Ingeniarien Goi Eskola
Escuela Superior de Ingenieros
Bilbao

2010eko irailak 10 Matematika III

Ariketa 1	Ariketa 2	Ariketa 3	Ariketa 4	1. Zatia

Azterketaren iraupena: 3 ordu

IZEN-ABIZENAK:

TALDEA:

1.- Aurkitu analitiko eta grafikoki hurrengo funtzioaren definizio-eremua:

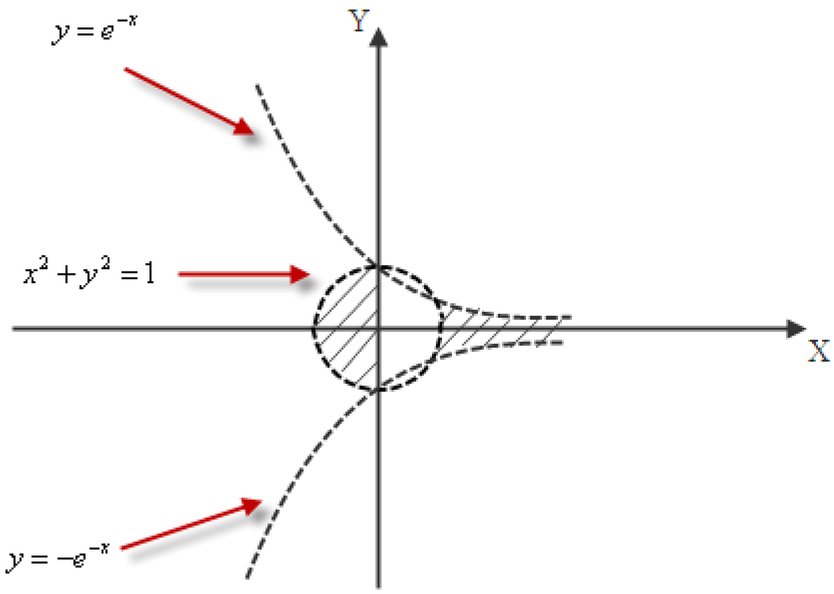
$$f(x,y)=\frac{\mathrm{L}\left[x\cdot(x^2+y^2-1)\right]}{\sqrt{e^{-x}-|y|}}$$

(2 puntu)

$$D=\left\{(x,y)\in\mathbb{R}^2\,/\,x\cdot(x^2+y^2-1)>0,\ e^{-x}-|y|>0\right\}$$

$$x\cdot(x^2+y^2-1)>0 \quad\Rightarrow\quad \begin{cases} x>0 \quad \wedge \quad x^2+y^2>1 \\ \vee \\ x<0 \quad \wedge \quad x^2+y^2<1 \end{cases}$$

$$e^{-x}-|y|>0 \quad\Leftrightarrow\quad |y|<e^{-x} \quad\Leftrightarrow\quad -e^{-x}<y<e^{-x}$$



2.- $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{\mathrm{L}\left(x^n\cdot y+1\right)}{\sin\left(x^2+y^2\right)} & \forall (x,y)\neq(0,0)\\ 0 & (x,y)=(0,0)\end{cases}$ $\forall n\in\mathbb{N}$ **funtzioa emanik:**

- **a)** **Estudiatu bere jarraitutasuna (0,0) puntuan** $\forall n\in\mathbb{N}$**.**
- **b)** **Kalkulatu** $f'_x(0,0)$ **eta** $f'_y(0,0)$**,** $\forall n\in\mathbb{N}$**.**
- **c)** **Estudiatu bere diferentziagarritasuna (0,0) puntuan** $\forall n\in\mathbb{N}$**.**
- **d)** **Aztertu bere deribagarritasuna (0,0) puntuan** $n=2$ **eta** $n=3$ **kasuetarako.**

(2 puntu)

a) f jarraitua (0,0) puntuan $\Leftrightarrow \lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y)=f(0,0)=0$

