



Ariketa 1	Ariketa 2	Ariketa 3	Ariketa 4	Ariketa 5	Ariketa 6	Ariketa 7	Guztira

Azterketaren iraupena: Ordu 1

IZEN-ABIZENAK:

TALDEA:

1.- Aurkitu a eta b parametroen balioak, $x=1$ eta $x=5$ $P(x) = x^3 - 7x^2 + (a+1)x + b$ polinomioaren erroak izan daitezzen.

Bi eratan:

1) $x=1$ P polinomioaren erroa bada $\Rightarrow P(1) = 0$:

$$P(1) = 1 - 7 + a + 1 + b = 0 \Leftrightarrow a + b - 5 = 0$$

$x=5$ P polinomioaren erroa bada $\Rightarrow P(5) = 0$:

$$P(5) = 125 - 175 + 5(a+1) + b = 0 \Leftrightarrow 5a + b - 45 = 0$$

Sistema hau ebatziz: $a = 10$ eta $b = -5$.

2) Ruffini aplikatuz zatiketak kalkulatuko ditugu. Hondarrak zero atera behar zaizkigu:

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & -7 & a+1 & b \\ & & 1 & -6 & a-5 \\ \hline & 1 & -6 & a-5 & \underline{a+b-5=0} \end{array} \qquad \begin{array}{r|rrr} 5 & 1 & -6 & a-5 \\ & & 5 & -5 \\ \hline & 1 & -1 & \underline{a-10=0 \Leftrightarrow a=10} \Rightarrow b=-5 \end{array}$$

2.- Ebatzi $2x-1 + \frac{2}{x-1} > 6$ desberdintza.

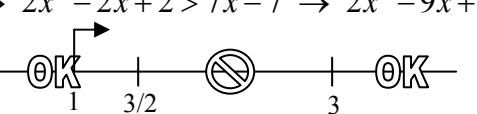
Bi eratan:

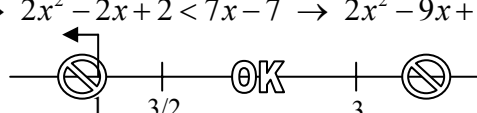
$$1) 2x-1 + \frac{2}{x-1} > 6 \Leftrightarrow 2x-7 + \frac{2}{x-1} > 0 \Leftrightarrow \frac{2x^2-9x+9}{x-1} > 0 \stackrel{(*)}{\Leftrightarrow} \frac{2\left(x-\frac{3}{2}\right)(x-3)}{x-1} > 0$$

	$(-\infty, 1)$	$\left(1, \frac{3}{2}\right)$	$\left(\frac{3}{2}, 3\right)$	$(3, \infty)$
$x - \frac{3}{2}$	-	-	+	+
$x - 3$	-	-	-	+
$x - 1$	-	+	+	+
	-	+	-	+

Beraz, $2x - 1 + \frac{2}{x-1} > 6 \Leftrightarrow x \in \left(1, \frac{3}{2}\right) \cup (3, \infty)$

2) $2x - 1 + \frac{2}{x-1} > 6 \rightarrow 2x + \frac{2}{x-1} > 7$

$x - 1 > 0$: $2x(x-1) + 2 > 7(x-1) \rightarrow 2x^2 - 2x + 2 > 7x - 7 \rightarrow 2x^2 - 9x + 9 > 0 \rightarrow$
 $\rightarrow 2\left(x - \frac{3}{2}\right)(x-3) > 0$  $\Rightarrow \left(1, \frac{3}{2}\right) \cup (3, \infty)$

$x - 1 < 0$: $2x(x-1) + 2 < 7(x-1) \rightarrow 2x^2 - 2x + 2 < 7x - 7 \rightarrow 2x^2 - 9x + 9 < 0 \rightarrow$
 $\rightarrow 2\left(x - \frac{3}{2}\right)(x-3) < 0$  $\Rightarrow \emptyset$

Beraz, $2x - 1 + \frac{2}{x-1} > 6 \Leftrightarrow x \in \left(1, \frac{3}{2}\right) \cup (3, \infty)$

(*) $2x^2 - 9x + 9 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 72}}{4} \left\langle \begin{array}{l} 3 \\ \frac{3}{2} \end{array} \right.$

3.- Aurkitu hurrengo erara definituriko zuzenaren ekuazioa: $y = x^2$ parabolaren $x = 1$ puntuko zuzen ukitzailearekiko paraleloa da eta $2x + 3y - 7 = 0$ eta $x - y - 1 = 0$ zuzenen arteko ebakidura-puntutik igarotzen da.

$x = 1$ puntuko zuzen ukitzailearen malda:

$$y = x^2 \Rightarrow y' = 2x \Rightarrow y'(1) = 2$$

Zuzenen arteko ebakidura-puntua:

$$\left. \begin{array}{l} 2x + 3y - 7 = 0 \\ x - y - 1 = 0 \Leftrightarrow y = x - 1 \end{array} \right\} \Rightarrow 5x - 10 = 0 \Leftrightarrow x = 2 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow (2, 1)$$

Beraz, zuzenaren ekuazioa: $y - 1 = 2(x - 2) \Leftrightarrow y = 2x - 3$

4.- Adierazi hurrengo berdintzak zuzenak diren ala ez:

a) $L(a \cdot b) = L(a) + L(b) \quad \forall a, b > 0$

b) $L(a + b) = L(a) \cdot L(b) \quad \forall a, b > 0$

c) $L(a \cdot b) = L(a) \cdot L(b) \quad \forall a, b > 0$

d) $\frac{L(a \cdot b \cdot c)}{2} = \sqrt{L(a) + L(b) + L(c)} \quad \forall a, b, c > 0$ eta $L(a) + L(b) + L(c) \geq 0$

a) Zuzena da.

b), c) eta d) ez dira zuzenak.

