\cdot dx=5\cdot(0.2)=1$$

b) Aurreko emaitzatik, $f(1.2)-f(1)\simeq 1 \quad\Leftrightarrow\quad f(1.2)\simeq 1+f(1)=4$

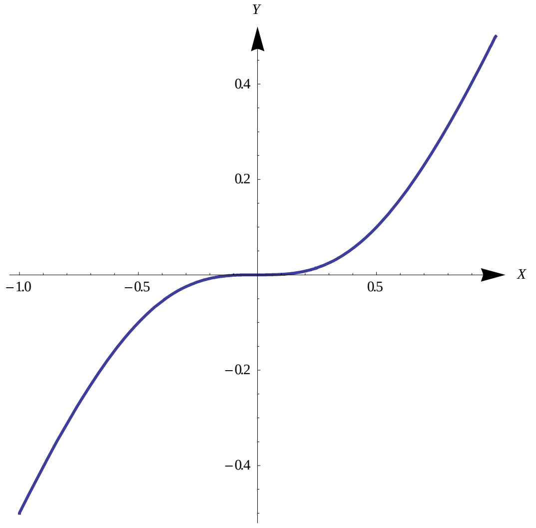
3.- Hurrengo hiru irudietan funtzio baten eta bere lehenengo eta bigarren deribatuen grafikak erakusten dira. Justifika ezazu zein den *f*, zein f' eta zein f''. OHARRA: Kontuan izan funtzio bat gorakorra edo beherakorra den jakiteko, bere deribatuaren zeinua (positiboa edo negatiboa) aztertzen dugula. (1.5 puntu)

A

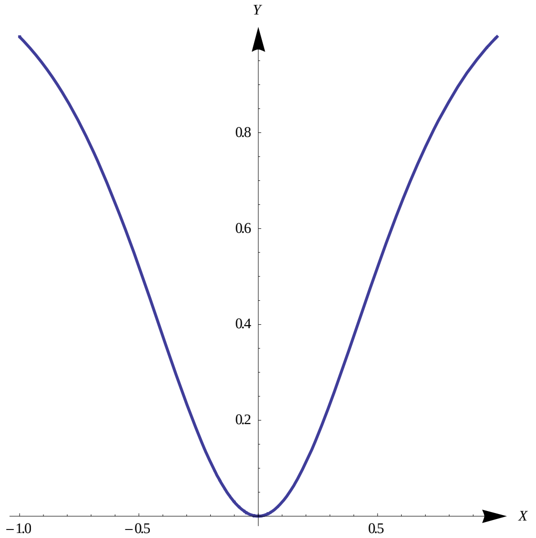


A ezin da *f*-ren ezta f'-ren grafika izan, $x<0$ denean lehenengo beherakorra eta gero gorakorra baita, eta, ondorioz, bere deribatuak (f' edo f''), $x<0$ denean, lehenengo negatiboa eta gero positiboa izan beharko zuen, eta egoera hori ez da aurkitzen beste grafiketan. Beraz, **A f''-ren grafika da.**

B



B ezin da f'-ren grafika izan beti gorakorra baita eta, ondorioz, bere deribatua (f'') positiboa izango baita beti. Eta A grafikak ez du hori betetzen. Beraz, **B *f*-ren grafika da.**



Eta, orduan, **C f'-ren grafika da** (beti positiboa, *f* gorakorra baita beti).