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y)=\lim_{(x,y)\to(0,0)}\frac{\mathrm{L}\left(x^n\cdot y+1\right)}{\sin\left(x^2+y^2\right)}=\lim_{\substack{\rho\to0^+\\ \forall\theta\in[0,2\pi)}}\frac{\mathrm{L}\left(\rho^{n+1}\cdot\cos^n\theta\cdot\sin\theta+1\right)}{\sin\left(\rho^2\right)}\sim$$

$$\sim\lim_{\substack{\rho\to0^+\\ \forall\theta\in[0,2\pi)}}\frac{\rho^{n+1}\cdot\cos^n\theta\cdot\sin\theta}{\rho^2}=\lim_{\substack{\rho\to0^+\\ \forall\theta\in[0,2\pi)}}\rho^{n-1}\cdot\cos^n\theta\cdot\sin\theta=\begin{cases}\varphi(\theta) & \text{baldin } n=1\\ 0 & \forall n\geq 2\end{cases}$$

Beraz, f jarraitua da (0,0) puntuan $\forall n\geq 2$.

b) $$f'_x(0,0)=\lim_{h\to0}\frac{f(h,0)-f(0,0)}{h}=\lim_{h\to0}\frac{\dfrac{\mathrm{L}(1)}{\sin\left(h^2\right)}-0}{h}=0\quad\forall n\in\mathbb{N}$$

$$f'_y(0,0)=\lim_{k\to0}\frac{f(0,k)-f(0,0)}{k}=\mathrm{im}_{k\to0}\frac{\dfrac{\mathrm{L}(1)}{\sin\left(k^2\right)}-0}{k}=0\quad\forall n\in\mathbb{N}$$

c) Baldin $n=1$, f ez da jarraitua (0,0) puntuan $\Rightarrow f$ ez da diferentziagarria (0,0) puntuan.

$\forall n\geq 2$ baldintza beharrezkoa eta nahikoa aplikatuko dugu:

$$\lim_{(h,k)\to(0,0)}\frac{\left|f(h,k)-f(0,0)-f'_x(0,0)\cdot h-f'_y(0,0)\cdot k\right|}{\sqrt{h^2+k^2}}=\lim_{(h,k)\to(0,0)}\frac{\left|\dfrac{\mathrm{L}\left(h^n\cdot k+1\right)}{\sin\left(h^2+k^2\right)}\right|}{\sqrt{h^2+k^2}}=$$

$$=\lim_{(h,k)\to(0,0)}\frac{\left|\mathrm{L}\left(h^n\cdot k+1\right)\right|}{\sin\left(h^2+k^2\right)\cdot\sqrt{h^2+k^2}}=\lim_{\substack{\rho\to0^+\\ \forall\theta\in[0,2\pi)}}\frac{\left|\mathrm{L}\left(\rho^{n+1}\cdot\cos^n\theta\cdot\sin\theta+1\right)\right|}{\sin\left(\rho^2\right)\cdot\rho}\sim$$

$$\sim \lim_{\substack{\rho\to 0^+ \\ \forall\theta\in[0,2\pi)}} \frac{\rho^{n+1}\cdot\left|\cos^n\theta\cdot\sin\theta\right|}{\rho^3} = \lim_{\substack{\rho\to 0^+ \\ \forall\theta\in[0,2\pi)}} \rho^{n-2}\cdot\left|\cos^n\theta\cdot\sin\theta\right| = \begin{cases}\varphi(\theta) & \text{baldin } n=2 \\ 0 & \forall n\geq 3\end{cases}$$

Beraz, f diferentziagarria da (0,0) puntuan $\forall n \geq 3$.

d) $\forall n\geq 3$ f diferentziagarria da (0,0) puntuan $\Rightarrow$ f deribagarria da (0,0) puntuan.

