KALKULUA– MINTEGIETAKO 2. KONTROLA (2020-11-26)

1.- $f(x)=\begin{cases} 1+x\cdot e^{\sqrt{x}} & \forall x\geq 0 \\ 1+x+x^2\cdot\sin\left(\dfrac{1}{x}\right) & \forall x<0 \end{cases}$ **funtzioa emanik,**

a) kalkula ezazu $f'(x)$

b) kalkula ezazu *f* funtzioaren $x=0$ **puntuko zuzen ukitzailearen ekuazioa.**

(2.5 puntu)

a) $\forall x\neq 0$ deribazio-erregelak erabil daitezke:

$$f'(x)=\begin{cases} e^{\sqrt{x}}+x\cdot\dfrac{1}{2\sqrt{x}}e^{\sqrt{x}} & \forall x>0 \\ 1+2x\cdot\sin\left(\dfrac{1}{x}\right)-\cos\left(\dfrac{1}{x}\right) & \forall x<0 \end{cases}$$

Eta, $x=0$ puntuan, berriz, definizioa erabili behar da, alboko deribatuak kalkulatzeko:

$$\left.\begin{array}{l} f'(0^+)=\displaystyle\lim_{h\to 0^+}\frac{f(h)-f(0)}{h}=\lim_{h\to 0^+}\frac{1+h\cdot e^{\sqrt{h}}-1}{h}=\lim_{h\to 0^+}e^{\sqrt{h}}=1 \\ f'(0^-)=\displaystyle\lim_{h\to 0^-}\frac{f(h)-f(0)}{h}=\lim_{h\to 0^-}\frac{1+h+h^2\cdot\sin\left(\frac{1}{h}\right)-1}{h}=\lim_{h\to 0^-}\left(h\cdot\sin\left(\frac{1}{h}\right)+1\right)=1 \end{array}\right\}\Rightarrow f'(0)=1$$

Hau da: $f'(x)=\begin{cases} e^{\sqrt{x}}+x\cdot\dfrac{1}{2\sqrt{x}}e^{\sqrt{x}} & \forall x>0 \\ 1 & x=0 \\ 1+2x\cdot\sin\left(\dfrac{1}{x}\right)-\cos\left(\dfrac{1}{x}\right) & \forall x<0 \end{cases}$

b) $x=x_0$ puntuko zuzen ukitzailearen ekuazioa: $y-f(x_0)=f'(x_0)(x-x_0)$

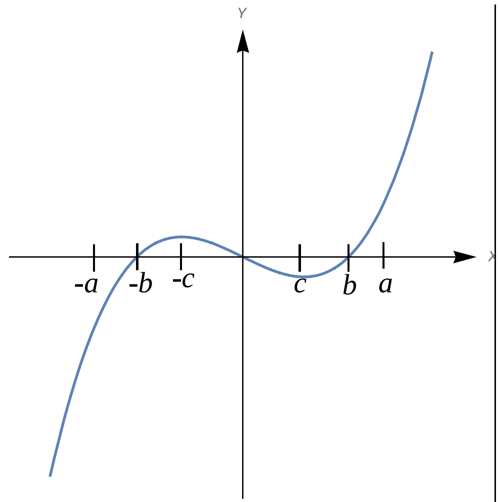
Kasu honetan, $x_0=0$, $f(0)=1$ eta $f'(0)=1$

Beraz, zuzen ukitzailearen ekuazioa: $y=x+1$

2.- Hurrengo hiru irudietan funtzio baten, eta, bere lehenengo eta bigarren deribatuen grafikoak erakusten dira. <u>Justifika ezazu</u> zein den *f*, zein f' eta zein f''. OHARRA: gogoratu funtzio baten deribatuaren zeinuak (positiboa edo negatiboa), funtzioa gorakorra edo beherakorra den adierazten duela.

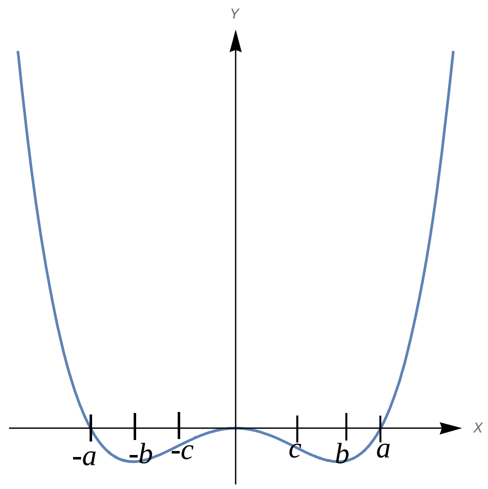
(1.5 puntu)

A



C ezin da *f*-ren ezta f'-ren grafikoa izan, beherakorra baita $\forall x < 0$ eta gorakorra $\forall x > 0$. Beraz, bere deribatua (f' edo f'') negatiboa litzateke $\forall x < 0$ eta positiboa $\forall x > 0$. Eta hori ez da ematen beste bi grafikoetan. Beraz, **C f''-ren grafikoa da.**

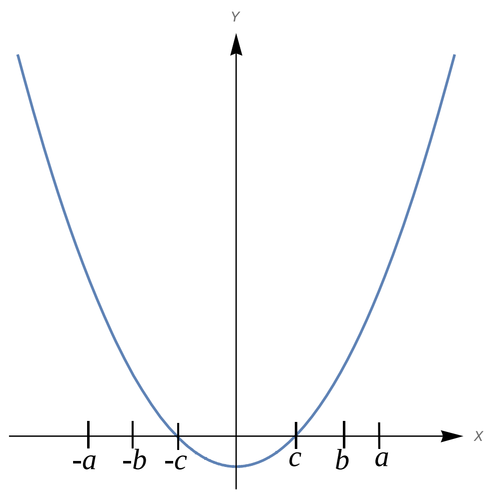
B



B ezin da f'-ren grafikoa izan, (-*a*,*a*) tartean negatiboa denez, *f* beherakorra litzateke tarte horretan. Eta hori ez da ematen beste bi grafikoetan. Beraz, **B *f*-ren grafikoa da.**

C f'' dela ondorioztatu dugunez, eta negatiboa denez (-*c*,*c*) tartean, f' beherakorra izango da, eta hori A grafikoan gertatzen da. Beraz, **A f'-ren grafikoa da.**

C



Gainera, A grafikoan ikusten denez:

$$\begin{cases} f'(x) < 0 & \forall x < -b \text{ eta } \forall x \in (0,b) \\ f'(x) > 0 & \forall x \in (-b,0) \text{ eta } \forall x > b \end{cases}, \text{ eta,}$$

B grafikoan ikusten denez:

$$\begin{cases} f \text{ beherakorra da} & \forall x < -b \text{ eta } \forall x \in (0,b) \\ f \text{ beherakorra da} & \forall x \in (-b,0) \text{ eta } \forall x > b \end{cases}$$