

# Matemáticas aplicadas a las ciencias sociales II

- BACHILLERATO
- FORMACIÓN PROFESIONAL
- CICLOS FORMATIVOS DE GRADO SUPERIOR



PRUEBA DE ACCESO A  
LA UNIVERSIDAD

UPV/EHU

2016



Universidad del País Vasco Euskal Herriko Unibertsitatea

UNIBERTSITATERA SARTZEKO PROBAK

2016ko EKAINA

GIZARTE ZIENTZIEI APLIKATURIKO MATEMATIKA II

PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

JUNIO 2016

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

***Azterketa honek bi aukera ditu. Haietako bati erantzun behar diozu.***

***Ez ahaztu azterketako orrialde bakoitzean kodea jartzea.***

- Kalkulagailu zientifikoak erabil daitezke, programagarriak ez badira.
- Orri honen atzealdean, banaketa normalaren taula dago.

***Este examen tiene dos opciones. Debes contestar a una de ellas.***

***No olvides incluir el código en cada una de las hojas de examen.***

- Está permitido el uso de calculadoras científicas que no sean programables.
- La tabla de la distribución normal está en el anverso de esta hoja.





## OPCIÓN A

### A 1 (hasta 3 puntos)

A la compañía de transportes que lleva a la escuela municipal los 160 jóvenes de su alumnado, un servicio de un autobús de 40 plazas le supone un gasto de 120€ y uno de un microbús de 20 plazas sólo 80€. Se debe decidir el número de autobuses  $X$  y microbuses  $Y$  que transporten a todo el alumnado, minimizando el gasto y cumpliendo ciertas limitaciones: la compañía sólo cuenta con 5 conductores de autobús (aptos para conducir microbuses) y otros 7 conductores de microbús (no aptos para conducir autobuses). Además las autoridades de tráfico obligan a que circulen al menos el doble de microbuses que de autobuses. Se pide:

- Representar en el plano  $XY$  la región de soluciones factibles del problema.
- Encontrar el número óptimo de autobuses  $X$  y microbuses  $Y$  que minimizan el gasto de la empresa y cumplen con las restricciones. Calcular dicho gasto.

### A 2 (hasta 3 puntos)

Dos curvas representadas por las funciones  $f(x) = \frac{A}{x+9}$ ,  $g(x) = \frac{Bx}{x^2+6x+\alpha}$  dependen de los parámetros desconocidos  $A$ ,  $B$  y  $\alpha$ . Responder:

- ¿Qué valores de  $A$  y  $B$  hacen que las curvas  $f(x)$  y  $g(x)$  pasen por el punto  $(1, 1/2)$  y tomen valores iguales en el punto  $x=5$ , es decir,  $f(5)=g(5)$ ?
- Calcula los máximos y mínimos de  $f(x)$  y  $g(x)$ .
- Indica los dominios de definición de  $f(x)$  y  $g(x)$ .

### A 3 (hasta 2 puntos)

En mi ciudad llueve uno de cada tres días. Cuando llueve se producen atascos y la probabilidad de llegar tarde al trabajo es de  $2/3$ . En cambio, cuando no llueve la probabilidad de llegar tarde al trabajo es de  $1/8$ . Responder:

- ¿Cuál es la probabilidad de llegar tarde al trabajo?
- Hoy he llegado tarde al trabajo, ¿cuál es la probabilidad de que haya llovido?
- Sabiendo que ayer llovió y hoy no lo ha hecho, ¿cuál es la probabilidad de que haya llegado al trabajo uno de los dos días tarde y el otro puntual?

### A 4 (hasta 2 puntos)

En unas pruebas clasificatorias de salto de longitud para una olimpiada la media de los primeros 400 intentos es de 7,75 m. Se sabe que los saltos se comportan como una variable aleatoria que sigue una distribución normal con varianza  $\sigma^2 = 0,36 \text{ m}^2$ .