$n=2$ kasuan definizioa erabili beharko dugu. Honela:

f deribagarria da (0,0) puntuan $\Leftrightarrow \exists \left.\frac{df}{d\vec{u}}\right|_{(0,0)} \in \mathbb{R} \quad \forall\vec{u}=\left(h_1,h_2\right)$ unitarioa.

$$\left.\frac{df}{d\vec{u}}\right|_{(0,0)} = \lim_{\lambda\to 0}\frac{f(\lambda h_1,\lambda h_2)-f(0,0)}{\lambda} = \lim_{\lambda\to 0}\frac{\frac{\mathrm{L}\left(\lambda^{n+1}\cdot h_1^n\cdot h_2+1\right)}{\sin\left(\lambda^2\right)}}{\lambda} \sim \lim_{\lambda\to 0}\frac{\lambda^{n+1}\cdot h_1^n\cdot h_2}{\lambda^3} =$$

$$= \lim_{\lambda\to 0}\lambda^{n-2}\cdot h_1^n\cdot h_2 \overset{(n=2)}{=} h_1^2\cdot h_2 \in\mathbb{R} \quad \Leftrightarrow f \text{ deribagarria da (0,0) puntuan.}$$

3.- Izan bedi $\begin{cases} F(x,y,t) = y^2 - xy + t + a = 0 \\ G(x,y,t) = \text{L}(1+t) + xy + b = 0 \end{cases}$ **ekuazio-sistema.**

a) **Aurkitu** $a,b \in \mathbb{R}$ **parametroen balioak aurreko sistemak** $x = x(t)$ **eta** $y = y(t)$ **funtzio diferentziagarriak defini ditzan** $P(x,y,t) = (2,-1,0)$ **puntuaren ingurune batean.**

b) **Izan bedi aurreko atalean lortutako funtzioek definituriko** $C \equiv \begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \end{cases}$ **kurba. Demagun planoko** (x,y) **puntu bakoitzean tenperatura** $T(x,y) = e^x \cdot \left(\cos(\pi y) + \sin(\pi y)\right)$ **funtzioak adierazten duela. Baldin** $(2,-1)$ **puntutik mugitzen bagara** ***C*** **kurbak adierazitako norabidean, tenperatura igoko edo jaitsiko da?**

(2 puntu)

a) Ikus dezagun ea $\begin{cases} F(x,y,t) = y^2 - xy + t + a = 0 \\ G(x,y,t) = \text{L}(1+t) + xy + b = 0 \end{cases}$ ekuazio-sistemak funtzio inplizituaren teorema egiaztatzen duen $P(x,y,t) = (2,-1,0)$ puntuaren ingurune batean:

i. $\begin{cases} F(P) = 1 + 2 + 0 + a = 0 \quad \Leftrightarrow \quad a = -3 \\ G(P) = \text{L}1 - 2 + b = 0 \quad \Leftrightarrow \quad b = 2 \end{cases}$

ii. $\begin{cases} F'_x = -y \quad F'_y = 2y - x \quad F'_t = 1 \\ G'_x = y \quad G'_y = x \quad G'_t = \dfrac{1}{1+t} \end{cases}$ jarraituak dira *P* puntuaren ingurune batean.

iii. $\left| \dfrac{D(F,G)}{D(x,y)} \right|_P = \begin{vmatrix} F'_x & F'_y \\ G'_x & G'_y \end{vmatrix}_P = \begin{vmatrix} -y & 2y-x \\ y & x \end{vmatrix}_P = \begin{vmatrix} 1 & -4 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = -2 \neq 0$

Beraz, $a = -3$ eta $b = 2$ direnean, $P(x,y,t) = (2,-1,0)$ puntuaren ingurune batean $\exists! \begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \end{cases}$ diferentziagarriak non $\begin{cases} x(0) = 2 \\ y(0) = -1 \end{cases}$.

b) Tenperaturaren aldakuntza $(2,-1)$ puntutik abiatuz $\left.\dfrac{dT}{d\vec{u}}\right|_{(2,-1)}$ deribatu direkzionalak emango digu, non $C \equiv \begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \end{cases}$ kurbak adierazitako norabidea $\vec{u} = \left(x'(0), y'(0)\right)$ (unitarioa) den.

