Ariketa 1	Ariketa 2	Ariketa 3	Ariketa 4	Ariketa 5	Ariketa 6	Ariketa 7	Guztira

Azterketaren iraupena: Ordu 1

IZEN-ABIZENAK:

TALDEA:

1.- Deskonposatu faktoretan $f(x) = x^6 - 2x^5 - x^2 + 2x$

$f(x) = x(x^5 - 2x^4 - x + 2)$

Orain Ruffini aplikatuko dugu $x^5 - 2x^4 - x + 2$ polinomioaren erroak bilatzeko:

$$\begin{array}{c|cccccc} & 1 & -2 & 0 & 0 & -1 & 2 \\ 2 & & 2 & 0 & 0 & 0 & -2 \\ \hline & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & \underline{|0} \end{array}$$

Beraz, $f(x) = x(x-2)(x^4-1) = x(x-2)(x^2-1)(x^2+1) = x(x-2)(x-1)(x+1)(x^2+1)$

2.- Aurkitu *a* parametroaren balioa, $f(x) = 2ax^3 - 4x^2 + ax - 2a$ **polinomioa** $x-2$ **polinomioaren bidez zatigarria izan dadin.**

Bi eratan:

1) Ruffini aplikatuz zatiketa kalkulatuko dugu. Hondarra zero atera behar zaigu:

$$\begin{array}{c|cccc} & 2a & -4 & a & -2a \\ 2 & & 4a & 8a-8 & 18a-16 \\ \hline & 2a & 4a-4 & 9a-8 & \underline{|16a-16=0 \Leftrightarrow a=1} \end{array}$$

2) $x = 2$ f polinomioaren erroa izan behar da, hau da $f(2) = 0$:

$f(2) = 2a \cdot 2^3 - 4 \cdot 2^2 + a \cdot 2 - 2a = 16a - 16 = 0 \Leftrightarrow a = 1$

3.- Ebatzi $x > 3 + \dfrac{4}{x}$ desberdintza.

$$x > 3 + \frac{4}{x} \Rightarrow \begin{cases} \forall x > 0 \Rightarrow x^2 > 3x + 4 \Rightarrow x^2 - 3x - 4 > 0 \Rightarrow \begin{cases} x \in (-\infty, -1) \cup (4, \infty) \\ x > 0 \end{cases} \Rightarrow x \in (4, \infty) \\ \forall x < 0 \Rightarrow x^2 < 3x + 4 \Rightarrow x^2 - 3x - 4 < 0 \Rightarrow \begin{cases} x \in (-1, 4) \\ x < 0 \end{cases} \Rightarrow x \in (-1, 0) \end{cases}$$

Beraz, $x > 3 + \dfrac{4}{x} \quad \forall x \in (-1, 0) \cup (4, \infty)$

4.- a) Aurkitu (0,-1) puntuan erpina duen parabolaren ekuazioa, OX ardatza $x = \pm 1$ puntuetan ebakitzen duelarik.
b) Aurkitu parabola horri dagokion $x = 2$ puntuko zuzen ukitzailearen ekuazioa.

a) $y = ax^2 + bx + c$ erako parabola da.
Erpina (0,-1) denez: $y' = 2ax + b \Rightarrow y'(0) = b = 0 \Rightarrow y = ax^2 + c$
(0,-1) puntutik igarotzen da: $y(0) = c = -1 \Rightarrow y = ax^2 - 1$
Eta (1,0) puntutik igarotzen da: $y(1) = a - 1 = 0 \Leftrightarrow a = 1 \Rightarrow y = x^2 - 1$

b) $x = 2 \Rightarrow y = 3$. Hau da, ukitze-puntua (2,3) da.
Malda: $y' = 2x \Rightarrow y'(2) = 4$
Beraz, zuzen ukitzailea: $y - 3 = 4(x - 2) \Leftrightarrow y = 4x - 5$

5.- Determinatu *k* parametroaren balioa, $kx - 3y = 10$ eta $y = 2x + 4$ zuzenak elkartzutak izan daitezen.

$kx - 3y = 10 \Leftrightarrow y = \dfrac{k}{3}x - \dfrac{10}{3} \Rightarrow$ malda: $m_1 = \dfrac{k}{3}$
$y = 2x + 4 \Rightarrow$ malda: $m_2 = 2$
Zuzen elkartzutak dira $\Leftrightarrow m_1 \cdot m_2 = -1 \Leftrightarrow \dfrac{k}{3} \cdot 2 = -1 \Leftrightarrow k = -\dfrac{3}{2}$

6.- Kalkulatu hurrengo funtzioen deribatuak (emaitzak ahalik eta era sinplifikatuenean adieraziz):

a) $f(x) = \operatorname{arctg}\left(\dfrac{1+x}{1-x}\right)$

$$f'(x) = \frac{\left(\dfrac{1+x}{1-x}\right)'}{1+\left(\dfrac{1+x}{1-x}\right)^2} = \frac{\dfrac{1-x+1+x}{(1-x)^2}}{\dfrac{(1-x)^2+(1+x)^2}{(1-x)^2}} = \frac{2}{(1-x)^2+(1+x)^2} = \frac{2}{2+2x^2} = \frac{1}{1+x^2}$$

b) $f(x) = \sin\left[\mathrm{L}\left(\cos^3(5x)\right)\right]$

$$f'(x) = \cos\left[\mathrm{L}\left(\cos^3(5x)\right)\right]\cdot\frac{3\cos^2(5x)\cdot(-\sin(5x))\cdot 5}{\cos^3(5x)} = -15\cos\left[\mathrm{L}\left(\cos^3(5x)\right)\right]\cdot \operatorname{tg}(5x)$$

7.- Kalkulatu hurrengo integralak:

a) $I = \displaystyle\int \frac{\sin(1/x)}{x^2}dx \overset{(1)}{=} \cos(1/x)+K$

(1) $\dfrac{1}{x} = t \Rightarrow -\dfrac{1}{x^2}dx = dt$

b) $I = \displaystyle\int \frac{x}{3+5x^2}dx = \frac{1}{10}\int\frac{10x}{3+5x^2}dx = \frac{1}{10}\mathrm{L}\left(3+5x^2\right)+K$

c) $I = \displaystyle\int \frac{dx}{x^2-10x+34} = \int\frac{dx}{(x-5)^2+9} = \frac{1}{9}\int\frac{dx}{\left(\dfrac{x-5}{3}\right)^2+1} = \frac{1}{3}\operatorname{arctg}\left(\frac{x-5}{3}\right)+K$

d) $I = \displaystyle\int \mathrm{L}x\,dx \overset{(2)}{=} x\cdot\mathrm{L}x - \int x\cdot\frac{1}{x}dx = x\cdot\mathrm{L}x - x + K$

(2) $\begin{cases} \mathrm{L}x = u \Rightarrow \dfrac{1}{x}dx = du \\ dx = dv \Rightarrow v = x \end{cases}$