KALKULUA (31Taldea) – MINTEGIETAKO 2. KONTROLA

IZEN-ABIZENAK:
TALDEA: 31

1.- a) $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1-\cos x}{x} & \forall x\neq 0\\ 0 & x=0\end{cases}$ **funtzioa emanik, kalkula ezazu** $f'(x)$**.**

b) Kalkula ezazu *f* funtzioaren $x=0$ **puntuko zuzen ukitzailearen ekuazioa.**

(1.5 puntu)

a) $\forall x\neq 0$ deribazio-erregelak erabil daitezke:

$$f'(x)=\frac{x\sin x-1+\cos x}{x^2}\qquad \forall x\neq 0$$

Eta, $x=0$ puntuan, berriz, definizioa erabili behar da:

$$f'(0)=\lim_{h\to 0}\frac{f(h)-f(0)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{\frac{1-\cos h}{h}}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{1-\cos h}{h^2}\overset{(*)}{=}\lim_{h\to 0}\frac{\frac{h^2}{2}}{h^2}=\frac{1}{2}$$

Beraz, $f'(x)=\begin{cases}\dfrac{x\sin x-1+\cos x}{x^2} & \forall x\neq 0\\ \dfrac{1}{2} & x=0\end{cases}$

b) *f* funtzioaren $x=0$ puntuko zuzen ukitzailearen ekuazioa:

$$y=f(0)+f'(0)x \quad\Leftrightarrow\quad y=\frac{x}{2}$$

(*) $h\to 0 \quad\Rightarrow\quad 1-\cos h\sim\dfrac{h^2}{2}$

2.- $f(x)=x\cdot e^{\sqrt{x}}$ **funtzioa emanik, kalkula ezazu** $df(0)$**.**

(Puntu 1)

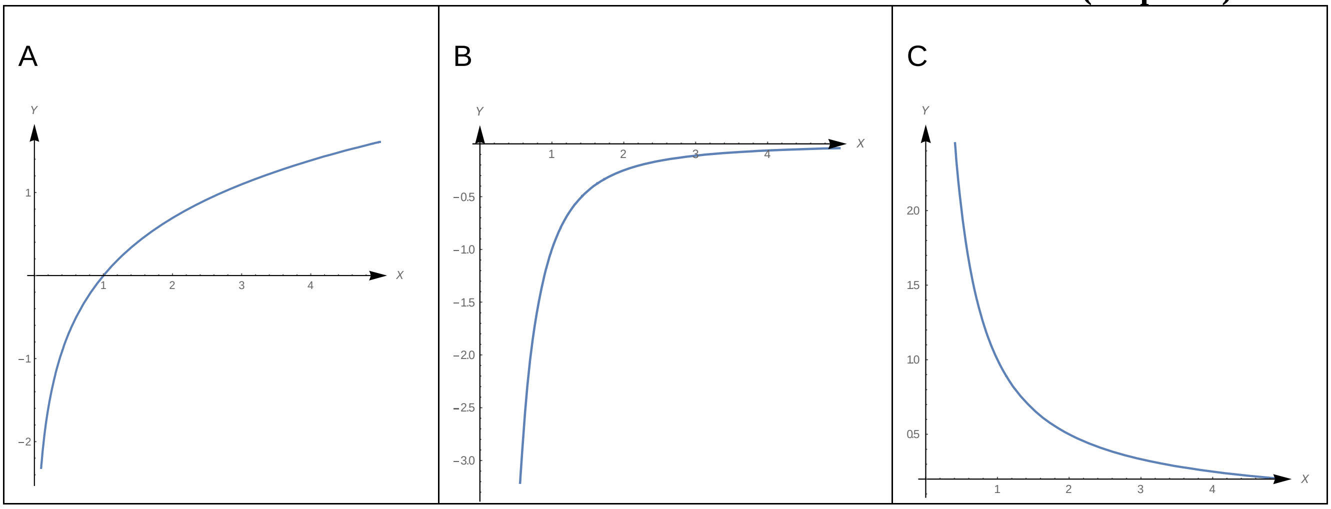
$$df(0)=f'(0)\cdot dx$$

$\sqrt{x}$ funtzioa ez da deribagarria $x=0$ puntuan beraz, ezin dira deribazio-erregelak aplikatu $f'(0)$ kalkulatzeko. Definizioa erabili behar da:

$$f'(0)=\lim_{h\to 0}\frac{f(h)-f(0)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{h\cdot e^{\sqrt{h}}}{h}\lim_{h\to 0}e^{\sqrt{h}}=1\quad\Rightarrow\quad df(0)=dx$$

3.- Hurrengo hiru irudietan funtzio baten, eta, bere lehenengo eta bigarren deribatuen grafikoak erakusten dira. Justifika ezazu zein den *f*, zein f' eta zein f''. OHARRA: Gogoratu funtzio baten deribatuaren zeinuak (positiboa edo negatiboa), funtzioa gorakorra edo beherakorra den adierazten duela.

(1.5 puntu)



A grafikoan agertzen den funtzioa negatiboa eta positiboa denez, f' edo f'' balitz, beste bi grafikoetako batean beherakorra eta gorakorra den funtzioa agertu beharko luke. Eta hori ikusten ez denez, A grafikoa *f* funtzioarena izango da.

Horren arabera, eta *f* beti gorakorra dela ikusita, bere deribatuak positiboa izan behar du, beraz, C grafikoa f' da.

Eta, ondorioz, B grafikoak f'' adierazten du. Grafiko honetan dagoen funtzioa negatiboa da, eta, hau bat dator f' beherakorra izatearekin.