Hasierako sisteman *t*-rekiko deribatuz eta *P* puntuan ordezkatuz:

$$\begin{cases} -y\cdot x' + (2y-x)\cdot y' + 1 = 0 \\ y\cdot x' + x\cdot y' + \dfrac{1}{1+t} = 0 \end{cases} \overset{P\text{ puntuan}}{\Rightarrow} \begin{cases} x'(0) - 4y'(0) + 1 = 0 \\ -x'(0) + 2y'(0) + 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x'(0) = 3 \\ y'(0) = 1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(x'(0), y'(0)\right) = (3,1) \overset{\text{unitarioa}}{\Rightarrow} \vec{u} = \left(\frac{3}{\sqrt{10}}, \frac{1}{\sqrt{10}}\right) \overset{T\text{ diferentziagarria}}{\Rightarrow}$$

$$\Rightarrow \left.\frac{dT}{d\vec{u}}\right|_{(2,-1)} = T'_x(2,-1)\cdot\frac{3}{\sqrt{10}} + T'_y(2,-1)\cdot\frac{1}{\sqrt{10}}$$

$$\begin{cases} T'_x = e^x\cdot\left(\cos(\pi y) + \sin(\pi y)\right) \Rightarrow T'_x(2,-1) = -e^2 \\ T'_y = \pi e^x\cdot\left(-\sin(\pi y) + \cos(\pi y)\right) \Rightarrow T'_y(2,-1) = -\pi e^2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\frac{dT}{d\vec{u}}\right|_{(2,-1)} = -e^2\cdot\frac{3}{\sqrt{10}} - \pi e^2\cdot\frac{1}{\sqrt{10}} = -\frac{e^2}{\sqrt{10}}(3+\pi) < 0 \Rightarrow \text{ tenperatura jaitsiko da.}$$

4.- Aurkitu $f(x,y)=\left(1+e^x\right)\cdot\sin y - x\cdot e^x$ **funtzioaren mutur erlatiboak.**

(2 puntu)

<u>Baldintza beharrezkoa</u> aplikatuko dugu puntu kritikoak kalkulatzeko:

$$\left.\begin{cases} f'_x = e^x\cdot\sin y - e^x - x\cdot e^x = e^x\cdot(\sin y - 1 - x) = 0 \quad\Leftrightarrow\quad x=\sin y - 1 \\ f'_y = \left(1+e^x\right)\cdot\cos y = 0 \quad\Leftrightarrow\quad \cos y = 0 \quad\Leftrightarrow\quad y=\dfrac{\pi}{2}+k\pi \quad \forall k\in\mathbb{Z} \end{cases}\right. \Rightarrow$$

$$\begin{cases} \text{Baldin } y=\dfrac{\pi}{2}+2k\pi \quad \forall k\in\mathbb{Z} \quad\Rightarrow\quad x=\sin\left(\dfrac{\pi}{2}+2k\pi\right)-1=1-1=0 \\ \text{Baldin } y=\dfrac{\pi}{2}+(2k+1)\pi \quad \forall k\in\mathbb{Z} \quad\Rightarrow\quad x=\sin\left(\dfrac{\pi}{2}+(2k+1)\pi\right)-1=-1-1=-2 \end{cases}$$

Beraz, lortutako infinitu puntu kritikoak hauek dira:

$$\begin{cases} P\left(0,\dfrac{\pi}{2}+2k\pi\right) \quad \forall k\in\mathbb{Z} \\ Q\left(-2,\dfrac{\pi}{2}+(2k+1)\pi\right) \quad \forall k\in\mathbb{Z} \end{cases}$$

Puntu kritikoetan <u>baldintza nahikoa</u> aztertuko dugu orain:

$$\begin{cases} f''_{x^2} = e^x\cdot(\sin y - 1 - x) - e^x = e^x\cdot(\sin y - 2 - x) \\ f''_{y^2} = -\left(1+e^x\right)\cdot\sin y \\ f''_{xy} = e^x\cdot\cos y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f''_{x^2}(P)=-1 \quad f''_{x^2}(Q)=-\dfrac{1}{e^2} \\ f''_{y^2}(P)=-2 \quad f''_{y^2}(Q)=1+\dfrac{1}{e^2} \\ f''_{xy}(P)=0 \quad f''_{xy}(Q)=0 \end{cases}$$

Orduan:

$$\left.\begin{cases} d^2f(P)=-(dx)^2-2(dy)^2<0 \quad\Leftrightarrow\quad P \text{ maximo erlatiboa} \\ d^2f(Q)=-\dfrac{1}{e^2}(dx)^2+\left(1+\dfrac{1}{e^2}\right)(dy)^2 \gtrless 0 \quad\Leftrightarrow\quad Q \text{ zeladura-puntua} \end{cases}\right. \quad \forall k\in\mathbb{Z}$$