- Construye un intervalo, de un 95% de confianza, para la media  $\mu$  de los saltos de la población.
- ¿Cuál sería el mínimo tamaño muestral necesario para que pueda decirse que la verdadera media de los saltos está a menos de 4 cm de la media muestral, con un nivel de confianza del 90%?



## OPCIÓN B

### B 1 (hasta 3 puntos)

Considérense las siguientes matrices y los parámetros desconocidos  $u$  y  $v$ :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 2 & u \\ v & -2 \end{pmatrix}$$

- a) Determinar los valores de los parámetros  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $u$  y  $v$  para que se cumpla la siguiente igualdad matricial, siendo  $B^T$  la matriz traspuesta de  $B$ :

$$A \begin{pmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & \beta \end{pmatrix} B^T + C \begin{pmatrix} 0 & \alpha \\ \beta & 0 \end{pmatrix} = D$$

- b) Siendo  $A^{-1}$  la matriz inversa de  $A$ , encontrar los valores de las constantes  $a$  y  $b$  que verifiquen:

$$A^{-1} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = B \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

### B 2 (hasta 3 puntos)

Para financiar el viaje de fin de curso un instituto propone la venta de camisetas. Se ha hecho un estudio previo y se sabe que el número de camisetas  $NC$  que se vendan dependerá del precio  $x$  (en €) según la función  $NC(x) = 180 - 10x$ ,  $0 \leq x \leq 18$ .

- a) ¿Cuántas camisetas se venderían a 10€? Interpreta el aumento o disminución del número de camisetas vendidas por cada euro que aumente o disminuya el precio.
- b) Obtén la función que expresa los ingresos por la venta. ¿Para qué precio los ingresos son máximos? ¿Cuántas camisetas se venderían en este caso?
- c) El almacén que suministra camisetas nos cobra en total  $C(z) = 4z + 50$  euros por un pedido de  $z$  camisetas. Obtén el coste total pagado al almacén por las camisetas vendidas en función del precio de venta  $x$ . Obtén la función de beneficio (en función de  $x$ ) y el precio  $x$  para conseguir el máximo beneficio.

### B 3 (hasta 2 puntos)

En un bingo han sustituido el clásico dado en forma de cubo por uno nuevo en forma de dodecaedro. En las 12 caras del dado se alternan los números 1, 2, 3, 4 y el 5. El 1 aparece en una cara, el 2 en una cara, el 3 en dos caras, el 4 en tres caras y el 5 en cinco caras. Si el dado está equilibrado, es decir, la probabilidad de que al lanzarlo salga cualquier cara es la misma, calcula:

- a) Si se lanza dos veces el dado, ¿cuál es la probabilidad de que salgan dos números impares?
- b) Si se lanza tres veces el dado, ¿cuál es la probabilidad de que la suma de los números aparecidos sea 6?

### B 4 (hasta 2 puntos)

La estación meteorológica de una ciudad indica que la temperatura máxima de los días de agosto sigue una distribución normal de media  $28^\circ\text{C}$  y desviación típica  $4^\circ\text{C}$ . Se pide:



Universidad  
del País Vasco

Euskal Herriko  
Unibertsitatea

UNIBERTSITATERA SARTZEKO  
PROBAK

2016ko EKAINA

GIZARTE ZIENTZIEI  
APLIKATURIKO MATEMATIKA II

PRUEBAS DE ACCESO A LA  
UNIVERSIDAD

JUNIO 2016

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS  
CIENCIAS SOCIALES II

- a) La probabilidad de que un día de agosto la temperatura máxima sea mayor que  $32^{\circ}\text{C}$
- b) En el mes de agosto de un año concreto, ¿cuál es el número de días en que se espera una temperatura máxima inferior a  $25^{\circ}\text{C}$ ?
- c) La probabilidad de que un día de agosto la temperatura máxima esté entre  $28^{\circ}\text{C}$  y  $32^{\circ}\text{C}$
- d) ¿Cuál es, con una probabilidad del 95%, el valor que no será superado por la temperatura máxima de un día de agosto?