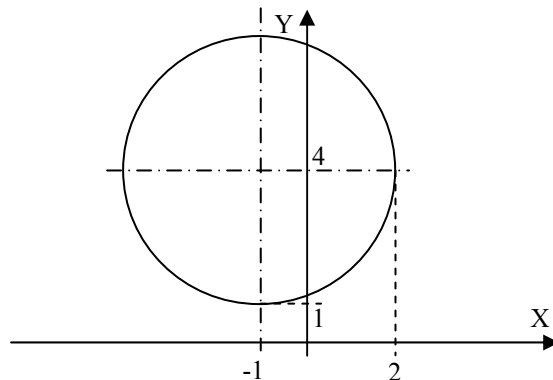
5.- Determinatu zer adierazten duten hurrengo ekuazioek eta irudikatu gutxi gorabehera:

a) $x^2 + y^2 + 2x - 8y + 8 = 0$

b) $x^2 + 9y^2 - 2x - 18y + 1 = 0$

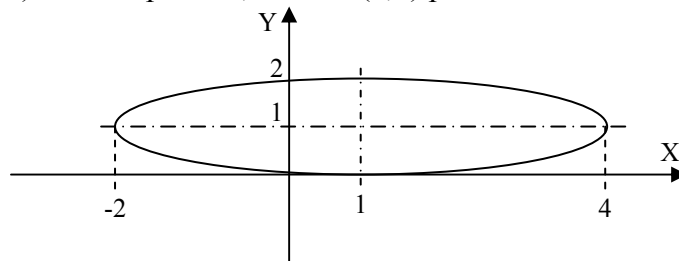
c) $y = (x-1)^2$

a) $x^2 + y^2 + 2x - 8y + 8 = 0 \Leftrightarrow (x+1)^2 + (y-4)^2 - 1 - 16 + 8 = 0 \Leftrightarrow (x+1)^2 + (y-4)^2 = 9$
Zirkunferentzia da, zentroa $(-1, 4)$ puntuan eta erradioa 3.



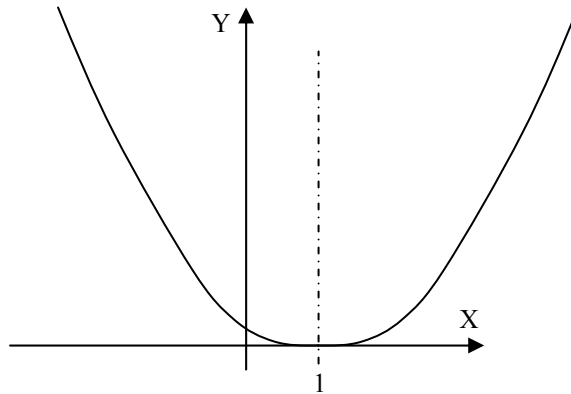
b) $x^2 + 9y^2 - 2x - 18y + 1 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 + 9(y^2 - 2y) = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 + 9(y-1)^2 - 9 = 0$

$\Leftrightarrow \frac{(x-1)^2}{9} + (y-1)^2 = 1$. Elipsea da, zentroa $(1, 1)$ puntuan eta erdi-ardatzak 3 eta 1.



c) $y = (x-1)^2$ parabola da.

$y' = 2(x-1) = 0 \Leftrightarrow x = 1 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow$ erpina $(1,0)$ puntuan dago, eta gorantz ahurra da.



6.- Kalkulatu hurrengo funtzioen deribatuak (emaitzak ahalik eta era sinplifikatuenean adieraziz):

$$\text{a) } f(x) = \frac{x}{\cos^2(Lx)} \Rightarrow f'(x) = \frac{\cos^2(Lx) + 2x \cdot \cos(Lx) \cdot \sin(Lx) \cdot \frac{1}{x}}{\cos^4(Lx)} = \frac{\cos(Lx) + 2 \sin(Lx)}{\cos^3(Lx)}$$

$$\text{b) } f(x) = \text{tg}(a^x) \Rightarrow f'(x) = \frac{a^x \cdot La}{\cos^2(a^x)}$$

7.- Kalkulatu hurrengo integralak:

$$\text{a) } I = \int \frac{dx}{x \cdot Lx} \stackrel{(1)}{=} \int \frac{dt}{t} = L|t| + k = L(|Lx|) + k$$

$$(1) Lx = t \Rightarrow \frac{dx}{x} = dt$$

$$\text{b) } I = \int \frac{e^x}{1+e^{2x}} dx \stackrel{(2)}{=} \int \frac{dt}{1+t^2} = \text{arctgt} + k = \text{arctg}(e^x) + k$$

$$(2) e^x = t \Rightarrow e^x dx = dt$$