Edo Sylvester-en irizpidea erabiliz:

$$Hf(P)=\begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -2 \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{cases} \Delta_1=-1<0 \\ \Delta_2=2>0 \end{cases} \Leftrightarrow d^2f(P)<0$$

$$Hf(Q)=\begin{vmatrix} -\dfrac{1}{e^2} & 0 \\ 0 & 1+\dfrac{1}{e^2} \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{cases} \Delta_1=-\dfrac{1}{e^2}<0 \\ \Delta_2=-\dfrac{1}{e^2}\cdot\left(1+\dfrac{1}{e^2}\right)<0 \quad\Rightarrow\quad d^2f(P)\gtrless 0 \end{cases}$$

Ariketa 5	Ariketa 6	Ariketa 7	2. Zatia

Azterketaren iraupena: 3 ordu

IZEN-ABIZENAK:

TALDEA:

5.- $f(x,y)=x^2\cdot g\left(e^{y^2+xy}\right)$ **funtzio diferentziagarriak 4*e* balioa hartzen duela (1,1) puntuan jakinda, kalkulatu** $E\equiv 3f'_x - f'_y$ **adierazpenaren balioa puntu horretan.**

(1.5 puntu)

$$f(x,y)=x^2\cdot g\left(e^{y^2+xy}\right) \;\Rightarrow\; \begin{cases} f'_x = 2x\cdot g\left(e^{y^2+xy}\right)+yx^2\cdot e^{y^2+xy}\cdot g'\left(e^{y^2+xy}\right) \\ f'_y = x^2\cdot(2y+x)\cdot e^{y^2+xy}\cdot g'\left(e^{y^2+xy}\right) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} f'_x(1,1)=2\cdot g\left(e^2\right)+e^2\cdot g'\left(e^2\right) \\ f'_y(1,1)=3\cdot e^2\cdot g'\left(e^2\right) \end{cases} \;\Rightarrow\; \left.\begin{array}{l} 3f'_x - f'_y \equiv 6\cdot g\left(e^2\right) \\ \\ f(1,1)=g\left(e^2\right)=4e \end{array}\right\} \;\Rightarrow\; E\equiv 24e\,.$$

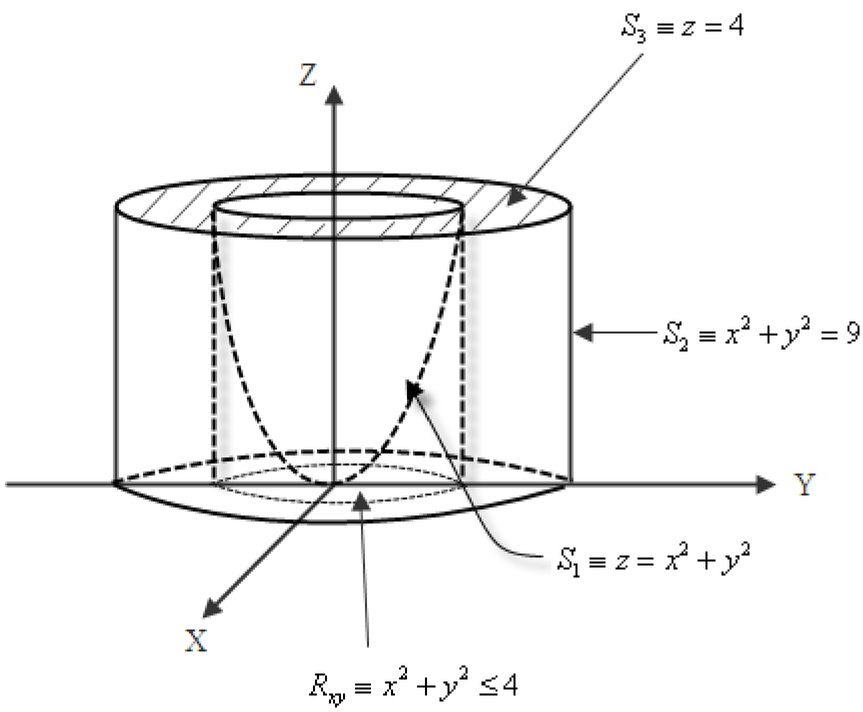
6.- Izan bitez $V \equiv \begin{cases} 0 \le z \le 4 \\ x^2+y^2 \le 9 \\ z \le x^2+y^2 \end{cases}$ **solidoa eta bere muga osatzen duen *S* gainazal itxia.**