2016



## CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK

---

### MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

#### Sistema de puntuación

La puntuación total de la prueba estará entre 0 y 10 puntos.

Cada uno de los dos primeros problemas se valorará de 0 a 3 puntos, y cada uno de los dos últimos de 0 a 2 puntos.

Cuando un problema conste de varios apartados, todos ellos se valorarán por igual.

En aquellas cuestiones en las que no se especifique el método de resolución que se ha de aplicar, se admitirá cualquier forma de resolverlo correctamente.

#### Aspectos que merecen valoración positiva

- Los planteamientos correctos.
- La correcta utilización de conceptos, vocabulario y notación científica.
- El conocimiento de técnicas específicas de aplicación directa para el cálculo y/o interpretación de datos numéricos y gráficos.
- La terminación completa del ejercicio y la exactitud del resultado.
- Se considerarán igualmente válidas dos soluciones que solo se diferencien en el grado de exactitud empleado en los cálculos numéricos.
- La claridad de las explicaciones de los pasos seguidos.
- La pulcritud de la presentación, y cualquier otro aspecto que refleje la madurez que cabe esperar de un estudiante que aspira a entrar en la universidad.

#### Aspectos que merecen valoración negativa

- Los planteamientos incorrectos.
- La confusión de conceptos.
- La abundancia de errores de cálculo (por ser indicativa de deficiencias de orden básico).
- Los errores aislados, cuando indican falta de reflexión crítica o de sentido común (por ejemplo, decir que la solución a tal problema es -3,7 frigoríficos, o que cierta probabilidad vale 2,5).
- Los errores aislados, cuando conducen a problemas más sencillos que los inicialmente propuestos.
- La ausencia de explicaciones, en particular del significado de las variables que se están utilizando.
- Los errores ortográficos graves, el desorden, la falta de limpieza, la mala redacción y cualquier otro aspecto impropio de un estudiante que aspira a entrar en la universidad.



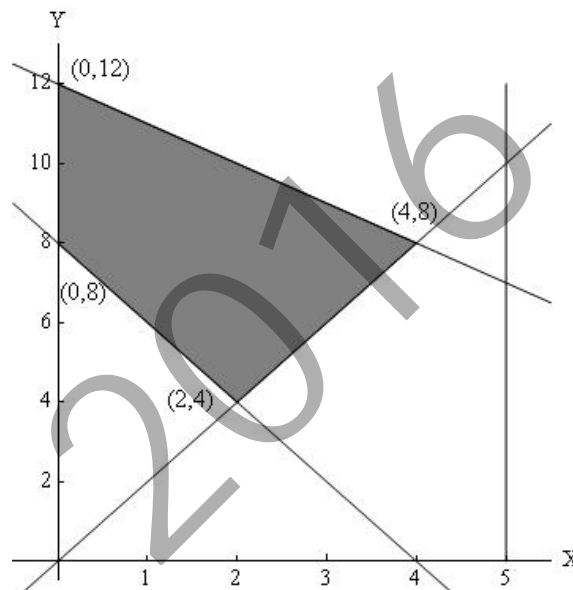
## CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK

### SOLUCIONES

#### OPCIÓN A

##### A 1 (Resolución de un problema de programación lineal)

- a) Las restricciones lineales del problema y la región de soluciones son:
- Cantidad autobuses  $X \leq$  cantidad conductores de autobús:  $0 \leq X \leq 5$ ,
  - Cantidad microbuses  $Y \leq$  Cantidad conductores de microbús:  $0 \leq Y \leq 12$ ,
  - Por cada autobús activo hay un microbús activo menos:  $Y \leq 12 - X$ ,
  - Cantidad de microbuses  $\geq$  doble de autobuses:  $2X \leq Y$ ,
  - $40 \times$  autobuses  $+ 20 \times$  microbuses  $\geq 160$  alumnos:  $40X + 20Y \geq 160$ .