a) **Kalkulatu *S* gainazaleko** $z = x^2+y^2$ **gainazalaren zatiaren azalera.**

b) $\vec{F}(x,y,z) = 3x\cdot\vec{i} + 2(x+y)\cdot\vec{j} + z\cdot\vec{k}$ **bektorea emanik, kalkulatu *S* gainazal itxian zehar irteten den** $\vec{F}$ **-ren fluxua.**

c) **Izan bedi** $z = x^2+y^2$ **gainazalean kokaturiko *C* kurba itxi eta zatika leuna. Baldin** $z=0$ **planoaren gaineko *C* kurbaren proiekzio ortogonalak** $10\,u^2$ **-ko azalera mugatzen badu, kalkulatu** $\vec{F}$ **-ren zirkulazioa *C* kurban zehar.**

(3 puntu)



$S_1 \equiv z = x^2+y^2 \quad \forall(x,y)\in R_{xy} \equiv x^2+y^2 \le 4 \quad \Rightarrow$

$$\Rightarrow \quad Azalera(S_1) = \iint_{R_{xy}} \sqrt{1+(z'_x)^2+(z'_y)^2}\,dxdy = \iint_{R_{xy}} \sqrt{1+4x^2+4y^2}\,dxdy$$

Polarretan: $\begin{cases} x=\rho\cdot\cos\theta \\ y=\rho\cdot\sin\theta \end{cases} \quad |J|=\rho \quad \Rightarrow \quad R_{xy} \equiv \begin{cases} 0\le\theta\le 2\pi \\ 0\le\rho\le 2 \end{cases} \quad \Rightarrow$

$$\Rightarrow \quad Azalera(S_1) = \int_0^{2\pi}\int_0^2 \rho\sqrt{1+4\rho^2}\,d\rho\,d\theta = 2\pi\cdot\frac{(1+4\rho^2)^{3/2}}{3/2}\cdot\frac{1}{8}\Bigg|_0^2 = \frac{\pi}{6}\cdot\left(17^{3/2}-1\right)$$

b) *S* gainazal itxia denez, Gauss-en teorema (1) erabil daiteke, beraz:

$$\Phi_S\left(\vec{F}\right)=\iint_S \vec{F}\cdot d\vec{S}=\iint_S\left(3x\,dydz+2(x+y)\,dzdx+z\,dxdy\right)\overset{(1)}{=}\iiint_V div\left(\vec{F}\right)dxdydz=6\iiint_V dxdydz=$$

Zilindrikoetan: $\begin{cases} x=\rho\cdot\cos\theta \\ y=\rho\cdot\sin\theta \\ z=z \end{cases}\quad |J|=\rho \quad\Rightarrow\quad V\equiv\begin{cases} 0\le\theta\le 2\pi \\ 0\le z\le 4 \\ \sqrt{z}\le\rho\le 3 \end{cases}$

$$=6\int_0^{2\pi}\int_0^4\int_{\sqrt{z}}^3 \rho\,d\rho\,dz\,d\theta=6\cdot 2\pi\cdot\frac{1}{2}\int_0^4(9-z)dz=6\pi\left(36-8\right)=168\pi$$

c) C kurba itxi eta zatika leuna denez, Stokes-en teorema (2) erabil daiteke, beraz:

$$\oint_C \vec{F}\cdot d\vec{r}=\oint_C\left(3x\,dx+2(x+y)\,dy+z\,dz\right)\overset{(2)}{=}\iint_{S_1^*}\overrightarrow{rot}\left(\vec{F}\right)\cdot d\vec{S}\overset{(Definizioz)}{=}\pm\iint_{R_{xy}^*}\left(\overrightarrow{rot}\left(\vec{F}\right)\cdot\vec{N}\right)\cdot dxdy\overset{(3)}{=}$$

$$=\pm 2\iint_{R_{xy}^*}dxdy=\pm 2\cdot Azalera\left(R_{xy}^*\right)\overset{(4)}{=}-2\cdot Azalera\left(R_{xy}^*\right)=-20$$

$R_{xy}^*\equiv C$ kurbaren proiekzioak mugaturiko eskualdea $\quad\Rightarrow\quad Azalera\left(R_{xy}^*\right)=10$

(3) $\overrightarrow{rot}\left(\vec{F}\right)=0\cdot\vec{i}+0\cdot\vec{j}+2\cdot\vec{k}$ eta $\vec{N}=(-z'_x,-z'_y,1)=(-2x,-2y,1)\perp S_1$

(4) $\gamma>\dfrac{\pi}{2}$

7.- Izan bedi $U(x,y)=x^2+2xy-y^2+100$ **funtzio eskalarra.**

a) **Kalkulatu** $a,b,c,d\in\mathbb{R}$**,** U **funtzio eskalarra** $\vec{F}(x,y)=(ax+by)\cdot\vec{i}+(cx-dy)\cdot\vec{j}$ **eremu bektorialaren funtzio potentziala izan dadin.**

b) **Kalkulatu** P **puntuaren koordenatuak, jakinda lehenengo koadrantearen erdikarian dagoela eta** $\int\limits_{\substack{C\\(0,0)\to P}} \vec{F}\cdot d\vec{r}=2$**,** C **kurba** $y=x+\left(x^5-1\right)\cdot \mathrm{L}(x+1)\cdot e^{\sqrt{1-x}}$ **funtzioak adierazitakoa izanik.**

(1.5 puntu)

a) U funtzio eskalarra $\vec{F}$ -ren funtzio potentziala da $\Leftrightarrow$ $\overrightarrow{\nabla U}=\vec{F}$ $\Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} U'_x=2x+2y=ax+by \\ U'_y=2x-2y=cx-dy \end{cases} \Rightarrow \quad a=b=c=d=2$$

b) P puntua lehenengo koadrantearen erdikarian dagoenez, $P(x_0,x_0)$ erakoa izango da.

$\overrightarrow{\nabla U}=\vec{F}$ $\Leftrightarrow$ $\int \vec{F}\cdot d\vec{r}$ bidearekiko independentea. Lerro-integrala, beraz, hiru eratan kalkula daiteke.

- Emandako C kurban zehar integratuz. Aukerarik zailena.
- Funtzio potentziala erabiliz:

$$\int\limits_{\substack{C\\(0,0)\to(x_0,x_0)}} \vec{F}\cdot d\vec{r}=\int\limits_{\substack{C\\(0,0)\to(x_0,x_0)}} \overrightarrow{\nabla U}\cdot d\vec{r}=U(x_0,x_0)-U(0,0)=2 \quad\Leftrightarrow$$

$$x_0^2+2x_0^2-x_0^2+100-100=2 \quad\Leftrightarrow\quad 2x_0^2=2 \quad\Leftrightarrow\quad x_0^2=1 \quad\Leftrightarrow\quad x_0=\pm 1$$

  Hortaz, $P(1,1)$ edo $P(-1,-1)$ izan daiteke. Kontuan hartuta puntu honek $C\equiv y=x+\left(x^5-1\right)\cdot \mathrm{L}(x+1)\cdot e^{\sqrt{1-x}}$ kurban ere egon behar duela, orduan $P(1,1)$ izango da.

- (0,0) puntutik $P(x_0,x_0)$ puntura doan bide errazenetik integratuz. Kasu honetan bide hori $C'\equiv y=x$ zuzena da. Orduan:

$$\int\limits_{\substack{C\\(0,0)\to(x_0,x_0)}} \vec{F}\cdot d\vec{r}=\int\limits_{\substack{C'\\(0,0)\to(x_0,x_0)}} \big((2x+2y)dx+(2x-2y)dy\big)=\int_0^{x_0} 4x\,dx=2x_0^2=2$$