- b) Mínimo de la función de costo  $F(X, Y) = 120X + 80Y$ ,  $F(2, 4) = 560$  en  $(X, Y) = (2, 4)$ .

##### A 2 (Cálculo de parámetros de una función, de sus extremos y dominio de definición)

a)

$$\left\{ \begin{array}{l} f(1) = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{A}{10} = \frac{1}{2} \rightarrow A = 5 \\ g(1) = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{B}{7 + \alpha} = \frac{1}{2} \rightarrow \alpha = 2B - 7 \\ f(5) = g(5) \rightarrow \frac{5}{14} = \frac{5B}{55 + \alpha} \rightarrow B = 4, \alpha = 1 \end{array} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} f(x) = \frac{5}{x + 9} \\ g(x) = \frac{4x}{x^2 + 6x + 1} \end{array} \right.$$

- b) Calculando las derivadas de las funciones se deduce que  $f(x)$  no tiene extremos y  $g(x)$  tiene un máximo en  $x = 1$  y un mínimo en  $x = -1$ .
- c) Dominio de existencia de  $f(x)$  es  $\mathbb{R} - \{-9\}$  y el de  $g(x)$   $\mathbb{R} - \{-3 - \sqrt{8}, -3 + \sqrt{8}\}$ .

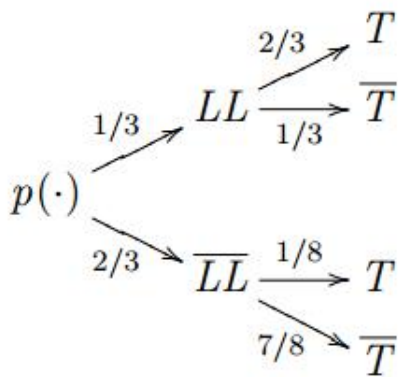




**CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN  
ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK**

**A 3** (Ejercicio de cálculo de probabilidades que puede resolverse mediante un diagrama de árbol y la probabilidad condicional)

Sean  $LL, \overline{LL}, T, \overline{T}$  y  $T_i$  respectivamente los sucesos correspondientes a un día lluvioso, uno no lluvioso, llegar tarde al trabajo, no llegar tarde al trabajo y llegar tarde al trabajo el día  $i$ -ésimo, entonces las probabilidades demandadas son:



$$\begin{aligned} \text{a) } p(T) &= p(LL) \cdot p(T|LL) + p(\overline{LL}) \cdot p(T|\overline{LL}) \\ &= \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{8} = \frac{11}{36} \end{aligned}$$

$$\text{b) } p(LL|T) = \frac{p(LL \cap T)}{p(T)} = \frac{2/9}{11/36} = \frac{8}{11}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } p(T_1|LL)p(\overline{T}_2|\overline{LL}) + p(\overline{T}_1|LL)p(T_2|\overline{LL}) \\ = \frac{2}{3} \cdot \frac{7}{8} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{8} = \frac{5}{8} \end{aligned}$$

**A 4** (Comprensión y utilización de una distribución normal)

$X = N(\mu, \sigma)$ : variable aleatoria correspondiente a la longitud del salto,  $\mu$  su media y  $\sigma = 0,6$  su desviación estándar.  $n = 400$  es el tamaño de la muestra y  $\bar{x} = 7,75$  su media. La media tiene distribución normal  $N\left(\mu, \frac{0,6}{20}\right)$ .

a) El intervalo de confianza al 95% de  $\mu$ :

$$\left( \bar{x} - z_{0.025} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_{0.025} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right) = (7,69, 7,81)$$

$$\text{b) } |\mu - \bar{x}| \leq 1,65 \cdot \frac{0,6}{\sqrt{n}} \leq 0,04 \Rightarrow n \geq \left( \frac{1,65 \cdot 0,6}{0,04} \right)^2 = 612,5 \Rightarrow n \geq 613$$



## CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK

### OPCIÓN B

#### B 1 (Ejercicio de cálculo matricial)

a) De la ecuación matricial se deduce el siguiente sistema lineal:

$$\begin{cases} -2\beta = 2 \\ -4\alpha - 2\beta = u \\ 10\beta = v \\ 2\alpha + 6\beta = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \beta = -1 \\ \alpha = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u = -6 \\ v = -10 \end{cases}$$

b) Multiplicando ambos lados de la ecuación por la matriz  $A$  :

$$\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = AB \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} + A \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} -2b = 0 \\ 3a + b = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 0 \\ a = 1 \end{cases}$$

#### B 2 (Ejercicio de evaluación de una función y cálculo de su máximo. Interpretación)

a)  $NC(10) = 80$ . Por cada euro que se incrementa el precio, se venderán 10 camisetas menos que antes.

b) Ingresos:  $I(x) = x(180 - 10x) = 180x - 10x^2$ .

Derivada:  $I'(x) = 180 - 20x$  e  $I'(9) = 0$ ,  $I''(x) = -20$ . Consecuentemente los ingresos máximos se consiguen cuando  $x = 9$ , vendiéndose 90 camisetas.

c) El coste de  $180 - 10x$  unidades es  $C(x) = 4(180 - 10x) + 50 = 770 - 40x$ .

$$\text{beneficio} = \text{ingresos} - \text{coste} = B(x) = -10x^2 + 220x - 770.$$

El máximo se logra con  $B'(x) = -20x + 220 = 0 \Rightarrow x = 11$  euros.



### CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK

#### B 3 (Ejercicio de cálculo de probabilidades. Dos sucesos independientes)

- a) Casos de los dos números impares: {1,1}, {3,3}, {5,5}, {1,3}, {3,1}, {1,5}, {5,1}, {3,5} y {5,3}. Suma de las probabilidades de los casos:

$$p(\text{impares}) = \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{12} + \frac{2}{12} \cdot \frac{2}{12} + \frac{5}{12} \cdot \frac{5}{12} \\ + 2 \left( \frac{1}{12} \cdot \frac{2}{12} + \frac{1}{12} \cdot \frac{5}{12} + \frac{2}{12} \cdot \frac{5}{12} \right) = \frac{64}{12^2} = 0,44$$

- b) Opciones para que la suma de tres números sea 6: 6 permutaciones de los números {1,2,3} más tres de los números {1,1,4} más una de los números {2,2,2}:

$$p(\text{suma} = 6) = 6 \cdot \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{12} \cdot \frac{2}{12} + 3 \cdot \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{12} \cdot \frac{3}{12} + \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{12} = \frac{22}{12^3} = 0,0127$$

#### B 4 (Comprensión y utilización de la distribución normal)

$$X = N(\mu = 28, \sigma = 4) \Rightarrow Z = (X - 28)/4 = N(0,1)$$

- a) Probabilidad de que la temperatura máxima de un día de agosto sea mayor que 32°C:

$$p(X > 32) = p(Z > 1) = 1 - p(Z \leq 1) = 0,1587$$

- b) Agosto tiene 31 días y la probabilidad de que en cada uno de ellos la temperatura máxima sea menor que 25°C:

$$p(X < 25) = p(Z < -3/4) = 0,2266 \Rightarrow 31 \text{ días por } 0,2266 = 7,02 \sim 7 \text{ días.}$$

- c) Probabilidad de que la temperatura máxima de un día de agosto se encuentre entre 28°C y 32°C:

$$p(28 \leq X \leq 32) = p(0 \leq Z \leq 1) = 0,3413$$

- d) El valor que con una probabilidad del 95% no será superado por la temperatura máxima de un día de agosto:

$$p(X < t) = 0,95 \Rightarrow p\left(\frac{X - 28}{4} \leq \frac{t - 28}{4}\right) = 0,95 \Rightarrow \frac{t - 28}{4} = 1,64 \Rightarrow t = 34,56 \text{ °C}$$